

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Dziedzina nauki: nauki społeczne

Dyscyplina naukowa: ekonomia i finanse

mgr Grzegorz Korbela

**Finansowe skutki ryzyka długowieczności
a model państwa opiekuńczego**

Rozprawa doktorska

Promotor pracy: dr hab. Stanisław Wanat, prof. UEK

Promotor pomocniczy: dr Anna Denkowska

Kraków, 2023

PODZIĘKOWANIA

W szczególny sposób chciałbym podziękować prof. Stanisławowi Wanatowi, za wszystkie rady dotyczące części empirycznej, a także za cenne wskazówki w trakcie opracowywania procedury obliczeniowej oraz za okazaną niezwykłą życzliwość i wsparcie merytoryczne podczas pisania pracy. Podobne podziękowania kieruję również do dr Anny Denkowskiej.

Pracę dedykuję moim rodzicom i przyjaciołom, którzy byli dla mnie ogromnym wsparciem w czasie prowadzenia badań i przygotowywania rozprawy doktorskiej.

SPIS TREŚCI

WYKAZ SKRÓTÓW	5
WSTĘP.....	6
ROZDZIAŁ I ZMIANY DEMOGRAFICZNE NA ŚWIECIE.....	11
1.1 Trendy demograficzne - wydłużanie się długości życia.....	12
1.2 Różnica wieku pomiędzy kobietami a mężczyznami.....	15
1.3 Zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa.....	17
1.4 Przejście demograficzne	19
1.5 Okno demograficzne oraz dywidenda demograficzna	21
1.6 Współczynnik wsparcia osób starszych	24
1.7 Podsumowanie	26
ROZDZIAŁ II MODELE PAŃSTWA OPIEKUŃCZEGO	27
2.1 Podstawy teoretyczne państwa dobrobytu.....	28
2.2 Klasyfikacje krajów europejskich według Esping-Andersena.....	29
2.3 Krytyka koncepcji „welfare state”	32
2.4 Analiza literaturowa klasyfikacji reżimów państwa opiekuńczego	34
2.5 Podsumowanie	47
ROZDZIAŁ III RYZYKO DŁUGOWIECZNOŚCI	48
3.1 Ryzyko długowieczności w literaturze.....	49
3.2 Czynniki wpływające na ryzyko długowieczności	51
3.3 Finansowe skutki ryzyka długowieczności.....	57
3.4 Rozwój gospodarczy a oczekiwana długość życia.....	64
3.5 Pomiar ryzyka długowieczności z wykorzystaniem stochastycznych modeli śmiertelności.....	67
3.5.1 Podstawowe pojęcia i notacja.....	67
3.5.2 Historyczne ujęcie modelowania umieralności	71
3.5.3 Stochastyczne jednopopulacyjne modele umieralności.....	74
3.5.3.1 Model Lee-Carter i jego modyfikacje	75
3.5.3.2 Jednopopulacyjny model demograficzno-gospodarczy Niu-Melenberga	79
3.5.4 Stochastyczne wielopopulacyjne modele umieralności.....	80
3.5.4.1 Koherentny model Li – Lee.....	80
3.5.4.2 Wielopopulacyjny model Boonen-Li.....	82
3.6 Podsumowanie	84
ROZDZIAŁ IV CELE, HIPOTEZY I METODY BADAWCZE	86
4.1 Cele i hipotezy badawcze	86

4.2	Metodyka badań empirycznych	88
4.2.1	Wybór krajów i ich podział na jednorodne grupy	89
4.2.1.1	Podział autorski bazujący na przeglądzie literatury	90
4.2.1.2	Podział autorski wykorzystujący analizę skupień z miarą podobieństwa DTW	91
4.2.2	Wybór modeli umieralności	97
4.2.3	Wybór okresu prognostycznego i metod analizy dokładności prognoz.....	99
4.2.4	Oszacowanie wybranych modeli umieralności.....	101
4.2.5	Diagnostyka oszacowanych modeli umieralności	104
4.3.	Źródła danych	106
4.3.1	Human Mortality Database	106
4.3.2	The Maddisson Project.....	107
4.3.3	Dane z ONZ World Population Prospects.....	108
4.3.4	Dane z zasobów OECD i Eurostatu	108
ROZDZIAŁ V ANALIZA RYZYKA DŁUGOWIECZNOŚCI		110
5.1	Ocena ryzyka długowieczności na podstawie jednopopulacyjnych modeli umieralności .	111
5.1.1	Ryzyko długowieczności w krajach modelu skandynawskiego	111
5.1.2	Ryzyko długowieczności w krajach modelu wyszehradzkiego.....	123
5.2	Ocena ryzyka długowieczności na podstawie wielopopulacyjnych modeli umieralności .	133
5.2.1	Ryzyko długowieczności w krajach modelu skandynawskiego	133
5.2.2	Ryzyko długowieczności w krajach modelu wyszehradzkiego.....	151
5.3	Podsumowanie	165
ROZDZIAŁ VI KOSZTY RYZYKA DŁUGOWIECZNOŚCI		168
6.1	Procedura szacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności na przykładzie modelu skandynawskiego oraz modelu wyszehradzkiego	168
6.2	Finansowe skutki ryzyka długowieczności – wyniki badań.....	175
ZAKOŃCZENIE		188
SPIS TABEL		200
SPIS RYSUNKÓW		205
SPIS ŹRÓDEŁ INTERNETOWYCH		205
BIBLIOGRAFIA		207
ZAŁĄCZNIK NR 1 – Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia.....		215
ZAŁĄCZNIK NR 2 – Szacunki kosztów ryzyka długowieczności		255

WYKAZ SKRÓTÓW

LC – model umieralności Lee-Carter

RH – model umieralności Renshaw – Haberman

NM – model umieralności z czynnikiem gospodarczym Niu-Melenberg

LL – wielopopulacyjny model umieralności Li-Lee

BL – Wielopopulacyjny model Śmiertelności Boonen-Li

RD – Ryzyko długowieczności

ODDTŻ – Oczekiwana długość dalszego trwania życia

MPO – Model Państwa Opiekuńczego

ONZ – Organizacja Narodów Zjednoczonych

OECD -Organizacja Współpracy Gospodarczej i Rozwoju

ME – Błąd Średni (Mean Error)

MAPE – Średni Absolutny Błąd Procentowy (Mean Absolute Percentage Error)

e0 – modele oszacowane na podstawie prób uwzględniających wiek x_i od 0 do 90 lat

e65 - modele oszacowane na podstawie prób uwzględniających wiek x_i od 65 do 90 lat

Skróty krajów będących przedmiotem prowadzonych badań:

<i>Kraj</i>	<i>Skrót</i>	<i>Kraj</i>	<i>Skrót</i>
Australia	AUS	Łotwa	LVA
Austria	AUT	Niemcy	DEU
Belgia	BEL	Norwegia	NOR
Czechy	CZE	Nowa Zelandia	NZL
Dania	DNK	Polska	POL
Estonia	EST	Portugalia	PRT
Finlandia	FIN	Słowacja	SVK
Francja	FRA	Stany Zjednoczone	USA
Hiszpania	ESP	Szwajcaria	CHE
Holandia	NLD	Szwecja	SWE
Irlandia	IRL	Węgry	HUN
Kanada	CAN	Wielka Brytania	GBR
Litwa	LTU	Włochy	ITA

WSTĘP

Struktura demograficzna społeczeństwa nieuchronnie się zmienia, wpływając na wiele aspektów współczesnego życia. W wielu krajach rozwiniętych mamy do czynienia z silnym starzeniem się społeczeństwa, spowodowanym utrzymującą się niską dzietnością z równoczesnym wzrostem długości życia. Postęp w medycynie oraz rozwój technologiczny, niewątpliwie, wpływają nieustannie na wydłużenie się średniej długości życia. Zmiany te wywierają wpływ na różne obszary życia społecznego, w szczególności na funkcjonowanie systemu zabezpieczenia emerytalnego i zdrowotnego ludzi w starszym wieku. W systemie opartym na umowie międzypokoleniowej, ze składek opłacanych przez osoby aktywne zawodowo wypłacane są bieżące świadczenia dla niepracujących już osób starszych. Z powodu rosnącej długości życia i utrzymującej się od wielu lat niskiej dzietności, w wielu krajach zmniejsza się liczba pracujących osób, przypadających na jedną osobę w wieku emerytalnym. Sytuacja ta może prowadzić do zachwiania równowagi systemu finansów publicznych, dlatego rządy wielu krajów wprowadzają liczne reformy w zakresie funkcjonowania systemów emerytalnych oraz opieki zdrowotnej, gdyż te dwa obszary są najbardziej narażone na negatywne konsekwencje spowodowane rosnącą długością życia. Fakt, że żyjemy coraz dłużej, z jednej strony, jest zjawiskiem pozytywnym, gdyż oczekiwana dalsza długość trwania życia jest jednym z elementów świadczących o dobrej kondycji zdrowotnej społeczeństwa i wzroście dobrobytu. Z drugiej strony dłuższe życie populacji, przy błędnym oszacowaniu przyszłych trendów umieralności może spowodować wystąpienie ryzyka długowieczności (RD). Przez RD rozumiemy sytuację, w której dana grupa osób żyje dłużej niż wskazywały na to wcześniejsze prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia (ODDTŻ), a nie przewidziano skutków finansowych i nie znaleziono rozwiązań społecznych dla żyjących dłużej osób starszych. W niniejszej rozprawie przyjmujemy założenie, że sposób prowadzenia polityki społecznej państwa, określanej jako model państwa opiekuńczego (MPO), nazywany również modelem państwa dobrobytu, lub reżimem państwa dobrobytu, może mieć wpływ na wielkość finansowych skutków, wynikających z RD. Państwo opiekuńcze przede wszystkim gwarantuje swoim obywatelom wypłatę świadczeń emerytalnych oraz zapewnia dostęp do opieki zdrowotnej, jednak stopień dostępności tych świadczeń ma związek z wielkością wydatków publicznych ponoszonych w celu ich zaspokojenia.

Mając na uwadze nakreślony problem badawczy, jak również odnosząc się do dotychczasowego stanu wiedzy jako główny cel pracy przyjmujemy zbadanie wpływu MPO, reprezentowanego głównie przez wielkość wydatków społecznych, na finansowe skutki RD.

Przez finansowe skutki RD rozumiemy koszty poniesione z tytułu niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. W rozprawie utożsamiamy finansowe skutki RD z kosztami ryzyka długowieczności. Tak określony cel główny dekomponuje na osiem celów szczegółowych, służących jego realizacji:

1. Przegląd metod modelowania umieralności.
2. Ocena, na podstawie dotychczasowych raportów i badań, skali i skutków ryzyka długowieczności.
3. Przegląd badań na temat zależności między wybranymi zmiennymi makroekonomicznymi a umieralnością.
4. Wyodrębnienie, w oparciu o literaturę przedmiotu, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego.
5. Wyodrębnienie, w oparciu o autorską metodę wykorzystującą analizę skupień, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego. W analizie skupień odległość między obiektami określamy wykorzystując algorytm Dynamic Time Warping.
6. Ocena i porównanie jakości prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, uzyskanych z wykorzystaniem wybranych modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych, w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę.
7. Analiza finansowych skutków ryzyka długowieczności w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę. Finansowe skutki ryzyka długowieczności oceniamy na podstawie kosztów polityki społecznej, powstałych w wyniku niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.
8. Weryfikacja wpływu zastosowanej metody podziału na jednorodne grupy krajów, podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, na oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności.

W nawiązaniu do wskazanych celów formułujemy następującą hipotezę główną: „*Model państwa opiekuńczego ma wpływ na finansowe skutki ryzyka długowieczności, wyrażone za pomocą kosztów związanych z dłuższą niż oczekiwano dalszą długością trwania życia*” oraz trzy hipotezy pomocnicze:

H1: *Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności, są obarczone mniejszym błędem w porównaniu z analogicznymi prognozami uzyskanymi za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera.*

H2: Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli umieralności przyczynia się do dokładniejszego oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności w porównaniu z oszacowaniem uzyskanym na podstawie modeli jednopopulacyjnych.

H3: Zastosowanie autorskiej metody wyodrębniania krajów podobnych ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego, umożliwi dokładniejsze oszacowanie finansowych skutków ryzyka długowieczności, w porównaniu z oszacowaniem bazującym na podziale literaturowym (opartym o literaturę).

Badania, które prowadzimy, skupione są na analizie RD w obrębie ustalonych grup krajów, charakteryzujących się podobnym reżimem polityki społecznej i socjalnej oraz ochrony zdrowia. Finansowe skutki RD oceniamy na podstawie niedoszacowania prognoz oczekiwanego czasu dalszego trwania życia, uzyskanych za pomocą wybranych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Modele jednopopulacyjne są autonomiczne, w tym sensie, że na uzyskiwane wyniki dla danego kraju nie wpływają ani trendy demograficzne, ani trendy gospodarcze innego. Z kolei, w przypadku zastosowania modeli wielopopulacyjnych wyniki te zależą od dobranych populacji (krajów), w ramach których dany model jest szacowany. Stąd też w ich przypadku na uzyskiwane wyniki dla danego kraju ma wpływ skład grupy, w której ten kraj się znajduje. Ponieważ kluczową rolę w tym podejściu odgrywa informacja na temat dokładności prognoz, prowadzimy analizę *ex post*, tzn. wyznaczamy prognozy i szacujemy skutki RD, na okres, dla którego znamy odpowiednie wartości rzeczywiste.

Badaniem obejmujemy 26 państw OECD. Grupujemy analizowane państwa ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego, stosując dwie metody – podział literaturowy oraz nowatorski podział wykorzystujący połączenie metody grupowania z algorytmem Dynamic Time Warping (DTW), którą nazywamy PAM-DTW. Następnie wykorzystując wybrane stochastyczne modele umieralności prognozujemy oczekiwaną długość dalszego trwania życia w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę. Do procesu prognostycznego włączamy czynniki gospodarcze, w postaci PKB per capita, które pomagają w wyjaśnieniu przyszłych trendów współczynnika umieralności. Dla stochastycznych modeli umieralności, które pozwalają na uwzględnienie, oprócz zmiennych demograficznych, mocy objaśniającej zmiennych gospodarczych w procesie wyznaczania prognoz ODDTŻ, opracowujemy własne procedury obliczeniowe. Dalej przeprowadzamy ocenę jakości tych prognoz. Następnie na podstawie kosztów polityki społecznej, powstałych w wyniku niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, oceniamy finansowe skutki RD w wyodrębnionych, dwoma

powyżej zapowiedzianymi metodami, grupach państw. Na koniec sprawdzamy, czy zastosowana innowacyjna metoda PAM-DTW podziału na jednorodne grupy państw, daje możliwość poprawy wyników oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności.

Rozprawa składa się z sześciu rozdziałów odzwierciedlających poszczególne etapy prowadzonych przez nas badań, pozwalających na realizację głównego celu.

W rozdziale pierwszym wprowadzamy w tematykę RD, ukazując zmiany demograficzne jakie zachodzą w ostatnich dziesięcioleciach w obrębie badanej przez nas grupy państw wraz z wynikającymi z nich zagrożeniami. Prezentujemy różnice w długości życia kobiet i mężczyzn. Biorąc pod uwagę teorię przejścia demograficznego, zwracamy uwagę na efekt okna demograficznego, dywidendy demograficznej oraz zmiany w wielkości współczynnika wsparcia osób starszych, jakie dokonały się na przestrzeni ostatnich sześciu dekad.

W rozdziale drugim przedstawiamy podstawy teoretyczne państwa opiekuńczego, bazujące na koncepcji opracowanej przez Titmussa oraz szeroko opisanej przez Esping-Andersena, który jako jeden z pierwszych dokonał klasyfikacji państw ze względu na sposób prowadzenia polityki społecznej. Następnie omawiamy ewolucję teorii państwa opiekuńczego, jaka zaszła pomiędzy rokiem 1980 a 2016. Na podstawie przeglądu literatury opracowujemy, w sposób syntetyczny, chronologiczną klasyfikację modeli państwa opiekuńczego. Zwracamy szczególną uwagę na podział dotyczący państw z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej. Dzięki przeprowadzonym w drugim rozdziale studium literatury mamy wgląd w dotychczas uzyskiwane podziały na grupy analizowanych państw, opracowane przez badaczy podejmujących tematykę długowieczności. Wnioski, jakie wyciągamy z analizy tych podziałów, pozwalają nam na ustalenie własnego autorskiego podziału literaturowego. Wyniki tej autorskiej literaturowej klasyfikacji prezentujemy w rozdziale czwartym. Wyloniona klasyfikacja stanowi podstawę do wyznaczenia prognoz ODDTŻ z wykorzystaniem modeli wielopopulacyjnych umieralności oraz do zbadania wpływu przyjętego MPO na wielkość finansowych skutków ryzyka długowieczności.

W rozdziale trzecim analizujemy fenomen ryzyka długowieczności. Na podstawie literatury oraz w oparciu o publikacje czołowych instytucji międzynarodowych określamy czynniki wpływające na powstanie RD oraz wskazujemy skutki finansowe RD. Bazując na dotychczasowych badaniach przedstawionych w literaturze, przedstawiamy metody analizy ryzyka długowieczności ze szczególnym uwzględnieniem stochastycznych modeli umieralności. Prezentujemy historyczne ujęcie metod modelowania umieralności. Przedstawiamy koncepcję teoretyczną modeli umieralności jednooperacyjnych Lee-Cartera,

Ranshawa-Habermana, Niu-Melenberga oraz wielopopulacyjnych Li-Lee oraz Boonena-Li. Na podstawie tej analizy wyłaniamy modele, które stosujemy w dalszej części prowadzonych przez nas badań. Są to modele uwzględniające zarówno czynniki demograficzne jak i gospodarcze.

W rozdziale czwartym prezentujemy cele, hipotezy i metody badawcze, którymi posługujemy się w trakcie prowadzonych przez nas badań. Prezentację metodologii rozpoczynamy od wyboru krajów i ich podziału na jednorodne grupy. Następnie przedstawiamy motywację wyboru zastosowanych modeli umieralności oraz wyboru okresu prognostycznego i metod analizy dokładności prognoz. Dalej podajemy, w sposób syntetyczny, informację na temat opracowywanych procedur obliczeniowych oraz szacowanych modeli. Rozdział kończymy omówieniem baz danych, z których korzystamy w przeprowadzanych analizach. Wartością dodaną tego rozdziału jest opracowanie i zastosowanie nowatorskiej metody klasyfikacji państw (w skrócie oznaczanej PAM-DTW), opartej o metody taksonomiczne z wykorzystaniem algorytmu dynamicznego dopasowania czasu (Dynamic Time Warping (DTW)) oraz opracowanie autorskich procedur obliczeniowych, które pozwalają na sporządzenie prognoz ODDTŻ.

W rozdziale piątym prezentujemy prognozy ODDTŻ, wyznaczone za pomocą wybranych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Najpierw szczegółowo omawiamy otrzymane wyniki dla modeli jednopopulacyjnych, na podstawie dwóch reprezentatywnych grup krajów należących do różnych modeli państwa opiekuńczego. Pierwsza grupa należy do modelu skandynawskiego, natomiast druga należy do modelu wyszehradzkiego. Następnie omawiamy wyniki prognoz wyznaczonych za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności w obrębie grup państw, wyznaczonych na dwa sposoby – w oparciu o podział literaturowy oraz w oparciu o autorską metodę PAM-DTW. Prowadzoną analizę kończymy zestawieniem błędów prognostycznych ex-post, pozwalającym na ocenę dokładności wyznaczonych prognoz.

W rozdziale szóstym analizujemy finansowe skutki wynikające z RD. Rozpoczynamy przedstawieniem sposobu oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności na przykładzie państw modelu skandynawskiego oraz modelu wyszehradzkiego. Następnie prezentujemy wyniki oszacowania kosztów, spowodowanych wystąpieniem RD, w poszczególnych krajach, w latach 2011-2018, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu modelu państwa opiekuńczego na wielkość tych kosztów. Szczególnie warte wyróżnienia są wnioski, otrzymane dla podziału państw w wyniku zastosowania autorskiej metody PAM-DTW. W zaproponowanym podziale państw na takie grupy upatrujemy możliwość ograniczenia negatywnych skutków, wynikających z niedoszacowanej ODDTŻ.

ROZDZIAŁ I

ZMIANY DEMOGRAFICZNE NA ŚWIECIE

Od wielu dekad, w krajach rozwiniętych, wraz z poprawą warunków ekonomicznych rośnie długość życia. Równocześnie obserwuje się spadek wskaźnika urodzeń. Naturalnym następstwem takiej sytuacji jest starzenie się populacji oraz stały wzrost przeciętnej oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Oba te zjawiska są szeroko opisane zarówno w literaturze medycznej jak i ekonomicznej. Szczególną uwagę poświęca się finansowym skutkom zachodzących zmian demograficznych, które mają duży wpływ na działalność instytucji związanych z zabezpieczeniem socjalnym. Rosnąca długość życia powoduje, że zarówno publiczne jak i prywatne podmioty, dostarczające świadczenia z zakresu zabezpieczenia emerytalnego, są zobowiązane do wypłacenia świadczeń przez znacznie dłuższy okres. Starzenie się społeczeństwa oraz stały wzrost średniej długości życia powodują, że kalkulacje oraz prognozy dotyczące wysokości przyszłych świadczeń emerytalnych bardzo zyskują na znaczeniu. Analizy takie są niezbędne również w celu prawidłowego oszacowania wydatków na ochronę zdrowia. Wydatki na ochronę zdrowia wraz z wydatkami emerytalnymi stanowią 2/3 całości wydatków społecznych państw OECD (OECD Society 2019). W tym świetle, obowiązujący w wielu krajach mechanizm funkcjonowania publicznego systemu zabezpieczenia emerytalnego, oparty o system repartycyjny, polegający na umowie międzypokoleniowej, z biegiem czasu staje się coraz mniej wydolny. Rozwiązania stanowiące jego filary zaczynają tracić na aktualności i okazują się nieadekwatne w obliczu zmieniającej się sytuacji demograficznej oraz gospodarczej. Według raportu „Health at a Glance 2019” (OECD Health 2019a) opracowanego we wszystkich krajach członkowskich OECD, oczekiwana długość życia w chwili urodzenia wzrosła o ponad 10 lat w ciągu niespełna pięciu dekad. Jako referencyjny, przyjęto rok 1970, w którym przeciętna oczekiwana długość życia to odpowiednio 72,61 dla kobiet, 66,22 dla mężczyzn. Natomiast w 2018 roku przeciętna oczekiwana długość życia to odpowiednio 82,75 dla kobiet i 77,49 dla mężczyzn (The World Bank Data 2021).

Globalne starzenie się społeczeństwa jest jedną z największych zmian jakie dokonują się na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci, zwłaszcza w drugiej połowie XX wieku. Według danych ONZ, liczba osób powyżej 60-tego roku życia ma wzrosnąć ponad dwukrotnie z 841 milionów w 2013 roku do 2 miliardów w 2050 roku (United Nations 2014). Spadające wskaźniki urodzeń oznaczają, że niektóre kraje zmierzają do potencjalnie katastrofalnego spadku liczby ludności. Starzenie się populacji niesie ze sobą poważne wyzwania społeczne, stwarzając jednocześnie

nowe możliwości gospodarcze. Wskaźnik wsparcia osób starszych wyrażający stosunek liczby osób powyżej 65 roku życia do wielkości populacji w wieku 20-64 lat jest wysoki. W krajach członkowskich OECD wzrósł ze średniego poziomu 18,20% w roku 1970 do 28,90% w roku 2018. Oczekuje się, że będzie on nadal rósł, a w 2075 roku może osiągnąć poziom 58,6%. Niewątpliwie zamiana w strukturze wiekowej społeczeństwa będzie powodowała presję na publiczne i prywatne systemy wsparcia dla osób starszych. Przedmiotem rozważań, prezentowanych w niniejszym rozdziale, są trendy demograficzne oraz zmiany w strukturze społeczeństwa, jakie następują w 26 krajach członkowskich OECD. Są to: Australia, Austria, Belgia, Czechy, Dania, Estonia, Finlandia, Francja, Hiszpania, Holandia, Irlandia, Kanada, Litwa, Łotwa, Niemcy, Norwegia, Nowa Zelandia, Polska, Portugalia, Słowacja, Stany Zjednoczone, Szwajcaria, Szwecja, Węgry, Wielka Brytania i Włochy. Wymienione państwa stanowią obiekt badań w niniejszej rozprawie. Badane kraje grupujemy według modelu państwa opiekuńczego stanowiącego odzwierciedlenie prowadzonej w nich polityki społecznej. W ten sposób ułatwiamy konfrontację wyników prowadzonych przez nas badań z ogólnymi trendami demograficznymi ukazanymi w niniejszym rozdziale. Nazwy grup państw wprowadzamy, stosując odpowiednie nazwy modeli państwa opiekuńczego: model skandynawski, liberalny, konserwatywny, południowy, kraje Beneluksu, wyszehradzki oraz kraje Bałtyckie. Szerzej o źródłach klasyfikacji, ze względu na rodzaj modelu, piszemy w rozdziale drugim naszej pracy. W trakcie prezentowania danych, zarówno w formie tabelarycznej jak i graficznej, stosujemy skróty nazw krajów zgodne z międzynarodowym standardem ISO 3166-1¹. Skróty, z których korzystamy w trakcie prowadzonych badań, są używane przez czołowe instytucje międzynarodowe, publikujące dane demograficzne oraz gospodarcze.

1.1 Trendy demograficzne - wydłużanie się długości życia

Wydłużanie się życia ludzkiego jest jednym z większych osiągnięć współczesnej cywilizacji. W ciągu ostatnich sześciu dekad, na całym świecie, średnia długość życia znacznie wzrasta. Jednakże wzrost średniej długości życia jest zróżnicowany w poszczególnych krajach. Różnice te pogłębiają się w ostatnich dziesięcioleciach XX wieku. W tabeli 1.1 prezentujemy wartości oczekiwanej długości dalszego trwania życia, w chwili narodzin dla kobiet i mężczyzn, z grupy analizowanych przez nas krajów członkowskich OECD. Długość życia ulega wydłużeniu, a ryzyko umieralności przesuwają się w stronę bardziej zaawansowanego

¹ Skróty są podane w tabeli 4.1 i w spisie używanych skrótów (str. 5)

wieku. Prowadzone dotąd badania obejmują zagadnienie zmiany długości życia. Zuo i in. (2018) nazywają to zjawisko „postępującym frontem przetrwania człowieka w starszym wieku”. Vaupel i in. (2021) podają, że we Francji prawdopodobieństwo śmierci w wieku 70 lat w 2017 r. jest równe prawdopodobieństwu śmierci, w wieku 60 lat dla kobiet i 58 lat dla mężczyzn, sprzed pół wieku.

Kraj	1960	1980	2000	2018	$\Delta^{(*)}$	$\Delta \%^{(**)}$	1960	1980	2000	2018	Δ	$\Delta \%$
kobiety w chwili narodzin						mężczyźni w chwili narodzin						
Model Skandynawski												
SWE	74,88	78,86	82,02	84,26	9,38	12,5%	71,24	72,79	77,38	80,79	9,55	13,4%
NOR	75,86	79,17	81,38	84,48	8,63	11,4%	71,33	72,34	75,95	81,00	9,67	13,6%
FIN	72,40	77,86	81,02	84,31	11,91	16,4%	65,41	69,25	74,16	78,91	13,50	20,6%
DNK	73,99	77,18	79,12	82,96	8,97	12,1%	70,43	71,18	74,44	79,02	8,59	12,2%
Model Liberalny												
AUS	74,05	78,23	82,28	85,39	11,34	15,3%	67,95	71,09	76,95	81,38	13,43	19,8%
NZL	73,96	75,80	81,21	84,17	10,22	13,8%	68,67	70,04	76,05	80,53	11,86	17,3%
USA	73,31	77,47	79,43	81,54	8,24	11,2%	66,62	69,98	74,12	76,47	9,86	14,8%
CAN	74,15	78,72	81,77	84,10	9,94	13,4%	68,22	71,60	76,58	79,97	11,75	17,2%
Model Konserwatywny												
AUT	71,90	76,04	81,09	83,99	12,09	16,8%	65,39	68,95	75,09	79,30	13,91	21,3%
FRA	73,61	78,40	82,80	85,49	11,88	16,1%	67,02	70,15	75,23	79,56	12,54	18,7%
CHE	74,11	78,86	82,56	85,37	11,26	15,2%	68,65	72,23	76,92	81,64	12,99	18,9%
DEU	71,75	76,15	81,00	83,60	11,85	16,5%	66,51	69,61	74,86	78,72	12,21	18,4%
Model Południowy												
ITA	71,69	77,42	82,50	85,27	13,58	18,9%	66,68	70,67	76,53	80,95	14,27	21,4%
ESP	71,63	78,56	82,84	85,80	14,17	19,8%	66,67	72,39	75,97	80,42	13,75	20,6%
PRT	66,89	75,16	80,35	84,31	17,43	26,1%	61,27	68,11	73,27	78,28	17,01	27,8%
Państwa Beneluksu												
NLD	75,30	79,14	80,56	83,33	8,02	10,7%	71,45	72,44	75,53	80,16	8,71	12,2%
BEL	72,64	76,66	80,90	83,68	11,04	15,2%	66,71	69,87	74,57	79,21	12,50	18,7%
Model Liberalny (Europa)												
GBR	73,88	76,57	80,19	82,95	9,07	12,3%	68,04	70,51	75,38	79,27	11,23	16,5%
IRL	71,99	75,39	79,18	83,88	11,89	16,5%	68,49	69,93	73,94	80,29	11,80	17,2%
Model Wyszehradzki												
POL	70,63	74,21	77,93	81,49	10,86	15,4%	64,81	65,76	69,53	73,75	8,94	13,8%
CZE	73,34	73,92	78,33	81,90	8,57	11,7%	67,49	66,81	71,55	76,07	8,58	12,7%
HUN	70,17	72,76	76,03	79,53	9,36	13,3%	65,93	65,52	67,49	72,72	6,79	10,3%
SVK	72,53	74,27	77,30	80,60	8,08	11,1%	68,12	66,71	69,00	73,83	5,71	8,4%
Model Bałtycki												
EST	73,05	74,17	76,81	82,12	9,07	12,4%	65,01	63,68	65,77	73,76	8,74	13,4%
LTU	73,70	75,47	77,41	80,10	6,40	8,7%	67,43	65,16	66,65	71,03	3,60	5,3%
LVA	73,92	74,03	75,80	79,40	5,48	7,4%	66,62	63,42	64,56	70,31	3,69	5,5%

(*) Różnica oczekiwanej długości życia w roku 2018 i 1960 wyrażona w latach

(**) Różnica oczekiwanej długości życia w roku 2018 i 1960 wyrażona w procentach

Tabela 1.1 Oczekiwana długość życia dla kobiet i mężczyzn wieku 0 lat w wybranych krajach OECD

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Human Mortality Database [www1]

Na podstawie wartości jakie prezentujemy w tabeli 1.1 wyciągamy ogólny wniosek, że w analizowanym okresie przypadającym pomiędzy rokiem 1960 a 2018², wśród badanej przez

² Uzasadnienie wyboru okresu badawczego oraz próby badawczej przedstawiamy w rozdziale IV.

nas grupy 26 krajów, należących do OECD, średnia oczekiwana długość życia wzrosła przeciętnie o 10 lat. Największy wzrost oczekiwanej długości życia, w odniesieniu do populacji kobiet, zauważamy w grupie krajów modelu południowego, gdzie wynosi on średnio 11,77 lat, natomiast najmniejszy wzrost, wynoszący średnio niespełna 7 lat, stwierdzamy w krajach bałtyckich. Analogiczna sytuacja ma miejsce w przypadku męskiej populacji badanych krajów, ponieważ największy wzrost, wynoszący średnio 15 lat, stwierdzamy w grupie krajów Europy Południowej, podczas gdy w grupie krajów bałtyckich wynosi on jedynie 5,34 lat. W tabeli 1.2 prezentujemy dane dotyczące oczekiwanej długości dalszego trwania życia kobiet i mężczyzn w wieku 65 lat.

Kraj	1960	1980	2000	2018	Δ	Δ %	1960	1980	2000	2018	Δ	Δ %
kobiety w wieku 65 lat						mężczyźni w wieku 65 lat						
Model Skandynawski												
SWE	15,30	17,96	20,07	21,56	6,26	40,9%	13,72	14,32	16,69	19,13	5,42	39,5%
NOR	16,07	18,03	19,72	21,75	5,68	35,4%	14,46	14,29	16,08	19,33	4,87	33,7%
FIN	13,86	16,85	19,38	21,86	8,00	57,7%	11,52	12,60	15,48	18,37	6,85	59,4%
DNK	15,10	17,55	18,22	20,69	5,60	37,1%	13,63	13,63	15,17	18,02	4,39	32,2%
Model Liberalny												
AUS	15,75	18,03	20,58	22,93	7,18	45,6%	12,51	13,76	17,05	20,33	7,82	62,5%
NZL	15,86	16,68	20,13	22,25	6,40	40,3%	13,02	12,94	16,48	19,88	6,86	52,7%
USA	15,98	18,31	19,05	21,03	5,05	31,6%	12,89	14,11	16,05	18,41	5,52	42,8%
CAN	16,19	18,74	20,28	22,19	6,01	37,1%	13,57	14,49	16,68	19,56	5,98	44,1%
Model Konserwatywny												
AUT	14,68	16,25	19,48	21,49	6,81	46,4%	11,96	12,89	15,95	18,34	6,38	53,4%
FRA	15,63	18,23	21,22	23,38	7,75	49,6%	12,60	13,95	16,66	19,47	6,87	54,5%
CHE	15,10	18,08	20,70	22,62	7,53	49,9%	12,91	14,30	16,94	19,91	7,00	54,3%
DEU	14,26	16,23	19,38	21,41	7,15	50,1%	12,22	12,74	15,57	18,11	5,90	48,3%
Model Południowy												
ITA	15,06	17,11	20,47	22,48	7,41	49,2%	13,14	13,51	16,52	19,35	6,21	47,3%
ESP	15,17	17,87	20,68	23,01	7,85	51,7%	12,92	14,63	16,64	19,17	6,26	48,4%
PRT	14,66	16,33	19,05	21,85	7,19	49,0%	12,38	13,28	15,44	18,12	5,74	46,4%
Państwa Beneluksu												
NLD	15,70	18,34	19,20	21,04	5,34	34,0%	14,20	13,94	15,32	18,61	4,41	31,0%
BEL	14,56	16,76	19,61	21,60	7,04	48,4%	12,26	12,89	15,52	18,43	6,17	50,3%
Model Liberalny (Europa)												
GBR	15,31	16,84	18,88	21,03	5,73	37,4%	12,11	12,83	15,65	18,71	6,59	54,4%
IRL	14,71	15,70	17,92	21,30	6,59	44,8%	13,01	12,60	14,61	18,88	5,87	45,1%
Model Wyszehradzki												
POL	14,97	15,58	17,40	19,90	4,93	32,9%	12,62	12,11	13,44	15,70	3,07	24,4%
CZE	14,47	14,34	17,09	19,72	5,25	36,3%	12,06	11,15	13,62	16,13	4,06	33,7%
HUN	13,80	14,61	16,59	18,43	4,63	33,6%	12,31	11,58	12,88	14,53	2,22	18,1%
SVK	14,47	15,13	16,50	19,09	4,62	31,9%	13,15	11,99	12,75	15,35	2,20	16,7%
Model Bałtycki												
EST	15,51	15,78	16,88	20,16	4,65	30,0%	12,33	12,14	12,41	15,44	3,11	25,2%
LTU	16,75	16,94	17,66	19,00	2,24	13,4%	14,47	13,60	13,72	14,30	-0,2	-1,1%
LVA	16,05	15,89	16,62	18,51	2,46	15,4%	13,25	12,32	12,34	13,74	0,49	3,7%

Tabela 1.2 Oczekiwana długość dalszego trwania życia dla kobiet i mężczyzn w wieku 65 lat w wybranych krajach OECD

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Human Mortality Database [www1]

Na podstawie danych, które prezentujemy w tabeli 1.2 stwierdzamy, że w okresie pomiędzy rokiem 1960 a 2018 nastąpił wzrost oczekiwanej długości dalszego trwania życia mężczyzn średnio o 4,89 roku oraz o 5,97 roku u kobiet, dla całej badanej grupy 26 krajów.

Zauważamy jednak, że gdy wyłączymy z analizy państwa Europy Środkowej i Wschodniej, należące do grupy państw modelu wyszehradzkiego oraz bałtyckiego, to otrzymamy średni przyrost dla pozostałych 19 państw na poziomie 5,96 roku dla mężczyzn i 6,66 roku dla kobiet w wieku 65 lat. Jednocześnie obserwujemy przeciętne przyrosty dla wskazanych państw Europy Środkowej i Wschodniej, odpowiednio w wysokości 2,14 lat dla mężczyzn oraz 4,11 lat dla kobiet. Jak zauważa Bartkowiak (2020) badający zmiany demograficzne, jakie zaszły w ostatnich dziesięcioleciach na obszarze Europy Środkowej i Wschodniej; dynamika zmian oczekiwanej długości życia w wyższych przedziałach wiekowych wskazuje na przyspieszenie tego procesu na przełomie XX i XXI wieku; precyzując w latach 90-tych XX w. Jego zdaniem, z jednej strony w państwach byłego bloku wschodniego do lat 80-tych XX w. przyrosty są niewielkie. Dla męskiej populacji w latach 1960–1970, wręcz zauważa się skracanie okresu dalszego trwania życia. Z drugiej strony w krajach Europy Zachodniej wzrost jest rozłożony zdecydowanie bardziej równomiernie, zwłaszcza dla populacji kobiet.

1.2 Różnica wieku pomiędzy kobietami a mężczyznami

Według raportu OECD Health at a Glance 2017 (OECD Health 2017) we wszystkich krajach OECD utrzymują się duże różnice w średniej długości życia między kobietami a mężczyznami. Średnio w krajach OECD oczekiwana długość życia w chwili urodzenia kobiet w 2015 r. wynosi 83,1 lat w porównaniu z 77,9 lat w przypadku mężczyzn, co oznacza różnicę 5,2 roku. W latach 70-tych XX w. i na początku lat 80-tych XX w. w wielu krajach OECD różnice w średniej długości życia ze względu na płeć znacznie wzrosły, osiągając szczyt w połowie lat 80-tych XX w. Od tego czasu ulegają one jednak zmniejszeniu z powodu wzrostu średniej długości życia wśród mężczyzn. Abbafati i in. (2020) po przebadaniu populacji 204 krajów świata, bezsprzecznie stwierdzają, że kobiety na całym świecie żyją dłużej niż mężczyźni. Z badań wynika, że około 90% wszystkich osób powyżej 110 lat na całym świecie to kobiety. Zjawisko różnic w długości życia pomiędzy kobietami a mężczyznami jest znane w literaturze pod nazwą luki długowieczności „longevity gap” (Felder 2006) lub luki płciowej „gender gap” (Bartkowiak 2020a). Luy i Minagawa (2014) zwracają uwagę, że w wyniku dłuższego życia, kobiety spędzają większą część swojego życia w złym stanie zdrowia, określając to zjawisko jako „ekspansja zachorowalności”. Według Allel i in. (2021) do głównych przyczyn utrzymujących się różnic w długości życia między płciami należą czynniki biologiczne, behawioralne i środowiskowe, w tym czynniki społeczne. Jednak, gdyby biologia była jedyną przyczyną różnic między płciami, różnica byłaby stosunkowo stała w czasie i niezależna od innych czynników. Jednakże zróżnicowanie w długości życia względem płci

różni się znacznie w zależności od czasu i kontekstu. W tabeli 1.3 zestawiamy różnice w oczekiwanej długości życia pomiędzy kobietami a mężczyznami w chwili narodzin oraz w wieku 65 lat.

Różnica oczekiwanej długości życia kobiet i mężczyzn								
	e0				e65			
kraj	1960	1980	2000	2018	1960	1980	2000	2018
Model Skandynawski								
SWE	3,64	6,07	4,64	3,47	1,58	3,64	3,38	2,43
NOR	4,52	6,82	5,42	3,48	1,61	3,74	3,64	2,43
FIN	6,99	8,61	6,87	5,40	2,34	4,25	3,90	3,49
DNK	3,56	6,00	4,68	3,94	1,47	3,92	3,05	2,68
Model Liberalny								
AUS	6,10	7,14	5,33	4,01	3,24	4,27	3,53	2,61
NZL	5,28	5,76	5,16	3,64	2,83	3,75	3,65	2,37
USA	6,69	7,49	5,31	5,07	3,09	4,20	3,00	2,62
CAN	5,93	7,12	5,19	4,12	2,61	4,25	3,59	2,64
Model Konserwatywny								
AUT	6,51	7,08	6,00	4,69	2,73	3,36	3,53	3,15
FRA	6,59	8,25	7,56	5,93	3,02	4,28	4,57	3,91
CHE	5,46	6,63	5,64	3,72	2,19	3,78	3,76	2,71
DEU	5,24	6,53	6,14	4,88	2,05	3,48	3,81	3,30
Model Południowy								
ITA	5,01	6,76	5,96	4,32	1,92	3,59	3,95	3,13
ESP	4,96	6,16	6,88	5,38	2,25	3,23	4,04	3,84
PRT	5,62	7,06	7,09	6,04	2,28	3,05	3,61	3,73
Państwa Beneluksu								
NLD	3,86	6,70	5,03	3,17	1,50	4,40	3,88	2,43
BEL	5,93	6,79	6,33	4,47	2,30	3,87	4,09	3,18
Model Liberalny (Europa)								
GBR	5,85	6,06	4,82	3,68	3,19	4,00	3,23	2,33
IRL	3,50	5,46	5,24	3,59	1,70	3,10	3,31	2,42
Model Wyszehradzki								
POL	5,82	8,45	8,41	7,74	2,35	3,47	3,96	4,20
CZE	5,85	7,11	6,78	5,83	2,41	3,18	3,47	3,59
HUN	4,25	7,23	8,54	6,81	1,49	3,03	3,71	3,90
SVK	4,41	7,55	8,30	6,77	1,32	3,15	3,75	3,74
Model Bałtycki								
EST	8,04	10,49	11,04	8,37	3,17	3,64	4,48	4,72
LTU	6,27	10,32	10,77	9,08	2,28	3,34	3,94	4,69
LVA	7,29	10,61	11,24	9,09	2,80	3,57	4,27	4,77

Tabela 1.3 Różnice oczekiwanej długości życia pomiędzy kobietami a mężczyznami z wybranych krajów członkowskich OECD

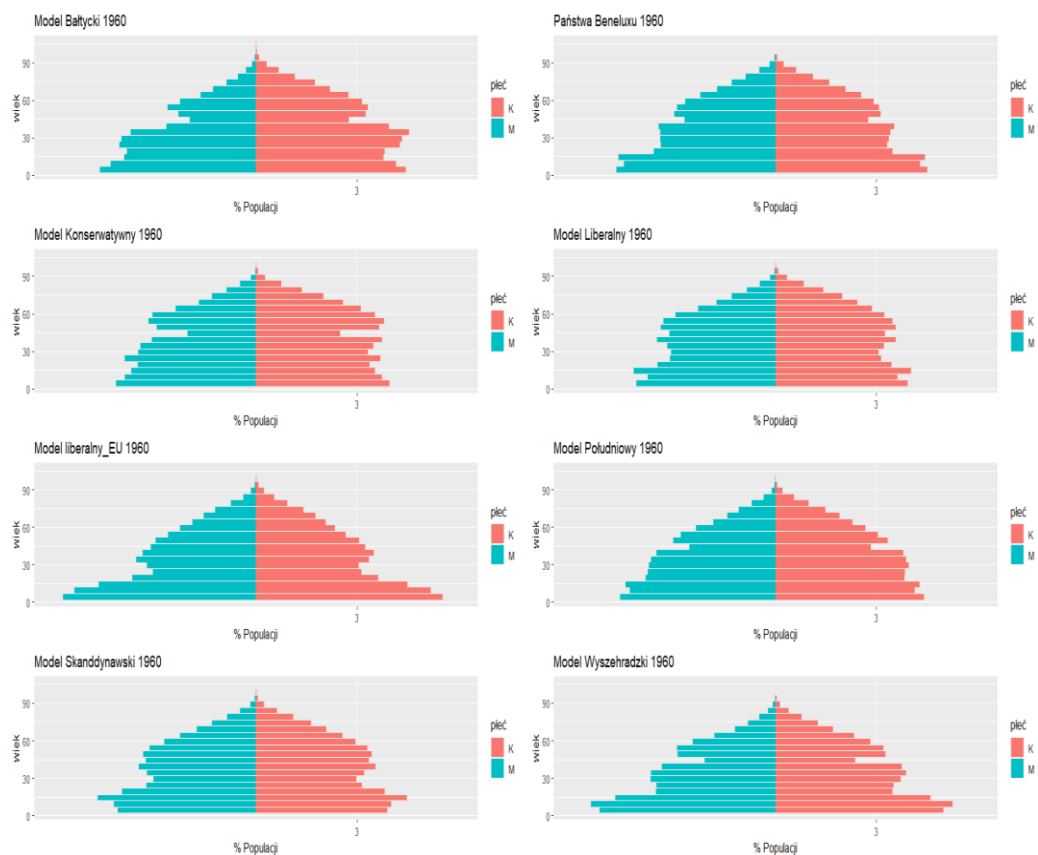
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych Human Mortality Database [www1]

Mając na uwadze wartości w tabeli 1.3 zauważamy, że różnica w oczekiwanej długości życia w chwili narodzin jest zróżnicowana w zależności od kraju oraz grupy krajów. Zwracamy uwagę na to, że różnica ta jest najmniejsza w 19-stu krajach o najwyższym poziomie rozwoju gospodarczego, gdyż kształtuje się ona na przeciętnym poziomie poniżej 5-ciu lat. Natomiast w krajach grupy wyszehradzkiej oraz bałtyckich wynosi średnio ponad 7,5 roku. Dla populacji

w wieku 65 lat różnice w krajach rozwiniętych kształtują się na poziomie nie przekraczającym 3 lat, podczas gdy w krajach byłego bloku wschodniego wynoszą średnio ponad 4 lata.

1.3 Zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa

Spośród analizowanej przez nas grupy państw członkowskich OECD najwyższy udział młodych ludzi w ogólnej liczbie ludności w 2018 roku obserwujemy w krajach modelu liberalnego, do którego należą Australia, Nowa Zelandia, Stany Zjednoczone i Kanada. W grupie tej osoby w wieku od 0 do 19 lat stanowią 25,08% ogółu populacji. Jednocześnie w grupie tej obserwujemy, najmniejszy ze wszystkich badanych grup państw, udział osób w wieku 65 lat i więcej, który wynosi 15,57% całej populacji. Jednocześnie stwierdzamy, że grupą państw o największym odsetku osób w wieku 65 lat i więcej, są kraje modelu południowego, do którego należą Włochy, Hiszpania i Portugalia, w którym to populacja ludzi w starszym wieku stanowi 21,28% ogółu ludności. Podkreślamy również fakt, że w grupie państw Europy Południowej mamy do czynienia z najniższym udziałem ludzi młodych równym 18,84%. Na rysunkach 1.1 i 1.2 przedstawiamy piramidy wieku populacji dla każdej z analizowanych przez nas grup państw członkowskich OECD, z podziałem ze względu na płeć.



Rysunek 1.1 Piramidy wieku populacji wybranych grup państw członkowskich OECD pogrupowanych ze względu na model państwa opiekuńczego w 1960 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie World Population Prospects ONZ [www2]



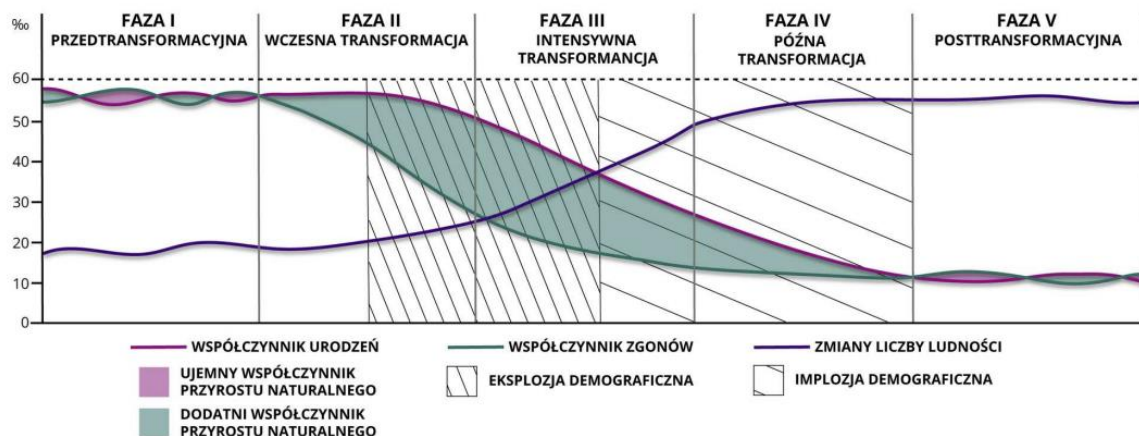
Rysunek 1.2 Piramidy wieku populacji wybranych grup państw członkowskich OECD pogrupowanych ze względu na model państwa opiekuńczego w 2018 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie World Population Prospects ONZ [www2]

Zwracamy uwagę na fakt, że w roku 1960 grupą krajów z największym udziałem ludzi młodych w wieku od 0 do 19 lat na poziomie 38,38% ogółu populacji, jest grupa państw stosujących liberalny model polityki społecznej. Jednocześnie udział osób w wieku 65 lat i więcej w tej grupie jest równy 9,06%. Natomiast największy udział osób starszych w populacji analizowanych grup państw w 1960 roku, ma miejsce w krajach modelu liberalnego na kontynencie europejskim, czyli w Irlandii oraz Wielkiej Brytanii i wynosi średnio 11,70%. Najmniejszy odsetek osób w wieku 65 lat i więcej na początku lat 60-tych XX wieku stwierdzamy w grupie państw wyszehradzkich i jest równy 7,11% całego społeczeństwa. Podsumowując zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa analizowanych krajów, stwierdzamy, że w każdej z grup państw dochodzi do znaczących spadków udziału ludzi młodych w relacji do całkowitej liczby ludności jak również do dużego przyrostu ludzi w wieku 65 lat i więcej. Grupą krajów, w której populacja osób w wieku 0-19 lat kurczy się najbardziej pomiędzy rokiem 1960 a 2018, jest grupa wyszehradzka, w której obserwujemy spadek o 86,82% przy jednoczesnym wzroście o 60% osób 65+, co stanowi najwyższy przyrost ze wszystkich badanych grup krajów. Natomiast państwa, w których obserwujemy zarówno najmniejszy spadek udziału procentowego ludzi młodych jak i najmniejszy przyrost ludzi w wieku 65 lat i więcej, to Wielka Brytania i Irlandia, gdzie zmiany te pomiędzy rokiem 1960 a 2018 wynoszą odpowiednio -29,48% oraz +35,07%.

1.4 Przejście demograficzne

Proces starzenia się społeczeństwa obrazuje teoria przejścia demograficznego, która powstała w pierwszej połowie XX wieku i była rozwijana między innymi przez Thompsona (1929), Landry (1934) oraz Kirka (1943). W 1945 roku Notestein (1945) opublikował teorię związaną ze zmianą w procesach reprodukcji ludności, którą ujął w 4 fazach. Faza pierwsza (przedtransformacyjna) jest nazywana równowagą wysokiego poziomu. Na tym etapie zarówno płodność, jak i śmiertelność są wysokie, co skutkuje bardzo niskim wzrostem liczby populacji i krótką oczekiwaną długością życia w chwili urodzenia. Faza druga (wczesnej transformacji) to wczesny etap ekspansji: dzietność utrzymuje się na wysokim poziomie, podczas gdy śmiertelność spada, co skutkuje rosnącym wzrostem liczby ludności i wydłużaniem się średniej długości życia w chwili urodzenia. Faza trzecia (intensywnej transformacji) jest to późna faza ekspansji, w której płodność maleje gwałtownie, podczas gdy śmiertelność również stale spada, ale w mniejszym tempie niż w fazie drugiej. Kontynuowany jest wzrost populacji, ale w znacznie mniejszym stopniu niż w fazie drugiej, a oczekiwana długość życia w chwili urodzenia stale rośnie. Faza czwarta (późnej transformacji) to równowaga na niskim poziomie, w którym płodność i śmiertelność osiągają nową równowagę, ponadto czasem śmiertelność może oscylować powyżej urodzeń. Poziom dzietności to co najwyżej dwójka dzieci na kobietę, co nie pozwala na utrzymanie zastępowalności pokoleń. Tempo wzrostu liczby ludności spowalnia, a ostatecznie liczba ludności może nawet ulec stagnacji lub spaść. W 1947 roku Blacker (1947) uzupełnił czterofazowy model Thompsona o kolejny piąty etap, nazywany post transformacyjnym, obejmujący regres populacji. Charakteryzuje się on długim trwaniem życia wraz z niskim poziomem przyrostu naturalnego oraz zgonów. Poszczególne etapy procesu przedstawiamy na rysunku 1.3.



Rysunek 1.3 Charakterystyka pięciu faz rozwoju demograficznego
Źródło: ZPE [www3]

We wszystkich 26-ciu, badanych przez nas, państwach członkowskich OECD współczynnik dzietności jest na poziomie poniżej 2, co nie gwarantuje zastępowalności pokoleń w tych krajach. Według Murkowskiego (2018) dopiero współczynnik dzietności na poziomie 2.1 pozwala na zapewnienie względnej stabilności liczebności populacji. W tabeli 1.4 przedstawiamy współczynniki dzietności oraz poziom przyrostu naturalnego w grupie krajów będących przedmiotem prowadzonych przez nas badań.

Kraj	Współczynnik dzietności				Przyrost naturalny (w %)			
	1960	1980	2000	2018	1960	1980	2000	2018
Model Skandynawski								
SWE	2,18	1,67	1,54	1,76	0,55	0,19	0,28	1,03
NOR	2,87	1,72	1,85	1,57	0,75	0,33	0,56	0,61
FIN	2,72	1,63	1,73	1,41	0,75	0,35	0,19	0,09
DNK	2,54	1,54	1,77	1,73	0,67	0,08	0,40	0,50
Model Liberalny								
AUS	3,45	1,90	1,77	1,79	2,20	1,39	1,21	1,53
NZL	4,24	2,03	1,98	1,73	1,96	0,29	0,62	2,19
USA	3,55	1,83	2,05	1,72	1,65	1,21	1,12	0,67
CAN	3,90	1,74	1,49	1,50	2,10	1,27	1,00	1,36
Model Konserwatywny								
AUT	2,70	1,65	1,36	1,48	0,49	0,10	0,23	0,41
FRA	2,73	1,96	1,88	1,84	1,00	0,57	0,58	0,20
CHE	2,44	1,55	1,49	1,52	1,21	0,50	0,54	0,71
DEU	2,39	1,54	1,38	1,56	0,67	-0,15	-0,02	0,32
Model Południowy								
ITA	2,38	1,64	1,25	1,29	0,56	0,61	0,06	-0,21
ESP	2,78	2,21	1,22	1,26	0,79	0,80	0,53	0,60
PRT	3,16	2,24	1,54	1,41	0,22	0,95	0,75	-0,16
Państwa Beneluksu								
NLD	3,12	1,60	1,72	1,59	1,31	0,64	0,54	0,44
BEL	2,54	1,68	1,66	1,62	0,59	0,14	0,42	0,55
Model Liberalny (Europa)								
GBR	2,74	1,89	1,64	1,68	0,61	0,14	0,39	0,52
IRL	3,78	3,20	1,89	1,81	-0,37	1,12	1,43	1,34
Model Wyszehradzki								
POL	3,03	2,25	1,37	1,48	1,44	0,91	0,85	-0,06
CZE	2,10	2,08	1,16	1,71	0,37	0,16	-0,13	0,02
HUN	2,02	1,92	1,32	1,55	0,43	-0,15	-0,22	-0,06
SVK	3,04	2,33	1,29	1,54	1,48	0,77	0,02	0,13
Model Bałtycki								
EST	1,98	2,02	1,35	1,67	1,24	0,56	-0,61	0,43
LTU	2,63	1,99	1,39	1,63	1,41	0,82	-1,00	-0,96
LVA	1,95	1,90	1,24	1,62	1,31	0,63	-1,37	-1,01

Tabela 1.4 Współczynnik dzietności (liczba urodzeń na 1 kobietę) oraz poziom przyrostu naturalnego (wyrażony w skali procentowej) w wybranych latach
Źródło: Opracowanie własne na podstawie ONZ [www2]

Na podstawie wartości w tabeli 1.4 stwierdzamy, że większość, badanych przez nas, krajów członkowskich OECD znajduje się na ostatnim etapie przejścia demograficznego. Zauważamy również, że w roku 1960 we wszystkich krajach wysokorozwiniętych, współczynnik dzietności

jest wyższy od poziomu gwarantującego zastępowalność pokoleń. Jedynie w krajach byłego bloku wschodniego jest on nieznacznie niższy od tego poziomu. W miarę upływu czasu współczynnik dzietności w wielu krajach znacząco się obniża i tak w roku 1980 jest on wyższy od wartości 2,1 tylko w 5 państwach, czyli w Polsce, na Słowacji, w Irlandii, Hiszpanii i Portugalii. W kolejnych dekadach z przełomu XX i XXI wieku obserwujemy dalsze spadki dzietności w badanych krajach i stwierdzamy, że w żadnym z nich nie dochodzi do sytuacji zastępowalności pokoleń. Równie niepokojące wnioski wyciągamy, analizując poziom przyrostu naturalnego, który w roku 1980 jest dodatni w 25 z 26 badanych przez nas krajach. Wyjątek stanowi Irlandia. W kolejnych dziesięcioleciach przyrost naturalny w większości badanych krajów kształtuje się na niskim poziomie. Natomiast w krajach Europy Południowej oraz państwach Europy Środkowej i Wschodniej, w których zwłaszcza w 2018 roku obserwujemy ujemny przyrost naturalny.

1.5 Okno demograficzne oraz dywidenda demograficzna

Wskazana dynamika procesów demograficznych w ostatnich dziesięcioleciach miała również pozytywne skutki, dzięki wystąpieniu zjawiska okna demograficznego. Jest to sytuacja, w której dochodzi do jednoczesnego spadku wskaźników urodzeń oraz umieralności przy równoczesnym wysokim przyroście naturalnym, powodującym zwiększenie się liczby siły roboczej w młodym wieku oraz relatywnie niskiej liczbie dzieci i osób starszych będących na utrzymaniu społeczeństwa. Taka sytuacja powoduje zwiększenie liczby ludności w wieku produkcyjnym w relacji do pozostałych grup wiekowych.

Według ekspertów Organizacji Narodów Zjednoczonych (2001) okno demograficzne trwa od 30 do 40 lat i ma miejsce, gdy wielkość populacji osób poniżej 15 roku życia nie przekracza 30% ogółu ludności przy jednoczesnej wielkości populacji osób powyżej 65 roku życia, kształtującej się poniżej 15% całkowitej wielkości populacji. W tabeli 1.5 zamieszczamy wartości odpowiadające procentowemu udziałowi populacji osób w wieku poniżej 15 lat oraz powyżej 65 roku życia w wybranych latach, z badanego przez nas okresu 1960-2018. Wyróżniamy wartości, które spełniają kryteria niezbędne do wystąpienia zjawiska okna demograficznego w poszczególnych przedziałach wiekowych. Zauważamy, że w odniesieniu do populacji ludzi młodych, warunek rozmiaru populacji poniżej 30% ogółu, jest spełniony w większości analizowanych przypadków, czego jednak nie można powiedzieć o drugim z wymaganych warunków.

Kraj	Procent osób do 15 roku życia				Procent osób powyżej 65 roku życia			
	1960	1980	2000	2018	1960	1980	2000	2018
Model Skandynawski								
SWE	22,43	19,59	18,43	17,76	11,75	16,29	17,26	19,86
NOR	25,92	22,17	20,01	17,64	11,03	14,76	15,16	17,09
FIN	30,40	20,31	18,15	16,07	7,30	11,98	14,92	21,61
DNK	25,21	20,85	18,50	16,57	10,60	14,41	14,83	19,46
Model Liberalny								
AUS	30,21	25,25	20,72	18,77	8,51	9,62	12,42	15,65
NZL	32,85	26,98	22,78	19,31	8,66	9,74	11,75	15,00
USA	31,04	22,57	21,36	18,63	9,23	11,31	12,43	16,02
CAN	33,31	22,73	19,17	16,10	7,51	9,41	12,55	17,15
Model Konserwatywny								
AUT	22,04	20,42	17,04	14,43	12,22	15,40	15,43	18,76
FRA	26,37	22,38	19,08	18,09	11,64	13,93	15,87	19,84
CHE	24,03	19,74	17,37	14,99	10,23	13,84	15,32	18,37
DEU	21,28	18,48	15,61	13,55	11,48	15,60	16,45	21,47
Model Południowy								
ITA	24,77	22,27	14,28	13,26	9,31	13,15	18,27	22,76
ESP	27,44	25,93	14,71	14,86	8,19	11,21	16,64	19,29
PRT	29,27	25,80	16,38	13,71	7,89	11,31	16,19	22,00
Państwa Beneluksu								
NLD	29,98	22,33	18,60	15,97	9,00	11,51	13,58	19,01
BEL	23,53	20,11	17,61	16,93	11,97	14,26	16,80	18,84
Model Liberalny (Europa)								
GBR	23,31	21,00	19,03	17,93	11,70	14,95	15,81	18,31
IRL	30,91	30,44	21,85	20,77	11,13	10,73	11,21	13,86
Model Wyszehradzki								
POL	33,79	24,28	19,44	15,22	5,95	10,10	12,24	17,23
CZE	25,44	23,35	16,41	15,83	9,44	13,46	13,84	19,41
HUN	25,32	21,93	16,75	14,54	9,04	13,43	15,06	19,14
SVK	31,57	26,12	19,50	15,68	6,89	10,48	11,43	15,78
Model Bałtycki								
EST	23,18	21,66	17,63	16,36	10,54	12,47	14,99	19,68
LTU	28,59	23,52	19,96	15,05	7,97	11,22	13,82	19,71
LVA	22,12	20,51	17,67	15,84	10,57	12,91	14,96	20,18

Tabela 1.5 Procentowy udział osób do 15 roku życia oraz osób powyżej 65 roku życia w wybranych krajach OECD

Źródło: Opracowanie własne na podstawie ONZ [www2]

Z danych zgromadzonych w tabeli 1.4 wynika, że jednoczesne wystąpienia obu wyżej wymienionych warunków istnienia okna demograficznego w zdecydowanej większości krajów ma swój szczyt w latach 80-tych XX w. Przytłaczająca większość badanych przez nas państw ma za sobą okres występowania okna demograficznego. Jednocześnie zwracamy uwagę na fakt, że w stosunku do państw rozwiniętych, w krajach byłego bloku wschodniego, okres jego występowania jest przesunięty o około dekadę. Dlatego też okno demograficzne w grupie tych państw zamyka się nieco później niż w pozostałych państwach. Według Majdzińskiej (2011) istnienie okna demograficznego ma związek z wystąpieniem innego zjawiska z pogranicza demografii i ekonomii, a mianowicie fenomenu dywidendy demograficznej. U źródeł dywidendy leży wzrost populacji osób w wieku produkcyjnym, który stanowi swego rodzaju bonus demograficzny (Bloom i in. 2003). Dopiero połączenie zwiększonej części populacji

pracującej z jej produktywnym wykorzystaniem, bardzo często prowadzi do intensywnego wzrostu gospodarczego. Dywidenda demograficzna wynika z trzech kluczowych czynników. Pierwszym z nich jest wzrost populacji, który zwłaszcza w krajach rozwijających się, może prowadzić do zwiększenia udziału ludzi w wieku produkcyjnym. Drugim czynnikiem są zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa, takie jak zmniejszenie odsetka dzieci i zwiększenie odsetka ludzi w wieku produkcyjnym. Trzecim czynnikiem jest efektywność gospodarcza. W sytuacji, gdy osoby w wieku produkcyjnym są zdolne do pracy i przyczyniają się do wzrostu gospodarczego, dywidenda demograficzna może przyczynić się do poprawy sytuacji gospodarczej danego kraju. Dywidenda demograficzna może być korzystna dla gospodarki, gdy jest odpowiednio zarządzana. Odpowiednie inwestycje w edukację, zdrowie i rozwój ekonomiczny mogą pomóc w wykorzystaniu potencjału ludzi w wieku produkcyjnym, co przyczynia się do zrównoważonego rozwoju społecznego i gospodarczego. Jednakże, aby utrzymać korzyści z dywidendy demograficznej, konieczne jest odpowiednie planowanie polityki publicznej, aby dostosować strukturę gospodarki i społeczeństwa do zmieniającej się dynamiki demograficznej. Bloom i in (2003) uważają, że najistotniejszymi elementami niezbędnymi do wystąpienia dywidendy demograficznej są podaż na rynku pracy, wysoki poziom oszczędności, dostępność kapitału ludzkiego oraz korzystane warunki polityczne i instytucjonalne. W literaturze przedmiotu wyróżnia się dwie dywidendy demograficzne. Dotychczas przedstawiliśmy charakterystyczne cechy pierwszej dywidendy, która odnosi się do okresu, w którym liczba osób w wieku produkcyjnym przewyższa liczbę osób będących na ich utrzymaniu, czyli dzieci i osób starszych. To zjawisko często występuje w wyniku zmniejszenia liczby dzieci na skutek poprawy opieki zdrowotnej, edukacji i ogólnego poziomu życia. Pierwsza dywidenda demograficzna może prowadzić do wzrostu gospodarczego, ponieważ większa liczba osób w wieku produkcyjnym jest potencjalnie zdolna do pracy i przyczyniania się do rozwoju gospodarczego. Z kolei termin druga dywidenda, wprowadzony przez Mason i Lee (2003) ma związek z sytuacją, w której kraj przechodzi przez kolejną fazę demograficzną, w której zmniejsza się udział ludzi będących na utrzymaniu populacji pracującej. To zjawisko występuje, gdy wcześniej urodzone pokolenie, które przyczyniło się do pierwszej dywidendy demograficznej, osiąga wiek emerytalny. Druga dywidenda demograficzna może stworzyć dodatkowe możliwości wzrostu gospodarczego, ponieważ zmniejsza obciążenie związane z opieką nad dziećmi i osobami starszymi, a także zwiększa dostępność oszczędności i kapitału na inwestycje.

1.6 Współczynnik wsparcia osób starszych

Aby w pełni zobrazować zmiany w strukturze demograficznej społeczeństwa, spowodowane dynamicznym starzeniem się, badanej przez nas grupy krajów, prezentujemy wartości współczynnika potencjalnego wsparcia osób starszych. Współczynnik ten utożsamiamy ze stosunkiem liczby osób w wieku 65 i więcej do wielkości populacji ludzi w wieku 20-64 lata. W tabeli 1.6 przedstawiamy wielkość ustalonego współczynnika dla poszczególnych krajów, w latach 1960, 1980, 2000 oraz 2018. Jednocześnie dla analogicznego okresu, w tabeli zamieszczamy wielkości odpowiadające liczbie osób w wieku produkcyjnym, pracujących na utrzymanie jednej osoby w wieku 65 lat i więcej. Zwłaszcza ta druga wielkość uwydatnia skalę ryzyka, jakie wiąże się z długowiecznością. Ryzyko to szerzej opisujemy w rozdziale trzecim niniejszej rozprawy.

Wskaźnik wsparcia osób starszych							Osoby w wieku produkcyjnym / osoby 65+					
Kraj	1960	1980	2000	2018	Δ	Δ %	1960	1980	2000	2018	Δ	Δ %
Model Skandynawski												
SWE	20,20	28,40	29,50	34,88	14,68	72,7%	4,95	3,52	3,39	2,87	-2,08	-42,1%
NOR	19,80	26,50	25,90	28,86	9,06	45,7%	5,05	3,77	3,86	3,47	-1,58	-31,4%
FIN	13,50	20,10	24,80	37,96	24,46	181,2%	7,41	4,98	4,03	2,63	-4,77	-64,4%
DNK	19,00	25,30	24,20	33,77	14,77	77,7%	5,26	3,95	4,13	2,96	-2,30	-43,7%
Model Liberalny												
AUS	16,00	17,10	20,60	26,30	10,30	64,4%	6,25	5,85	4,85	3,80	-2,45	-39,2%
NZL	17,00	18,40	20,30	25,52	8,52	50,1%	5,88	5,43	4,93	3,92	-1,96	-33,4%
USA	17,40	19,80	20,90	26,05	8,65	49,7%	5,75	5,05	4,78	3,84	-1,91	-33,2%
CAN	15,10	16,20	20,50	28,10	13,00	86,1%	6,62	6,17	4,88	3,56	-3,06	-46,3%
Model Konserwatywny												
AUT	21,10	28,10	24,90	30,34	9,24	43,8%	4,74	3,56	4,02	3,30	-1,44	-30,5%
FRA	20,80	25,20	27,30	36,41	15,61	75,1%	4,81	3,97	3,66	2,75	-2,06	-42,9%
CHE	17,50	23,70	24,90	29,81	12,31	70,3%	5,71	4,22	4,02	3,35	-2,36	-41,3%
DEU	19,10	27,10	26,50	35,78	16,68	87,3%	5,24	3,69	3,77	2,79	-2,44	-46,6%
Model Południowy												
ITA	16,40	23,70	29,20	38,47	22,07	134,6%	6,10	4,22	3,42	2,60	-3,50	-57,4%
ESP	14,50	20,60	26,90	31,67	17,17	118,4%	6,90	4,85	3,72	3,16	-3,74	-54,2%
PRT	14,70	21,30	26,80	36,73	22,03	149,9%	6,80	4,69	3,73	2,72	-4,08	-60,0%
Państwa Beneluksu												
NLD	16,80	20,00	21,90	32,16	15,36	91,5%	5,95	5,00	4,57	3,11	-2,84	-47,8%
BEL	20,60	25,20	28,30	31,97	11,37	55,2%	4,85	3,97	3,53	3,13	-1,73	-35,6%
Model Liberalny (Europa)												
GBR	20,20	26,80	27,00	31,47	11,27	55,8%	4,95	3,73	3,70	3,18	-1,77	-35,8%
IRL	22,50	21,90	18,00	23,71	1,21	5,4%	4,44	4,57	5,56	4,22	-0,23	-5,1%
Model Wyszehradzki												
POL	10,50	17,80	20,10	27,51	17,01	162,0%	9,52	5,62	4,98	3,64	-5,89	-61,8%
CZE	16,20	24,00	21,90	32,20	16,00	98,8%	6,17	4,17	4,57	3,11	-3,07	-49,7%
HUN	15,50	23,20	24,50	31,23	15,73	101,5%	6,45	4,31	4,08	3,20	-3,25	-50,4%
SVK	12,50	19,10	18,60	24,84	12,34	98,7%	8,00	5,24	5,38	4,03	-3,97	-49,7%
Model Bałtycki												
EST	17,7	21,3	25,00	33,15	15,45	87,2%	5,66	4,70	4,00	3,02	-2,63	-46,6%
LTU	14,5	19,7	23,70	33,11	26,01	128,3%	6,91	5,07	4,22	3,02	-3,89	-49,8%
LVA	21,5	25,3	25,10	35,14	29,54	63,4%	5,67	4,64	3,98	2,85	-2,82	-56,2%

Tabela 1.6 Współczynnik wsparcia osób starszych oraz liczba osób w wieku produkcyjnym przypadających na jedną osobę w wieku 65 lat i więcej, w wybranych krajach OECD

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD [www4] poprawić kraje bałtyckie

Z uwagi na charakter prowadzonych przez nas badań, wartości wskaźników jakie prezentujemy w tabeli 1.6 nabierają szczególnego znaczenia, gdyż rosnąca liczba osób starszych w relacji do populacji w wieku produkcyjnym niesie za sobą zwiększenie kosztów wypłacanych świadczeń z tytułu zabezpieczenia emerytalnego oraz ochrony zdrowia. Analizując przedstawione wartości, dochodzimy do wniosku, że największe wzrosty wskaźnika wsparcia osób starszych w okresie pomiędzy rokiem 1960 a 2018 następują w grupie państw modelu południowego, do którego należą Włochy, Hiszpania oraz Portugalia. Przeciętny wzrost w tej grupie, w badanym okresie, przekracza 134%. Drugą z kolei grupą państw, w której dostrzegamy bardzo wysokie wzrosty tego wskaźnika są kraje modelu wyszehradzkiego, w których średni wzrost w analogicznym okresie wynosi ponad 115%. W grupie państw modelu konserwatywnego oraz liberalnego, dynamika zmian kształtuje się na poziomie nieprzekraczającym 70%. Natomiast najniższe średnie wartości tego wskaźnika obserwujemy w krajach modelu liberalnego, zlokalizowanych w Europie. Zobrazowaniem skali zmian, jakie następują w badanym okresie, są liczby osób w wieku produkcyjnym, przypadających na jedną osobę w wieku 65 lat i więcej. W przypadku Polski wartość ta wynosi w 1960 roku 9,52 osoby, aby następnie spada do poziomu 5,62 w roku 1980, 5 osób w roku 2000, aż do wartości 3,64 osoby w wieku produkcyjnym, przypadającą na jednego seniora w roku 2018. W badanych przez nas 26 krajach członkowskich OECD średnia liczba osób w wieku 20-64 lat w relacji do populacji 65+ wynosi 6,75. Natomiast w roku 2018 wielkość ta wynosi przeciętnie 3,24 osoby, co oznacza znaczący spadek. Grupy państw, w których konsekwencje zmian w strukturze demograficznej społeczeństwa są najbardziej dotkliwe, to kraje śródziemnomorskie oraz państwa grupy wyszehradzkiej. W grupach tych w badanym okresie dostrzegamy poziom przekraczający 50%. Oznacza to, że w państwach przypisanych do modelu południowego w 1960 roku obserwujemy wartość 6,6 osoby w wieku produkcyjnym, przypadającą na jedną osobę w wieku poprodukcyjnym, podczas gdy w roku 2018 wartość ta wnosi niecałe 3 osoby. Analogiczna sytuacja ma miejsce w obrębie krajów grupy wyszehradzkiej, gdzie następuje spadek z poziomu 7,54 osoby do 3,49 osoby. W rozdziale czwartym i szóstym niniejszej rozprawy przedstawiamy rodzaj i rozmiar finansowych skutków, wynikających z zaistniałych zmian w strukturze demograficznej społeczeństwa.

1.7 Podsumowanie

Przedmiotem prowadzonych w pierwszym rozdziale rozważań, są zmiany demograficzne pomiędzy rokiem 1960 a 2018. Prezentowany okres jest tożsamy z okresem, którego dotyczą prowadzone przez nas badania opisane w kolejnych rozdziałach rozprawy. Prezentując dane odnoszące się do poszczególnych zagadnień z obszaru demografii, zachowujemy podział ze względu na przyjęty w danym kraju model polityki społecznej, który opisujemy w rozdziale drugim. W ten sposób zyskujemy pełny obraz zmian procesów demograficznych, jakie zachodzą w obrębie poszczególnych grup. W pierwszym etapie ukazujemy trendy demograficzne, panujące w badanym okresie, wyciągając jednoznaczny wniosek, że we wszystkich badanych krajach następuje wzrost ODDTŻ, prognozowany dla grupy wiekowej e0 jak i grupy wiekowej e65. Wartość ta znacząco wzrasta dla obu płci. Następnie wykazujemy skalę różnic w długości życia pomiędzy kobietami a mężczyznami oraz zmienność jaka następuje w miarę upływu lat. Wskazane różnice mają kluczowe znaczenie w toku prowadzonych przez nas badań, ponieważ przekładają się one na wielkość finansowych skutków, wynikających z rosnącej długości życia. Następnie obrazujemy zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa, przedstawiając ich graficzną ilustrację, w postaci piramidy wieku populacji z zachowaniem pięcioletnich letnich grup wiekowych. Zmiany jakie następują w analizowanym okresie, obligują nas do odwołania się do teorii przejścia demograficznego. W ten sposób jesteśmy w stanie wyjaśnić przyczyny zmian, odnosząc się bezpośrednio do wskaźników dzietności oraz wielkości przyrostu naturalnego w poszczególnych krajach. Następnie przywołujemy zjawisko okna demograficznego oraz wynikające z niego korzyści w postaci dywidendy demograficznej. Nasze rozważania w pierwszym rozdziale kończymy opisem zmian, jakie zachodzą w relacjach pomiędzy populacją w wieku produkcyjnym a populacją osób w wieku 65 lat i więcej, badając zmienność wskaźnika wsparcia osób starszych. Zaproponowany w tym rozdziale opis zagadnień demograficznych oraz procesów z nimi związanymi są podstawą punktem wyjścia do prowadzonych przez nas badań. W kolejnych rozdziałach niniejszej pracy wielokrotnie odwołujemy się do dotychczas przedstawionych zagadnień. Podjęte rozważania teoretyczne są również nieodzowne w procesie stawiania oraz weryfikacji hipotez oraz pytań badawczych jakie prezentujemy w rozdziale czwartym.

ROZDZIAŁ II

MODELE PAŃSTWA OPIEKUŃCZEGO

W niniejszym rozdziale dokonujemy przeglądu literatury, na podstawie którego przeprowadzamy klasyfikację państw członkowskich OECD, ze względu na przyjęty w nich model państwa opiekuńczego (równoznacznie państwa dobrobytu lub państwa socjalnego (*ang. welfare state*)). Grupowanie krajów według prowadzonej w nich polityki społecznej, ma bezpośredni związek z realizacją głównego celu przedstawianej rozprawy doktorskiej. Celem tym jest zbadanie wpływu modelu państwa opiekuńczego, reprezentowanego głównie przez skalę wydatków socjalnych, na poziom ryzyka długowieczności, mierzonego niedoszacowaniem prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia (ODDTŻ). Jako podstawę naszych badań traktujemy klasyfikację reżimów „Welfare State” opracowaną przez duńskiego socjologa Espinga-Andersena, którą następnie rozszerzamy o kolejne klasyfikacje, wyłonione przez innych badaczy na przestrzeni ostatnich trzech dekad. Dodatkowo w podziale uwzględniamy państwa Europy Środkowo-Wschodniej. W związku z tym podejmujemy również próbę znalezienia odpowiedzi na pytanie: czy kraje Europy Środkowo-Wschodniej można przypisać do istniejących w literaturze od lat kategorii państw dobrobytu, czy też należy wyodrębnić nowe kategorie, które w bardziej adekwatny sposób odzwierciedlają panujące w nich realia społeczno-gospodarcze? Klasyfikacja państw dobrobytu służy nam do zbadania istnienia związku pomiędzy polityką gospodarczą państwa a oczekiwaną długością dalszego trwania życia. W drugiej części niniejszego rozdziału przytaczamy dotychczasowe badania, w których klasyfikacja reżimów polityki społecznej a w szczególności systemów emerytalnych, dokonywana jest za pomocą taksonomicznych metod grupowania. Przegląd dotąd stosowanych przez różnych autorów metod grupowania oraz użytych w nich wskaźników opisujących sytuację demograficzną, gospodarczą oraz systemy emerytalne służy nam do ustalenia zmiennych, na podstawie których opracowujemy autorską klasyfikację państw, badając zachodzące w nich zależności w długim okresie. Zaproponowana przez nas metoda, w odróżnieniu od większości statycznych metod stosowanych we wcześniej opracowanej literaturze, obejmuje relacje zachodzące w okresie kilkudziesięciu lat. Proponujemy nową, nie stosowaną dotąd w klasyfikacji reżimów państwa opiekuńczego, wielowymiarową analizę szeregów czasowych, opartą o metodę dynamicznego dopasowania szeregów czasowych tzw. Dynamic Time Warping (dalej DTW). Taki zabieg ma na celu znalezienie podobieństw pomiędzy fluktuacjami społeczno-gospodarczymi w różnych państwach, a w konsekwencji

poprawę skuteczności wielopopulacyjnych modeli umieralności, szacowanych dla wyodrębnionych przez nas grup państw.

2.1 Podstawy teoretyczne państwa dobrobytu

Z raportów branżowych opracowanych przez m.in. OECD, Bank Światowy czy też Komisję Europejską, oraz z dotychczasowej literatury wynika, że w poszczególnych państwach współczynniki umieralności są na różnym poziomie. Różny poziom współczynników umieralności jest skutkiem nie tylko różnego tempa postępu gospodarczego, ale również zależy od systemu polityki społecznej czy systemu ochrony zdrowia, jaki został przyjęty w danym kraju. Współczesne klasyfikacje systemów polityki społecznej bazują na koncepcji „social policy” opisanej przez Titmussa (1974) oraz na idei „Welfare States” opublikowanej przez Esping-Andersena (1990a). W tym miejscu wyjaśniamy znaczenie obu przytoczonych pojęć.

Pojęcie „social policy” ma wiele definicji i jest rozumiane na wiele sposobów. Szarfenberg (2011) „social policy” definiuje wyróżniając dwa rodzaje polityki: politykę socjalną i politykę społeczną. Polityki te różnią się co do zakresu, celu, środków, sposobu działania i adresatów oraz wzajemnych relacji między nimi. Według Rysz-Kowalczyk (2002) przedmiotem polityki socjalnej są materialne warunki bytowe oraz poziom życia, wysokość osiągniętych dochodów oraz konsumpcja dóbr i usług. Głównym celem polityki socjalnej jest poprawa statusu materialnego, wzrost poziomu konsumpcji oraz łagodzenie warunków socjalnych. Narzędziem używanym do realizacji polityki socjalnej są świadczenia społeczne o nieekwiwalentnym charakterze. Wśród adresatów polityki socjalnej Rysz-Kowalczyk wymienia względnie słabe grupy społeczne, takie jak pracownicy najemni czy też absolutnie słabe grupy społeczne, definitywnie słabszych przedstawicieli społeczeństwa takich jak: osoby chore lub bezdomne. Szarfenberg (2018) precyzuje, że zakres polityki społecznej obejmuje ogół społeczeństwa, panujące w nim relacje, organizację i jakość życia społecznego. Cele polityki społecznej stanowią porządek, równowagę, postęp społeczny oraz dobro wspólne, które są realizowane w zinstytucjonalizowany sposób za pomocą środków prawnych, informacyjnych i ekonomicznych. Według Szarfenberga sposobem działania, gwarantującym prawidłowe funkcjonowanie systemu polityki społecznej, jest ingerencja w struktury społeczne wspomagana perspektywicznym planowaniem przyszłych działań, odnoszących się do ogółu społeczeństwa. Ze względu na różnorodność definicji w niniejszej rozprawie posługujemy się pojęciem „social policy”, rozumianym jako politykę socjalną państwa zmierzającą do poprawy warunków bytowych i poziomu życia realizowaną za pomocą wytwarzanych i rozdzielanych świadczeń społecznych.

„Welfare state” ma wiele różnych definicji i jest utożsamiane z państwem opiekuńczym. W literaturze przedmiotu jest również tłumaczone jako państwo opiekuńcze (Golinowska 2018). Takie podejście może być mylnie kojarzone z nadmierną opiekuńczością ze strony państwa, zwłaszcza w odniesieniu do koncepcji opieki społecznej (Filipowicz 1986). Ponadto nie oddaje ono całościowego charakteru relacji społeczno-gospodarczych związanych między innymi z polityką społeczną państwa, rynkiem pracy czy sektorem ubezpieczeń społecznych. Kolejnym dość powszechnie stosowanym tłumaczeniem „welfare state” jest „państwo dobrobytu”. Zostało ono zastosowane między innymi przez Frieshe (2010), który dokonał tłumaczenia „The Three Worlds of Welfare Capitalism” na język polski przyjmując tytuł „Trzy światy kapitalistycznego państwa dobrobytu”. Podobną interpretację przyjął Rutkowski (2016). Koncepcja państwa dobrobytu również rozważana jest w odniesieniu do modeli wzrostu gospodarczego. Dobrobyt nie jest jedynym determinantem stanowiącym istnienie „welfare state”, niemniej jednak poziom wzrostu gospodarczego ma znaczący wpływ na zakres funkcjonowania „welfare state”. Termin „welfare state” jest również tłumaczony na język polski jako „państwo socjalne” (Radzikowski 2013) lub państwo jako instytucja o orientacji społecznej (Zawadzki 1996). Według Ferrera (2010) termin „welfare state” obejmuje również wszystkie działania, za pomocą których państwo stara się eliminować nierówności społeczne i ekonomiczne wśród obywateli, pomagając w szczególności klasom mniej zamożnym. Innymi słowy, dzięki regulacjom i konkretnym interwencjom wspieranie bezpieczeństwa społecznego i ekonomicznego dobrobytu obywateli państwo bierze na siebie jako swoją własną prerogatywę i odpowiedzialność. Ze względu na mnogość dostępnych tłumaczeń pojęcia „welfare state”, w rozprawie posługujemy się pojęciem *państwa dobrobytu*, wymiennie z pojęciem *państwa opiekuńczego*, bazującego na różnicach w sposobie wytwarzania, dystrybucji oraz redystrybucji szeroko pojętego dobrobytu społecznego.

2.2 Klasyfikacje krajów europejskich według Esping-Andersena

Systemy społeczne krajów europejskich charakteryzują się różnymi cechami, które z biegiem czasu zostały poddane klasyfikacji przez badaczy. Titmuss (1974) dokonuje klasyfikacji ze względu na wzajemne relacje pomiędzy polityką społeczną państwa a gospodarką rynkową z uwzględnieniem roli społecznej jaką pełni rodzina. W ten sposób wyróżnił on trzy modele polityki społecznej państwa: model rezydualny, model motywacyjny oraz model instytucjonalno-redystrybucyjny. Model rezydualny zwany również marginalnym to model, w którym państwo interweniuje tylko wtedy, gdy takie podmioty jak rynek i rodzina zawodzą i nie są w stanie zaspokoić indywidualnych potrzeb obywateli; Model motywacyjny

nazywany również wydajnościowym to model, w którym państwo pełni rolę uzupełniającą w stosunku do rynku; zatem państwo świadczy usługi tylko dla tych, którzy uczestniczą w rynku pracy. Model instytucjonalno-redystrybucyjny to model, w którym państwo odgrywa decydującą rolę i bezpośrednio gwarantuje ochronę socjalną i ubezpieczenie dla wszystkich obywateli poprzez powszechnie dostępne świadczenia i usługi społeczne. Kolejną istotną klasyfikację, z uwzględnieniem prowadzonej przez państwo polityki społecznej, przeprowadza Esping-Andersen (1990). Autor w swojej koncepcji dowodzi, że różnice pomiędzy państwami wynikają z przyjęcia różnych modeli państwa dobrobytu. Kluczową rolę w zrozumieniu idei i rozwoju „welfare state” według Esping-Andersena odgrywa klasyfikacja bazująca na wskaźnikach dekomodyfikacji oraz stopnia stratyfikacji.

Dekomodyfikacja określa stopień dostępności usług i świadczeń społecznych dla obywateli. Zatem określa jak duży wpływ na dostępność dóbr i usług społecznych ma uprzednie świadczenie pracy, opłacanie składek społecznych czy też aktualna sytuacja bytowa obywatela. Pojęcie dekomodyfikacji nawiązuje do koncepcji odtworzenia, zaproponowanej w pracy Polany i in (1944), którą inspirował się Esping-Andersen. W odniesieniu do rynku pracy, dekomodyfikacja opisuje stopień, w jakim jednostka lub rodzina może utrzymać społecznie akceptowalny standard życia, niezależnie od udziału w rynku. Jeżeli przyjmiemy, że komodyfikacja oznacza traktowanie ludzi w kategoriach towaru, który w systemie kapitalistycznym posiada swoją cenę i stanowi dobro rynkowe (Ziółkowski, Drozdowski, i Baranowski 2020), wtedy dekomodyfikacja określa zakres, w jakim pracownicy mogą opuścić rynek pracy z wyboru, bez utraty aktualnego statusu społecznego.

Zauważamy zatem, że interpretacja indeksu dekomodyfikacji jest niemożliwa bez uprzedniej analizy ewolucji mechanizmów i reguł społecznych panujących w danym kraju. Wskaźnik dekomodyfikacji należy zatem osadzić w odpowiednich ramach kulturowych i politycznych. Badania Espinga-Andersena mają zarówno charakter ilościowy wyrażony za pomocą wskaźnika dekomodyfikacji, jak i jakościowy, ukazany za pomocą wskaźnika stratyfikacji. Wskaźnik stratyfikacji określa sposób dostępu do usług i świadczeń, oraz wybiórczy lub powszechny charakter ochrony socjalnej, poziom usług i świadczeń oraz cele i zakres funkcjonowania rynku pracy, jak również sposób finansowania i charakter programów socjalnych. *Stopień stratyfikacji* pozwala określić na ile świadczenia i usługi socjalne wpływają na zmianę lub zachowanie aktualnie istniejących nierówności społecznych.

Budowa wskaźnika dekomodyfikacji opiera się na trzech filarach odnoszących się do następujących grup społecznych: osób bezrobotnych, osób chorych i ludzi starszych. Podstawową miarę według Esping-Andersena stanowią: wielkość populacji objętej

świadczeniami, czas przez jaki świadczenia są wypłacane oraz stopa zastąpienia zarobków, określająca w jakim stopniu wypłacane świadczenie rekompensuje utracone wynagrodzenie. Konstrukcję indeksu dekomodyfikacji przedstawia tabela 2.1.

Zasilki dla bezrobotnych	Zasilki chorobowe	Emerytury
stopa zastąpienia	stopa zastąpienia	stopa zastąpienia dla minimalnej emerytury
czas trwania (w tygodniach)	czas trwania (w tygodniach)	stopa zastąpienia dla przeciętnej emerytury
czas jaki należy przepracować, aby nabyć prawo do świadczenia (w tygodniach)	czas jaki należy przepracować, aby nabyć prawo do świadczenia (w tygodniach)	czas jaki należy przepracować, aby nabyć prawo do świadczenia (w latach)
czas oczekiwania na wypłatę świadczenia (w dniach)	czas oczekiwania na wypłatę świadczenia (w dniach)	udział osób w wieku emerytalnym, które pobierają świadczenie w stosunku do ogółu osób uprawnionych
długość okresu wypłacania świadczenia	długość okresu wypłacania świadczenia	

Tabela 2.1 Elementy składowe wskaźnika dekomodyfikacji

Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Esping-Andersen 1990) oraz (Esping-Andersen i Frieske 2010)

Na podstawie kryteriów przedstawionych w powyższej tabeli, Esping-Andersen wprowadza trzypunktową skalę, według której przypisuje liczbę punktów wraz ze wzrostem dekomodyfikacji. Dla niskiego poziomu przypisuje jeden punkt, dla średniego przypisuje dwa punkty, zaś dla wysokiego poziomu dekomodyfikacji przypisuje trzy punkty. Punkty przyznaje się na podstawie różnicy między średnią arytmetyczną a odchyleniem standardowym. Część wartości skrajnych jest arbitralnie skorygowana przez autora wskaźnika. Analiza w (Esping-Andersen 1990) obejmuje 18 krajów członkowskich Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (OECD). W tym badaniu każdy z krajów jest przypisany do jednego z trzech modeli państwa dobrobytu: modelu liberalnego, konserwatywnego lub socjaldemokratycznego. W poniższej tabeli zamieszczamy listę państw przyporządkowanych do odpowiednich grup „welfare state”, nazywanych również reżimami państwa dobrobytu czy też wymiennie reżimami państwa opiekuńczego. Statyczna analiza opracowana za pomocą opisanej wcześniej metodologii obejmuje swym zakresem realia społeczno-ekonomiczne, jakie panowały we wskazanych państwach w 1980 roku.

Liberalny	Konserwatywny	Socjaldemokratyczny
Australia	Austria	Dania
Kanada	Belgia	Finlandia
Irlandia	Francja	Norwegia
Nowa Zelandia	Niemcy	Szwecja
Wielka Brytania	Włochy	
Stany Zjednoczone	Japonia	
	Holandia	
	Szwajcaria	

Tabela 2.2 Modele państwa dobrobytu wg Esping-Andersena
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Esping-Andersen 1990)

Model liberalny nazywany także anglosaskim cechuje stosunkowo niewielka ingerencja państwa w mechanizmy rynkowe. Na rynku dóbr panuje silna konkurencja cenowa, zarówno wśród podmiotów krajowych jak i zagranicznych, wynikająca z niskich barier celnych. Rynek pracy jest elastyczny, negocjacje płacowe są zdecentralizowane, poziom uzwiązkowienia i ochrony pracownika jest względnie niski. Państwo zazwyczaj nie angażuje się w łagodzenie skutków ubóstwa, a systemy zabezpieczenia emerytalnego w dużej mierze są oparte na prywatnych funduszach.

Model konserwatywny wyróżnia zatrudnienie i mniejszy zakres państwa opiekuńczego. System finansowy sprzyja długookresowym strategiom przedsiębiorstw, rokowania płacowe są koordynowane, a politykę płac cechuje solidaryzm społeczny.

Model socjaldemokratyczny cechuje silna, zewnętrzna presja konkurencyjna. Wymaga się w nim elastyczności siły roboczej, głównie poprzez zwolnienia z pracy. Inwestycje w kapitał ludzki są chronione przez łączenie umiarkowanej ochrony zatrudnienia, wysokiego poziomu ochrony socjalnej i możliwości przekwalifikowania dzięki rozbudowanej aktywnej polityce rynku pracy. System skoordynowanych negocjacji płacowych pobudza innowacyjność i sprzyja solidaryzmowi społecznemu.

2.3 Krytyka koncepcji „welfare state”

Niewątpliwie, prace Titmussa i Esping-Andersena miały duży wkład w rozwój myśli społeczno-politycznej i zapoczątkowały rozwój badań nad klasyfikacją państw według rozmaitych kryteriów, pozwalających znaleźć podobieństwa między nimi. Jednak zwłaszcza praca „The Three Worlds of Welfare Capitalism” od wielu lat jest również krytykowana np. w Scruggs i James (2016) a nawet przez samego Espinga-Andersena (2010), z powodu niedokładności badań, która wynikała z niedostępności danych w latach 90-tych XX wieku oraz ze względu na stosowane wówczas metody badawcze. Krytyczne opinie dotyczyły również arbitralnego doboru zmiennych stanowiących konstrukcję indeksu dekomodyfikacji oraz

statyczny charakter samego wskaźnika (Bambra 2016). Zarzuty skierowane są w odniesieniu do wybranej grupy badawczej państw, która obejmuje jedynie 18 krajów, natomiast można ją znacznie rozszerzyć o kolejne państwa. Głosy krytyki odnoszą się do zastosowania średniej i odchylenia standardowego, jako niewystarczająco precyzyjnej miary do oceny zjawisk społeczno-ekonomicznych. Krytyka dotyczy również ukierunkowania przeprowadzonych analiz głównie na męskich przedstawicieli społeczeństwa i niewystarczające uwzględnienie kobiet podczas konstruowania wskaźnika dekomodifikacji (Dowd 2013). Niektórzy badacze przeprowadzają rewizję oryginalnego wskaźnika, wprowadzając do niego korekty z wykorzystaniem obecnie dostępnych narzędzi. Autorką jednej z najbardziej znanych prac jest Bambra (2006), która ponownie przypisuje kraje do jednego z trzech reżimów państwa dobrobytu, na podstawie danych z lat 1998-1999. Podobną klasyfikację na podstawie danych z 2010 roku przeprowadza Arak (2014). W tabeli prezentujemy podział państw ze względu na model, w zależności od wyników badań, uzyskanych przez badaczy Esping-Andersen, Bambra i Arak dla danych w latach 1980, 1999 oraz 2010.

Kraj	Model w 1980	Model w 1999 roku	Model w 2010 roku
Australia	Liberalny	Liberalny	Liberalny
Kanada	Liberalny	Konserwatywny	Liberalny
Irlandia	Liberalny	Liberalny	Socjaldemokratyczny
Nowa Zelandia	Liberalny	Liberalny	Socjaldemokratyczny
Wielka Brytania	Liberalny	Liberalny	Liberalny
Stany Zjednoczone	Liberalny	Liberalny	Liberalny
Austria	Konserwatywny	Socjaldemokratyczny	Konserwatywny
Belgia	Konserwatywny	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny
Francja	Konserwatywny	Socjaldemokratyczny	Konserwatywny
Niemcy	Konserwatywny	Konserwatywny	Liberalny
Włochy	Konserwatywny	Konserwatywny	Liberalny
Japonia	Konserwatywny	Liberalny	Liberalny
Holandia	Konserwatywny	Konserwatywny	Socjaldemokratyczny
Szwajcaria	Konserwatywny	Konserwatywny	Konserwatywny
Dania	Socjaldemokratyczny	Konserwatywny	Konserwatywny
Finlandia	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny	Konserwatywny
Norwegia	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny
Szwecja	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny	Socjaldemokratyczny

Tabela 2.3 Zmiany w obrębie reżimów państw dobrobytu w latach 1980, 1999 oraz 2010
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Esping-Andersen 1990) (Bambra 2006) (Arak 2014),

Klasyfikacja zaprezentowana w tabeli skłania do wyciągnięcia wniosków, że przy pomocy statycznej miary, jaką jest indeks dekomodifikacji, nie jest możliwe opracowanie jednolitej klasyfikacji reżimów państwa opiekuńczego, która byłaby stabilna przez wiele lat. W

niniejszej rozprawie proponujemy rozwiązanie tego problemu przy użyciu metod taksonomicznych.

2.4 Analiza literaturowa klasyfikacji reżimów państwa opiekuńczego

Podstawę naszych badań stanowi autorski przegląd literatury w zakresie reżimów polityki społecznej. Pozwala on na ustalenie 26 państw członkowskich OECD, które poddajemy analizie w dalszym procesie badawczym. Przegląd jest opracowany w oparciu o międzynarodowe i polskie źródła. W poniższej tabeli (tab. 2.4) przedstawiamy przegląd wybranych klasyfikacji reżimów państw dobrobytu, zaproponowanych w wybranej literaturze, które zasadniczo stanowią rozwinięcie klasyfikacji dokonanej przez Espinga-Andersena. W tabeli można odnaleźć informacje dotyczące liczby analizowanych krajów, metody użytej do klasyfikacji jak również czynników, które posłużyły do jej opracowania. Należy podkreślić, że modele przedstawione w tabeli bazują na różnych okresach, dlatego obserwujemy transfery pomiędzy różnymi reżimami państw dobrobytu, jakie zachodzą na przestrzeni ostatnich lat. Wśród głównych przyczyn tych zmian, oprócz kwestii metodologicznych, należy wymienić reformy polityk społecznych badanych państw oraz zmienność realiów czy też postęp w wielu dziedzinach nauki, który znacząco wpłynął na codzienne życie obywateli. Przebieg zmian w strukturze modeli z perspektywy badań ilościowych opisany jest między innymi przez Szarfeneberga (2007).

Autor (rok) Liczba krajów	Miara / Metodologia	Reżimy państwa dobrobytu				
Leibfried 1992	15 krajów - miara deskryptywna - analiza praw jednostki - podstawowy dochód	Anglosaski Australia Nowa Zelandia Wielka Brytania Stany Zjednoczone	Bismarcki Austria Niemcy	Skandynawski Dania Finlandia Norwegia Szwecja	Latin Rim Francja Grecja Włochy Portugalia Hiszpania	
Kangas 1994	15 krajów - analiza skupień na podstawie indeksu dekomodyfikacji	Liberalny Kanada Stany Zjednoczone	Konserwatywny Austria Niemcy Włochy Japonia Holandia	Socjaldemokratyczny Dania Finlandia Norwegia Szwecja		Radykalny Australia Irlandia Nowa Zelandia Wielka Brytania
Ferrera 1996	15 krajów - metoda deskryptywna - liczba osób pobierających świadczenia - stopa zastąpienia - indeks ubóstwa	Anglosaski Irlandia Wielka Brytania	Bismarcki Austria Belgia Francja Niemcy Luksemburg Holandia Szwajcaria	Skandynawski Dania Finlandia Norwegia Szwecja	Południowy Grecja Włochy Portugalia Hiszpania	

<p>Bonoli 1997</p>	<p>16 krajów - udział wydatków socjalnych w PKB - wielkość wydatków socjalnych finansowanych za pomocą składek społecznych</p>	<p>Brytyjski Irlandia Wielka Brytania</p>	<p>Kontynentalny Belgia Francja Niemcy Luksemburg Holandia</p>	<p>Nordycki Dania Finlandia Norwegia Szwecja</p>	<p>Południowy Grecja Włochy Portugalia Hiszpania Szwajcaria</p>	
<p>Korpi i Palme 1998</p>	<p>18 krajów - udział wydatków socjalnych w PKB - opisowa charakterystyka gospodarki</p>	<p>Podstawowa ochrona Kanada Dania Irlandia Holandia Nowa Zelandia Szwajcaria Wielka Brytania Stany Zjednoczone</p>	<p>Korporacyjny Austria Belgia Francja Niemcy Włochy Japonia</p>	<p>Obejmujący świadczenia Finlandia Norwegia Szwecja</p>		<p>Ukierunkowane państwo opiekuńcze Australia</p>

Amable 2003	21 krajów Uwzględniane: - zdolności produkcyjne - stopień innowacyjności rynek pracy - system finansowy - system opieki społecznej - system edukacji z wykorzystaniem metodologii Diversity of Capitalism (DoC)	Model rynkowy Australia Kanada Wielka Brytania Stany Zjednoczone	Europa kontynentalna Szwajcaria Holandia Irlandia Belgia Norwegia Niemcy Francja Austria	Socjaldemokratyczny Dania Finlandia Szwecja	Śródziemnomorski Grecja Włochy Portugalia Hiszpania	Azjatycki Japonia Korea Południowa
Bambra 2005	18 krajów - rewizja metodologii Esping-Andersena bazująca na wskaźniku dekomodifikacji	Liberalny Australia Japonia Stany Zjednoczone	Konserwatywny Austria Belgia Kanada Dania Francja Włochy	Socjaldemokratyczny Finlandia Norwegia Szwecja	Podgrupa konserwatywna Niemcy Szwajcaria Holandia	Podgrupa liberalna Irlandia Wielka Brytania Nowa Zelandia
Pankratz 2014	17 krajów - analiza skupień na podstawie	Liberalny Kanada Wielka Brytania Stany Zjednoczone	Konserwatywny Austria Belgia Szwajcaria	Socjaldemokratyczny Dania Finlandia Norwegia	Latin Rim Włochy Hiszpania	Australijsko-azjatycki Nowa Zelandia Australia

	wydatków zdrowotnych		Holandia Francja Niemcy	Szwecja			
Yu 2014	17 krajów - grupowanie hierarchiczne na podstawie wydatków zdrowotnych, systemów ochrony zdrowia i oczekiwanej długości życia	Grupa 1 Stany Zjednoczone	Grupa 2 Malezja Tajlandia	Grupa 3 Australia Austria Dania Finlandia Francja Hong-Kong Włochy Norwegia Singapur Wielka Brytania	Grupa 4 Niemcy Japonia Holandia Korea Południowa Taiwan		
Olivera 2015	28 krajów - klasyfikacja na podstawie wieloczynnikowego indeksu aktywnego starzenia	Liberalny Irlandia Wielka Brytania	Konserwatywny Austria Francja Niemcy Luksemburg Belgia Holandia	Socjaldemokratyczny Dania Finlandia Szwecja	Południowy Grecja Włochy Hiszpania Portugalia Malta Cypr	Postkomunistyczny Bułgaria Chorwacja Czechy Węgry Polska Słowacja Rumunia Słowenia	Bałtycki Litwa Łotwa Estonia

Farkas 2016	25 krajów Wieloczynnikowa analiza skupień na podstawie metody DoC, klasyfikacja bazująca na poziomie wydatków socjalnych, dysproporcjach dochodowych oraz udziale rządu w wydatkach socjalnych.		Europa północno- zachodnia Austria Belgia Dania Wielka Brytania	Kraje Nordyckie Finlandia Luksemburg Szwecja	Kraje śródziemnomorskie Grecja Włochy Portugalia Hiszpania	Europa Środkowa i wschodnia Bułgaria Czechy Estonia Polska Litwa Łotwa Węgry Rumunia Słowacja Słowenia
-----------------------	---	--	--	---	---	---

Tabela 2.4 Przegląd klasyfikacji reżimów państwa dobrobytu oraz metod wykorzystanych do ich wyodrębnienia.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Leibfried i Pierson 1992) (Kangas i Palme 1994) (Ferrera 1996) (Bonoli 1997) (Korpi i Palme 1998) (Amable 2003) (Bambra 2006) (Pankratz 2014) (Yu 2014) (Olivera 2015) (Farkas 2016)

Analizując tabelę, w pierwszej kolejności zauważamy, że na przestrzeni ostatnich trzech dekad pojawia się wiele klasyfikacji „welfare state”. Dotychczasowy dorobek badaczy pozwala spojrzeć na pojęcie dobrobytu z różnych punktów widzenia, wynikających ze zróżnicowania czynników, które zostały wykorzystane przy klasyfikacjach. Autorzy badań uzyskują różne liczby grup państw i wprowadzają różne nazwy dla ustalonych przez siebie grup. Możemy jednak zauważyć, że są państwa, które bez względu na cytowany artykuł, znajdują się razem w ustalonej grupie. Tak jest i w pierwszym z przytoczonych przez nas modelu (Leibfried i Pierson 1992), który odwołuje się do opisowych miar systemów społeczno-ekonomicznych funkcjonujących w różnych państwach, jednak miary te są poszerzone o charakterystykę sytuacji prawnej jednostki oraz analizę podstawowych źródeł dochodów społeczeństwa. Na podstawie ustalonych miar Leibfried w odróżnieniu od Esping-Andersena wyodrębnia cztery reżimy polityki społecznej. Esping-Andersen wyróżnił liberalny, konserwatywny i socjaldemokratyczny reżim, zaś Leibfried nazywa je kolejno anglosaskim, bismarckim i skandynawskim, a dodatkowo wyróżnia czwarty, który nazywa Latin-Rim.

Model Latin-Rim, który po raz pierwszy został wyodrębniony przez Leibfrieda (1992), w dalszej literaturze jest określany również jako model śródziemnomorski lub południowy. Obejmuje on państwa o specyficznym podstawowym modelu państwa opiekuńczego. W tym modelu opieka socjalna jest zagwarantowana w podstawowych aktach prawnych, jednak nie jest ona dostatecznie dobrze rozwinięta na poziomie szczegółowych rozwiązań legislacyjnych czy też na poziomie instytucjonalno-infrastrukturalnym. W krajach należących do modelu śródziemnomorskiego funkcjonuje dobrze rozwinięty system ochrony osób starszych, natomiast o wiele słabiej jest rozwinięta polityka prorodzinna i system świadczeń dotyczących utraty pracy i bezrobocia. W modelu tym pomoc prorodziną państwa w pewnym stopniu zastępuje pomoc rodzinna w wielopokoleniowych gospodarstwach domowych (Ferrera 1996). W tabeli grupa państw tzw. model śródziemnomorski został również wyszczególniony w dalszych pracach Ferrera (1996), Bonoli (1997), Amable (2003), Pankratz (2014) i Farkas (2016). Fakt wyodrębnienia tego modelu w tak licznych badaniach ma fundamentalne znaczenie dla naszych dalszych analiz. W istocie, pomimo zastosowania do klasyfikacji różnych zmiennych, model śródziemnomorski wydaje się stabilny i stanowi stały element wielu klasyfikacji reżimów państw dobrobytu.

Kolejnym stosunkowo nowym wyróżnionym modelem jest model występujący w obszarze Europy Środkowej i Wschodniej, nazywany modelem postkomunistycznym. Stanowi on między innymi element klasyfikacji reżimów polityki społecznej opracowany przez Olivera (2015), który bazując na wieloczynnikowej analizie relacji społecznych obejmującej między

innymi problematykę zatrudnienia, udziału w życiu społecznym, kwestie zdrowotne wykorzystuje wskaźnik aktywnego starzenia (The Active Ageing Index) jako wyznacznik przynależności do konkretnej grupy państw dobrobytu. Olivier równocześnie wyodrębnia grupę państw postkomunistycznych oraz krajów bałtyckich, które nazywa postsowieckimi.

Cenne wnioski w kontekście prowadzonych przez nas badań otrzymuje Amable (2003), który przypisuje poszczególne kraje Europy Środkowej i Wschodniej (CEE - Central East European) do wyłonionych reżimów. Analizując poszczególne obszary instytucjonalne, w wyodrębnionym przez Amable modelu dostrzegamy pewne wspólne cechy zarówno rynku dóbr i usług oraz zdolności produkcyjnych, innowacyjności gospodarek, rynku pracy, systemu finansowego i edukacyjnego jak i ochrony socjalnej, które można porównać z wcześniej ustalonymi modelami w następujący sposób:

- Rynek dóbr i usług oraz zdolności produkcyjne gospodarki krajów CEE należą do jednej z dwóch grup w zależności od tego, czy charakteryzuje się umiarkowanymi lub większymi przeszkodami biurokratycznymi, które oznaczają niską lub umiarkowaną ingerencję państwa w gospodarkę. Zatem, grupy mają charakterystyki jednego z dwóch modeli: socjaldemokratycznego lub śródziemnomorskiego.
- Innowacyjność gospodarek oraz prace badawczo-rozwojowe prowadzone w krajach postsocjalistycznych jest porównywalna z krajami śródziemnomorskimi.
- Rynek pracy, który w wyniku przeprowadzonej analizy dzieli się na dwie grupy: pierwsza to kraje posiadające cechy rynku pracy typowe dla krajów śródziemnomorskich; druga grupa przyjmuje charakterystyki właściwe dla państw modelu kontynentalnego. Wyjątek stanowi Słowenia, która nie jest przypisana do żadnej z grup. System finansowy oparty na dobrze rozwiniętym systemie bankowym stanowi o podobieństwie do modelu krajów kontynentalnych.
- Pod względem stopnia ochrony socjalnej kraje dzielą się na dwie grupy: Polska, Węgry i Słowenia, które posiadają cechy krajów kontynentalnych; pozostałe siedem krajów postsocjalistycznych przypisuje się do modelu rezydualnego.
- System edukacji w krajach postkomunistycznych dorównuje standardom przyjętym w krajach „starej” Unii. Trudno jest dokonać przypisania poszczególnych krajów do powszechnie stosowanych modeli państwa dobrobytu, jednak najbardziej są one zbliżone do modelu kontynentalnego.

Problematyka reżimów polityki społecznej panujących w krajach Europy Środkowej i Wschodniej jest gruntownie zbadana i szeroko opisana przez Farkas (2016) w pracy

zatytułowanej „Models of capitalism in The European Union - Post-crisis perspectives”. Autorka dokonuje klasyfikacji według poziomu wydatków socjalnych przy jednoczesnym uwzględnieniu poziomu dysproporcji dochodowych oraz stopnia udziału rządu w finansowaniu opieki społecznej. Wskazuje, że kraje postsocjalistyczne w przeprowadzonej analizie obejmującej 28 krajów członkowskich Unii Europejskiej, przeważnie stanowią odrębną grupę na tle „starych” krajów członkowskich UE. Przedstawia także, dowody empiryczne na to, że kraje postsocjalistyczne nie pasują do powszechnie znanych modeli, które zostały opracowane dla pozostałych krajów Unii Europejskiej. W tabeli 2.5 przedstawiamy cztery modele kapitalizmu w krajach Unii Europejskiej zaproponowane przez Frakas (2016).

Kryteria grupowania	Państwa spełniające kryteria
<ul style="list-style-type: none"> • wysoki poziom wydatków socjalnych • niski poziom dysproporcji dochodowych • wysoki odsetek świadczeń rodzinnych i na dzieci w całości wydatków socjalnych • wysoki udział rządu w finansowaniu wydatków socjalnych 	Dania, Finlandia, Luksemburg, Szwecja
<ul style="list-style-type: none"> • niski poziom wydatków socjalnych • umiarkowany poziom dysproporcji dochodowych • względnie wysoki poziom zagrożenia ubóstwem • wysoki udział rządu w finansowaniu wydatków socjalnych 	Irlandia
<ul style="list-style-type: none"> • wysoki poziom wydatków socjalnych • umiarkowany poziom dysproporcji dochodowych • niski odsetek świadczeń rodzinnych i na dzieci w całości wydatków socjalnych • niski udział rządu w finansowaniu wydatków socjalnych przy relatywnie wysokim poziomie składek płaconych przez pracowników i pracodawców 	Austria, Belgia, Wielka Brytania, Francja, Grecja, Holandia, Polska, Węgry, Niemcy, Włochy, Portugalia, Hiszpania, Słowenia
<ul style="list-style-type: none"> • duże zróżnicowanie dochodów • umiarkowany odsetek świadczeń rodzinnych i na dzieci w całości wydatków socjalnych • wysoki udział pracowników w finansowaniu wydatków socjalnych, • relatywnie niski udział rządu w finansowaniu wydatków społecznych 	Bułgaria, Czechy, Estonia, Łotwa, Litwa, Rumunia, Słowacja

Tabela 2.5 Modele kapitalizmu w krajach Unii Europejskiej
Źródło: Opracowanie własne na podstawie Frakas (2016)

Systemy instytucjonalne krajów postsocjalistycznych mają wspólne cechy odróżniające je od systemu „starej” Unii. Z tego powodu Autorka proponuje, aby tę konkretną grupę państw poddać oddzielnej analizie prowadzącej do wyłonienia grup w ramach reżimu postkomunistycznego. Bazując na ustalonych w Amable (2003) kryteriach takich jak zdolność produkcyjna i stopień innowacyjności gospodarki oraz jej potencjał badawczo-rozwojowy, rynek pracy i sytuacja w przemyśle, ocena systemów finansowych i opieki społecznej oraz systemu edukacji, za pomocą metod skalowania wielowymiarowego, dzieli kraje postkomunistyczne na trzy grupy: kraje wyszehradzkie, kraje bałtyckie oraz kraje Europy Środkowo-Wschodniej. Jednocześnie wskazuje na odrębny charakter modeli kapitalistycznych,

funkcjonujący w Słowenii i Chorwacji, dlatego też nie przypisuje ich do żadnej z wyodrębnionych grup (zob. tab. 2.6).

Kraje wyszehradzkie	Kraje bałtyckie	Kraje Europy południo-wschodniej	Kraje posiadające swoją własną ścieżkę rozwoju
Polska Czechy Słowacja Węgry	Litwa Łotwa Estonia	Bułgaria Rumunia	Słowenia Chorwacja

Tabela 2.6 Klasyfikacja modeli państwa dobrobytu w Europie środkowej i wschodniej
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Farkas 2016)

Farkas (2016) ustala wspólne cechy świadczące o podobieństwie pomiędzy poszczególnymi państwami. Natomiast Golinowska (2018) zwraca uwagę na skomplikowane relacje gospodarcze oraz zaszłości historyczne w poszczególnych krajach byłego bloku socjalistycznego. Podobna próba klasyfikacji na podstawie obszarów instytucjonalnych państw kapitalistycznych, lecz w znacznie węższym zakresie, bo obejmująca jedynie Polskę i Ukrainę, została wykonana przez Mykhnenko (2005). Natomiast gruntownego przeglądu badań dotyczących odmian kapitalizmu w Europie Środkowo-wschodniej dokonał zespół badawczy pod kierownictwem Rapackiego (2018). Klasyfikację Farkas wykorzystujemy jako podstawę do prowadzonych przez nas badań empirycznych.

Z przedstawionego wyżej przeglądu literatury wynika, że na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci stosuje się wiele zróżnicowanych metod w celu klasyfikacji krajów według obowiązujących w nich zasad polityki społecznej. Bez względu na sposób w jaki przypisuje się dane państwo do konkretnego modelu państwa dobrobytu, każda z wykonanych klasyfikacji ma na celu wykazanie podobieństw w sposobie prowadzenia polityki społecznej państwa. Metody pozwalające na wykazanie podobieństw z biegiem czasu stają się coraz bardziej zaawansowane i złożone, natomiast rozwój technologii pozwala na włączenie do analizy większej liczby zmiennych oraz zaawansowanych metod obliczeniowych. Poniżej skupiamy uwagę na badaniach, w których wykorzystuje się tego typu metody.

Jednym z nich jest badanie Chybalskiego i Gumoli (2018), w którym dokonują oceny podobieństwa i zbieżności systemów emerytalnych pod względem trzech głównych celów: adekwatności, stabilności oraz modernizacji. Autorzy wykorzystują w nim metody wielowymiarowej analizy statystycznej, bazującej na syntetycznych wskaźnikach opisujących systemy emerytalne oraz stosują aglomeracyjne hierarchiczne grupowanie. Analiza obejmuje 27 krajów członkowskich Europejskiego Obszaru Gospodarczego i dotyczy sytuacji w latach

2005, 2010 oraz 2015. Podstawowe zmienne użyte w procesie grupowania to wskaźnik zagrożenia ubóstwem osób starszych, mediana dochodów uzyskiwanych przez osoby powyżej 65 roku życia, stopa zastąpienia, wskaźnik nierówności rozkładu dochodów osób powyżej 65 roku życia, procentowy udział wydatków emerytalnych w PKB, procentowy udział osób w wieku 55-64 w rynku pracy, średnia liczba przepracowanych lat. Dla wskaźników zagrożenia ubóstwem, mediany dochodów oraz stopy zastąpienia uwzględniono płeć. Otrzymane wyniki grupowania dla poszczególnych lat przedstawiamy w tabeli 2.7.

Grupa 1	Grupa 2	Grupa 3	Grupa 4	Grupa 5	Grupa 6
Rok 2005					
Belgia Malta Czechy Słowacja Luksemburg	Grecja Francja Włochy Portugalia	Węgry Polska Austria	Dania Niemcy Holandia Szwecja Islandia	Estonia Irlandia Hiszpania Łotwa	Litwa Słowenia Finlandia Wielka Brytania Norwegia Cypr
Rok 2010					
Belgia Malta Grecja Dania Niemcy Finlandia Holandia	Estonia Łotwa Irlandia Litwa	Cypr Szwecja Norwegia Islandia	Hiszpania Portugalia Wielka Brytania Słowenia	Francja Polska Włochy Austria	Czechy Słowacja Luksemburg Węgry
Rok 2015					
Belgia Polska Czechy Węgry Słowacja Luksemburg	Grecja Austria Włochy Francja Portugalia Hiszpania	Dania Holandia Niemcy Wielka Brytania Finlandia	Szwecja Norwegia	Estonia Litwa Łotwa	Irlandia Cypr Malta Słowenia

Tabela 2.7 Klasyfikacja Systemów Emerytalnych w krajach EOG wg Chybalskiego i Gumoli
Źródło: Opracowanie własne na podstawie Chybalski i Gumola (2018)

Kolejnym przykładem są publikacje chorwackich badawczy (Krgan 2019) i (Krgan, Pavkovic i Zmuk 2020), dotyczące analiz systemów emerytalnych, sytuacji demograficznej i makroekonomicznej 11 państw członkowskich Unii Europejskiej, które stały się częścią wspólnoty w ciągu ostatnich kilkunastu lat. W pracach tych do grupowania wykorzystuje się analizę skupień, wskazując, że jest to jedna z najbardziej odpowiednich metod statystycznych do tego celu. Użyto 11 różnych wskaźników, trzy z nich odnoszą się stricte do systemów emerytalnych, cztery kolejne mają charakter demograficzny, natomiast kolejne cztery obrazują sytuację makroekonomiczną oraz rynek pracy w badanych państwach (zob. tab. 2.8).

Systemy emerytalne	Demograficzne	Makroekonomiczne
<ul style="list-style-type: none"> • Średni efektywny wiek przejścia na emeryturę • Wydatki emerytalne jak procent PKB • Stopa zastąpienia 	<ul style="list-style-type: none"> • Współczynnik dzietności • Saldo migracji netto • Oczekiwana długość życia w wieku 65 lat • Współczynnik wsparcia społecznego osób starszych 	<ul style="list-style-type: none"> • Stopa wzrostu gospodarczego • Współczynnik realnej produktywności pracy w przeliczeniu na osobę • Współczynnik aktywności zawodowej • Stopa bezrobocia

Tabela 2.8 Wskaźniki klasyfikacji systemów emerytalnych krajów Europy Środkowo-Wschodniej
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Krapan 2019)

Autorzy opracowania badają podobieństwo systemów emerytalnych jedenastu krajów, które nazywają nowymi państwami członkowskimi Unii Europejskiej. Stosują wielowymiarową analizę statystyczną. Dla każdej z trzech kategorii zmiennych ustalają grupy przy użyciu metod hierarchicznych. Ponieważ liczba badanych gospodarek jest niewielka, przyjmują, za najbardziej odpowiedni podział na dwie grupy (zob. tab. 2.9). Przeprowadzona analiza dotyczy 11-stu krajów post-socjalistycznych, które napotykają trudności w funkcjonowaniu systemów emerytalnych. Równocześnie w trakcie analizy trendów demograficznych, podobną grupę tworzą kraje o niekorzystnych trendach (Wskaźniki demograficzne – Grupa 1). W podziale, opartym na wskaźnikach makroekonomicznych wyróżnia się Rumunia, ze względu na szybszy wzrost gospodarczy i niższą stopę bezrobocia.

Systemy emerytalne		Wskaźniki demograficzne		Wskaźniki makroekonomiczne	
Grupa 1	Grupa 2	Grupa 1	Grupa 2	Grupa 1	Grupa 2
Bułgaria	Litwa	Bułgaria	Czechy	Rumunia	Bułgaria
Chorwacja	Łotwa	Chorwacja	Estonia		Chorwacja
Czechy	Estonia	Węgry	Polska		Czechy
Węgry	Rumunia	Litwa	Słowacja		Estonia
Polska		Łotwa	Słowenia		Węgry
Słowacja		Rumunia			Litwa
Słowenia					Łotwa
					Polska
					Słowacja
					Słowenia

Tabela 2.9 Klasyfikacja państw Europy Środkowo-Wschodniej wg różnych kategorii wskaźników
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Krapan 2019)

Przeprowadzone badanie, użyte w nim zmienne oraz otrzymane wyniki stanowią cenny element składowy klasyfikacji modeli dobrobytu w krajach Europy Środkowej i Wschodniej. Dobór zmiennych jest korzystny zwłaszcza w kontekście ryzyka długowieczności, które niewątpliwie na przestrzeni ostatnich dekad zyskuje na znaczeniu i jest przedmiotem licznych analiz.

W kontekście prowadzonych przez nas badań szczególnego znaczenia nabiera publikacja Trzpiot i Majewskiej (2020), w której autorki po wybraniu 28 Europejskich krajów zidentyfikowały główne czynniki ryzyka długowieczności. Są to stopa wzrostu produktu krajowego brutto, stopa inflacji, poziom oszczędności krajowych, odsetek ludności w wieku powyżej 65 roku życia oraz wskaźnik wieku osób starszych. Na podstawie analizy obejmującej lata 2010-2016, wyodrębniają 3 grupy państw przedstawiane w tabeli 2.10.

Grupa 1	Grupa 2	Grupa 3
Włochy	Irlandia	Węgry
Niemcy	Rumunia	Czechy
Finlandia	Cypr	Estonia
Dania	Polska	Malta
Holandia	Słowacja	Łotwa
Francja		Portugalia
Wielka Brytania		Grecja
Szwecja		Hiszpania
Belgia		Słowenia
Austria		Bułgaria
		Chorwacja
		Litwa

Tabela 2.10 Klasyfikacja państw wg czynników wpływających na ryzyko długowieczności.
Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Trzpiot i Majewska 2020)

Należy zauważyć, że spośród 28 analizowanych krajów Luksemburg stanowi odrębną grupę i nie jest przypisany do żadnej z trzech pozostałych grup. Wyniki świadczą o złożoności ryzyka długowieczności i trudnościach w wyodrębnieniu jednorodnych, stabilnych grup państw za pomocą statycznych metod, jak grupowanie hierarchiczne. Jednocześnie autorki publikacji stwierdzają zauważalne zmiany skorelowania badanych zmiennych. W okresie pomiędzy rokiem 2010 a 2016 wskazują trzy czynniki o wysokiej wyjaśnionej wariancji, pozwalające uchwycić charakter ryzyka długowieczności. Złożony charakter ryzyka długowieczności nie pozwala na konstruowanie czynników składających się z tych samych zmiennych dla każdego kraju. Wynika to z faktu, że długość życia rośnie w różnym tempie w różnych krajach. Dlatego efekty starzenia się populacji są różne w poszczególnych krajach. Różnica ta jest związana np. ze stanem zdrowia, profilami wieku, stylem życia, postępami w diagnozowaniu chorób i leczeniem. To są powody, dla których należy zrozumieć czynniki przyczynowe, leżące u podstaw długowieczności, proces starzenia się oraz cechy rządzące różnymi populacjami. Dla zarządzania ryzykiem ważna jest ocena ryzyka oraz instrumenty pozwalające na zabezpieczenie i transfer ryzyk. W przeprowadzanej analizie stabilności Trzpiot i Majewska (2020) podkreślają zmieniające się korelacje, ukazując silniejsze powiązania badanych czynników stanowiących ryzyka.

2.5 Podsumowanie

Podsumowując rozważania, jakie podejmujemy w drugim rozdziale podkreślamy, że stanowią one niezbędny etap na drodze do realizacji głównego celu naszej pracy. Przed podjęciem rozważań na temat wpływu modelu państwa opiekuńczego na poziom ryzyka długowieczności, analizujemy modele państwa opiekuńczego, wymiennie nazywanego w literaturze modelem państwa dobrobytu lub państwa socjalnego. Najpierw prezentujemy podstawy teoretyczne państwa dobrobytu, zarysowując również kontekst historyczny teorii dobrobytu. Punktem wyjścia do dalszych rozważań, jest klasyfikacja Espinga-Andersena z 1990 roku, która jest obiektem zainteresowania wielu naukowców. Następnie przedstawiamy analizę literatury, mającą na celu ukazanie ewolucji klasyfikacji modeli polityki społecznej, jaka dokonała się od chwili opublikowania dzieła Espinga-Andersena, aż do roku 2016, w którym została szczegółowo opisana klasyfikacja obejmująca państwa z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej. Następnie wskazujemy szereg publikacji, w których w procesie klasyfikacji państw poszczególni autorzy wykorzystują metody analizy skupień oparte o wskaźniki z różnych obszarów życia społeczno-gospodarczego. Analiza podziałów na grupy państw, jaką opisujemy na podstawie przytoczonych źródeł literatury ma na celu znalezienie podobieństw pomiędzy poszczególnymi państwami w celu przypisania ich do grup krajów o zbliżonej charakterystyce.

Przedstawiony przegląd literatury w zakresie klasyfikacji reżimów państwa opiekuńczego stanowi podstawę dwóch autorskich podziałów badanych krajów ze względu na podobne uwarunkowania społeczno-ekonomiczne, które przedstawiamy w rozdziale czwartym.

ROZDZIAŁ III

RYZIKO DŁUGOWIECZNOŚCI

W 2019 roku w 38 krajach członkowskich Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju żyło 232 miliony osób w wieku co najmniej 65 lat (65+) oraz 62 miliony osób w wieku co najmniej 80 lat (80+), co stanowi odpowiednio 17,3% całej populacji, oraz 4,6% całej populacji. Wartości te według najnowszych prognoz OECD (2021) wzrosną w 2050 roku, odpowiednio do poziomu 26,7% dla grupy osób 65+ oraz 9,8% dla osób w wieku 80+. Raport OECD Society (2019) podaje współczynnik obciążenia demograficznego osób starszych (ang. *old age dependency ratio*), czyli stosunek liczby osób 65+ do liczby osób w wieku 15-64 lata. W 2019 roku (OECD Society 2019) współczynnik ten wynosił 30,2% a ówczesne prognozy dotyczące tego wskaźnika zapowiadają, że w 2050 roku wyniesie on 52,7%. Z raportu tego wynika również, że w 2019 roku na jedną osobę w wieku emerytalnym przypadało 3,31 osoby w wieku produkcyjnym, natomiast, prognozuje się, że w 2050 roku, że wielkość ta wyniesie 1,89 osoby. Nieustannie rosnąca oczekiwana długość dalszego trwania życia ludzkiego, powoduje, że konieczna jest zmiana podejścia do sposobu aktywności zawodowej, oszczędzania, inwestowania, ubezpieczenia i finansowania środków do życia na emeryturze. Zespół badaczy w monografii opracowanej pod kierownictwem Mitchel (2022) podaje kluczowe wnioski płynące z badań nad szybkim starzeniem się społeczeństwa. Po pierwsze, powszechna jest obawa wielu ludzi, związana z tym, że w starszym wieku będą niesamodzielni lub niepełnosprawni. W konsekwencji mogłoby zabraknąć im środków do zapewnienia bezpieczeństwa finansowego oraz pokrycia kosztów leczenia i opieki długoterminowej. Po drugie, osoby pracujące dłużej niż wynosi przewidziany przepisami prawa wiek emerytalny, mogą zwiększyć swoje bezpieczeństwo emerytalne. Dłuższa praca powoduje późniejsze sięganie po zgromadzone oszczędności i zazwyczaj prowadzi do zwiększenia wysokości późniejszych świadczeń emerytalnych, wypłacanych zarówno ze środków publicznych jak i prywatnych funduszy emerytalnych. Po trzecie, osoby starsze wolą, aby opieka długoterminowa była świadczona w miejscu ich zamieszkania zamiast w zewnętrznej placówce, ale systemy opieki zdrowotnej nie są gotowe na znacznie większe koszty takiej opieki długoterminowej. Po czwarte, postęp technologiczny w medycynie jest w pewnym stopniu pomocny, jednak choroby w wieku starczym w miarę upływu czasu będą wymagały większego niż obecnie zaangażowania ze strony państwa oraz prywatnego sektora ubezpieczeniowego. Po piąte, ważne w zarządzaniu ryzykiem, wynikającym z dynamicznego procesu starzenia się społeczeństwa, jest partnerstwo pomiędzy instytucjami publicznymi a

sektorem prywatnym, gdyż podmioty prywatne mogą być bardzo pomocne w transferze ryzyka związanego ze starzeniem się społeczeństwa na rynki kapitałowe. Ponadto prywatne podmioty ubezpieczeniowe mogą pomóc bezpośrednio osobom starszym w pozyskiwaniu dodatkowych dochodów z posiadanego przez nie majątku a w konsekwencji poprawy ich sytuacji finansowej. W kontekście przytoczonych powyżej wniosków jak i danych w raportach OECD, dotyczących populacji osób starszych oraz w świetle zmian w strukturze demograficznej społeczeństwa, jakie postępują od kilku dekad, zwiększa się znaczenie ryzyk wynikających ze zmian w strukturze demograficznej społeczeństwa. Jednym z głównych zagrożeń wynikających ze starzenia społeczeństwa jest ryzyko długowieczności, które stanowi przedmiot naszych rozważań w niniejszym rozdziale.

Niniejszy rozdział rozpoczynamy od analizy, na bazie literatury, różnych ujęć pojęcia ryzyka długowieczności oraz czynników wpływających na to ryzyko. Następnie na podstawie danych OECD prezentujemy wnioski dotyczące skutków finansowych ryzyka długowieczności, na które patrzymy przez pryzmat wydatków emerytalnych i zdrowotnych. Dalej analizujemy związek między rozwojem gospodarczym a oczekiwaną długością dalszego trwania życia. Istotną część tego rozdziału to prezentacja teoretycznych podstaw modelowania i pomiaru ryzyka długowieczności, w której omawiamy precyzyjnie każdy z modeli, do których się odwołujemy tj. modeli jednooperacyjnych Lee-Cartera, Ranshawa-Habermana, Niu-Melenberga oraz wielopopulacyjnych Li-Lee oraz Boonena-Li. Dla modeli Niu-Melenberga oraz Boonena-Li opracowujemy autorską procedurę obliczeniową.

3.1 Ryzyko długowieczności w literaturze

Badania dotyczące RD rozpoczęto już w latach 80-tych i 90-tych XX wieku. Wśród nich można wymienić między innymi prace Healy (1981), Bodie (1990) oraz Ehrish i Lui (1991). Miały one głównie wymiar teoretyczny, gdyż w tamtym okresie problem konsekwencji wynikających z rosnącej oczekiwanej długości życia nie stanowił poważnego zagrożenia dla stabilności systemów finansowych. Natomiast zmiany w strukturze demograficznej społeczeństwa spowodowane rosnącą długością życia ludzkiego oraz zwiększającą się populacją osób starszych sprawiają, że RD staje się obiektem zainteresowania wielu badaczy, w kontekście pojedynczych krajów, grup państw jak i w skali globalnej. Jednymi z pierwszych, którzy zbadali zjawisko RD z perspektywy jego finansowych konsekwencji byli Blake, Cairns oraz Dowd (2006). Opisali oni problem RD jako niepewności dotyczącej dynamiki całkowitej umieralności i omówili sposoby zarządzania ekspozycją na to ryzyko. Natomiast Pitacco (2008) jako jeden z pierwszych opisał RD oraz sposoby wyceny, związanych z nim, papierów

dłużnych. Wspomniani badacze upatrują źródeł RD przede wszystkim w niższej niż oczekiwano umieralności, występującej w danej populacji. Wynikające z tego zagrożenie dotyczy głównie zagregowanego ryzyka spowodowanego nieprawidłowym oszacowaniem przyszłych trendów umieralności, jak również nieprawidłowym oszacowaniem parametrów prognostycznego modelu umieralności. Wśród analizujących RD należy również wymienić Börger'a (2010), który podaje jego syntetyczną definicję. Określa RD jako niebezpieczeństwo, że dana osoba będzie żyła dłużej niż oczekiwano. Blake i współautorzy (2006) rozróżniają indywidualne ryzyko długowieczności od zagregowanego ryzyka długowieczności. Indywidualne ryzyko długowieczności jest związane z niepewnością dotyczącą wieku w jakim umrze konkretna osoba. Indywidualnym ryzykiem można zarządzać w stosunkowo prosty sposób, ponieważ można je wyeliminować poprzez łączenie ryzyka. Natomiast Tan i in. (2015) zwracają uwagę na szczególnie niebezpieczny charakter zagregowanego ryzyka długowieczności, gdyż dotyczy ono błędnego oszacowania trendu przyszłych wskaźników umieralności w danej grupie wiekowej lub też w wielu kohortach wiekowych stanowiących znaczną część populacji całego kraju. Tym samym ryzyko długowieczności może powodować poważne konsekwencje natury finansowej, zagrażając stabilności prywatnych funduszy emerytalnych jak również publicznych instytucji zabezpieczania emerytalnego.

Instytucje międzynarodowe również posługują się ściśle zdefiniowanymi pojęciami określającymi RD. Międzynarodowy Fundusz Walutowy (IMF 2016) utożsamia RD z sytuacją, w której faktyczna długość życia pojedynczych osób lub całej populacji przekracza oczekiwaną długość życia. Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego wiąże RD z koniecznością wypłaty świadczeń emerytalnych i rentowych przez okres dłuższy niż przewidywano (BCBS 2013). Natomiast eksperci OECD wskazują na dwojaki charakter RD w zależności od punktu odniesienia (Antolin 2010). Z punktu widzenia osób fizycznych jest to ryzyko wyczerpania własnych środków na sfinansowanie emerytury stwarzające niebezpieczeństwo popadnięcia w ubóstwo. Z punktu widzenia funduszy emerytalnych RD oznacza niebezpieczeństwo, że przyszłe płatności okażą się wyższe niż oczekiwano.

Również w wielu polskich pracach odnajdujemy próbę zdefiniowania RD. Trzpiot (2015) utożsamia RD z ryzykiem powiązaniem z rosnącą oczekiwaną długością życia m.in. emerytów oraz innych beneficjentów polis ubezpieczeniowych. Podobnie Adamska-Mieruszewska (2012), spoglądając na to ryzyko zarówno z perspektywy zagregowanej, rozumianej jako ryzyko wydłużenia średniej życia kohorty oraz indywidualnej oznaczającej większą niż prognozowaną długość życia jednostki. Jednocześnie zwraca ona uwagę na możliwość przedwczesnego wyczerpania oszczędności emerytalnych lub niewłaściwego

rozłożenia w czasie inwestycji. Bartkowiak (2011) dokonuje podziału na ryzyko indywidualne, dotyczące danej osoby oraz zagregowane odnoszące się określonej grupy osób. Szczepański (2014) definiuje całkowite ryzyko długowieczności jako sumę indywidualnego ryzyka długowieczności, które może przynieść dotkliwe negatywne konsekwencje dla poszczególnych jednostek, lecz nie stanowi zagrożenia dla stabilności finansowej systemów emerytalnych; oraz zagregowane ryzyko długowieczności powstałe w wyniku niewłaściwego oszacowania przyszłego trendu współczynnika umieralności dla całej populacji, które może stanowić zagrożenie dla stabilności systemów emerytalnych. Szumlicz (2006) wskazuje na ścisły związek RD z ryzykiem przedwczesnego wyczerpania oszczędności emerytalnych, powstałego na skutek długiego życia na emeryturze. Pojęcie zbyt długiego życia po osiągnięciu wieku emerytalnego występuje w sytuacji przekroczenia w okresie emerytalnym wieku przeciętnego dalszego trwania życia, który przewidywano dla danej osoby w chwili nabycia uprawnień do pobierania świadczeń emerytalnych. Przegląd definicji RD pozwala na wyciągnięcie wniosku, że jego występowanie może powodować poważne konsekwencje finansowe w wielu obszarach życia społeczno-gospodarczego.

Zatem z przeglądu literatury wyłania się dwoisty charakter RD: indywidualne i zagregowane. Indywidualne ryzyko długowieczności polega na tym, że dana osoba dożyje dłuższego wieku, niż oczekiwała. Zagregowane ryzyko długowieczności polega na tym, że w danym roczniku, inaczej nazywanym kohortą, średnia długość życia będzie dłuższa, niż oczekiwano. Innymi słowy, jest to ryzyko niewłaściwego oszacowania przyszłego trendu współczynnika umieralności. W niniejszej rozprawie przyjmujemy, że suma indywidualnego i zagregowanego ryzyka stanowi całkowite ryzyko długowieczności, jednak głównym przedmiotem prowadzonych przez nas badań jest zagregowane ryzyko długowieczności oraz wynikające z niego skutki finansowe.

3.2 Czynniki wpływające na ryzyko długowieczności

Długowieczność i czynniki, które mogą wydłużyć ludzkie życie, są od wielu lat tematem badań naukowych. Wyniki badań przeprowadzonych przez Christensena i Vaupela (1996) dowodzą, że do zjawiska długowieczności dochodzi w wyniku zaistnienia kilku głównych czynników takich jak uwarunkowania genetyczne, środowiskowe i czynniki medyczne. Również Herskind (1996) badając długoterminowe zależności demograficzne, zachodzące w populacji Danii dowodzi, że geny wyjaśniają od około 20 do 30 procent przyczyn długowieczności, natomiast zdarzenia losowe tłumaczą około 20 procent powodów długiego życia, przy czym udział czynników środowiskowych o różnym charakterze wynosi pomiędzy

50 a 60 procent. Badania przeprowadzone przez Passarino i in. (2016) na grupie osób, które żyją dłużej niż średnia oczekiwana długość życia, wskazują, że około 25% przypadków dłuższego życia, można wyjaśnić czynnikami genetycznymi, natomiast pozostałe 75% przypadków jest w dużej mierze spowodowane czynnikami środowiskowymi, głównie dietą i stylem życia. Luciani (2001) również zwraca uwagę na kluczową rolę składników losowych, które wynikają z interakcji między ludźmi, wpływających na ich szanse przeżycia oraz na nieprzewidywalne zdarzenia, które mają miejsce na przestrzeni całej długości życia. Z badań przeprowadzonych przez Ostan i in. (2016), możemy wyciągnąć wnioski, że bardzo duży wpływ na długość życia ma płeć i różnice w oczekiwanej długości życia kobiet i mężczyzn. Bengtson i in. (2016) z kolei proponują, aby spojrzeć na fenomen długowieczności jako zdolności do przeżycia powyżej określonego dla danej populacji średniego oczekiwanego wieku. Zdefiniowane w ten sposób RD dotyczy nie tylko indywidualnej zdolności do życia dłużej niż oczekiwano, ale obejmuje także całą populację i w tym przypadku jest wyrażona za pomocą średniego wieku w chwili śmierci. Kluczowym problemem staje się wyjaśnienie przyczyn występowania zagregowanego ryzyka długowieczności. Natomiast eksperci OECD (2017) po przeanalizowaniu danych z 35 krajów, podają, że do podstawowych czynników wpływających na długość życia należy zaliczyć wydatki na opiekę zdrowotną, palenie papierosów, spożycie alkoholu, zdrową dietę, poziom dochodów, poziom edukacji, poziom bezrobocia, oraz zanieczyszczenie środowiska. Zatem według analityków OECD oczekiwana długość dalszego trwania życia zależy od zmiennych, które należą do jednej z czterech głównych grup: systemu opieki zdrowotnej, stylu życia, dochodów i innych zmiennych socjoekonomicznych oraz czynników środowiskowych. Również Rahman i in. (2022) zwracają uwagę na zależność pomiędzy wysokością dochodu a długością życia. Dodatkowo Menotti i in. (2022) wskazują na silną relację pomiędzy cechami o charakterze antropometrycznym, behawioralnym, biofizycznym, biochemicznym i klinicznym a długowiecznością. Zatem podsumowując przegląd literatury, przedstawiamy grupy wybranych czynników mających wpływ na zjawisko długowieczności. Są to płeć, uwarunkowania genetyczne, styl życia i czynniki medyczne oraz czynniki socjoekonomiczne.

Wpływ płci na ryzyko długowieczności

Płeć jest niewątpliwie głównym czynnikiem, który należy wziąć pod uwagę przy badaniu różnic długości życia między kobietami i mężczyznami. Powszechnie wiadomo, że kobiety żyją dłużej niż mężczyźni. Szczegółowe porównanie różnic w długości życia oraz trendach śmiertelności prowadzimy w pierwszym rozdziale niniejszej rozprawy. Dlatego w tym

miejsu zwracamy jedynie uwagę na to, że według danych Banku Światowego (World Bank Data 2022), w 1960 roku średnia oczekiwana długość trwania życia kobiet w chwili urodzenia w krajach członkowskich OECD wyniosła 70,19 lat podczas gdy w 2020 roku była równa 81,96 lat. Te same wartości dla męskiej części populacji wyniosły odpowiednio w 1960 roku, 64,56 lat a w 2020 roku, 76,21 lat. Oznacza to, że sześć dekad temu przeciętna różnica pomiędzy oczekiwaną długością życia kobiet i mężczyzn wynosiła 5,63 lat, natomiast obecnie ta różnica wynosi 5,75 lat. Przyczyny różnicy oczekiwanej długości życia między płciami są wieloczynnikowe i nie do końca poznane. Badacze wskazują na dwa główne źródła tej różnicy; zewnętrzne takie jak uwarunkowania społeczne, kulturowe i środowiskowe oraz wewnętrzne o podłożu biologicznym i genetyczne. Jedna z hipotez zakłada, że krótsze życie mężczyzn wynika z większego udziału mężczyzn w rynku pracy (Baum 2021). Obecna sytuacja zawodowa kobiet nakazywałaby spodziewać się stopniowego zmniejszenia różnic w długości życia kobiet i mężczyzn. Jednak dziś kobiety nadal żyją dłużej od mężczyzn. Druga hipoteza zakłada to, że kobiety żyją dłużej, ponieważ rzadziej podejmują ryzykowne działania, zarówno te mogące narazić je na bezpośrednią utratę życia jak i te, które negatywnie wpływają na ich stan zdrowia w długim okresie (Zarullid i in. 2021). Chociaż skłonność do podejmowania ryzykownych działań w przeszłości mogła być częściej przypisywana mężczyznom to dziś trudno jest jednoznacznie wskazać, która płeć posiada większą skłonność do podejmowania zwiększonego ryzyka. Zróznicowanie długości życia względem płci przyjmuje różne wartości dla rozważanych w badaniu poszczególnych krajów członkowskich OECD. Z dotychczasowych badań wynika, że płeć jest głównym czynnikiem wpływającym na długowieczność, który powinien być brany pod uwagę przy konstruowaniu modeli prognostycznych oraz szacowaniu trendów przyszłych wskaźników umieralności.

Wpływ czynników genetycznych na ryzyko długowieczności

Badania przeprowadzone w ostatnich dziesięcioleciach dotyczące populacji różnych krajów, wskazują na obecność wspólnego czynnika genetycznego, powodującego długowieczność u spokrewnionych osób. Według Bozzini i in. (2017) wśród przebadanych osób, u których występuje gen odpowiedzialny za długowieczność, występuje o wiele większa szansa na dożycie zaawansowanego wieku niż w pozostałej części populacji. W szczególności, że osoby te mają większą szansę stania się osobami długowiecznymi i mniejsze ryzyko zachorowania na choroby związane z wiekiem, takie jak choroby układu krążenia, cukrzyca czy nowotwory. Jak zauważa Newman i in. (2013) większość badań nad starzeniem się ludzi koncentruje się wokół długowiecznych rodzin, w tym ich członków w starszym i średnim

wieku. Z powodu długowieczności u członków tej samej rodziny rozważana jest hipoteza o podłożu genetycznym długowieczności najprawdopodobniej wielogenowym. Wykazano, że geny mogą odpowiadać w około 30% za wyjaśnienie długości dalszego trwania życia. W rzeczywistości na długość życia człowieka składa się wiele złożonych cech, które determinowane są przez wiele genów z niewielkim wpływem cech indywidualnych. Jak wskazują eksperci Światowej Organizacji Zdrowia (WHO 2022), dotychczasowe badania dotyczące procesu starzenia skoncentrowane są przede wszystkim na determinantach zmienności długości życia człowieka, wykorzystując wiek w chwili śmierci jako podstawowy miernik. Jak zauważają Clerencia-Sierra i in. (2020), coraz częściej pojawiają się również badania dotyczące lat przeżytych w dobrym zdrowiu lub też analizy dotyczące przyczyn ekstremalnie długiego życia. Deelen i in. (2014) stwierdzają, że osoby z długowiecznych rodzin są mniej podatne na wiele powszechnie znanych chorób, natomiast posiadają one pulę genów zapewniających zachowanie zdrowia i ochronę przed chorobami w porównaniu z resztą populacji.

Wpływ stylu życia i czynników medycznych na ryzyko długowieczności

Przed wskazaniem związku stylu życia z długością życia warto wskazać na paradoks, z którego wynika, że w różnych częściach świata istnieją obszary geograficzne w których ludzie żyją znacznie dłużej niż w innych zakątkach globu. Buettner i Skemp (2016) zauważają, że jest tak między innymi w przypadku włoskiej wyspy Sardinii, greckiej Ikarii, kostarykańskiego półwyspu Nicoya, kalifornijskiego miasta Loma Linda czy też japońskiej wyspy Okinawa. Miejsca te są znane jako błękitne strefy długowieczności. Badania przeprowadzone wśród osób zamieszkujących te obszary wykazały, że osoby te łączy podobny styl życia, co może mieć wpływ na długość ich życia. Hao i in. (2019) dowodzą, że wśród cech przebadanych stulatków zaobserwowano rezygnację z palenia papierosów, stałą umiarkowaną aktywność fizyczną, ograniczone spożycie alkoholu, dbanie o dobre samopoczucie i dobre relacje społeczne, zdrową dietę, regularny i zdrowy sen oraz ogólną satysfakcję z życia. Zatem na podstawie przytoczonych publikacji stwierdzamy, że stulatkowie żyjący na wskazanych obszarach reprezentują specyficzny model zdrowego starzenia się. Niewątpliwie są oni dobrze przystosowani do warunków panujących w miejscu, gdzie żyją i prawdopodobnie kluczowe znaczenie mają nawyki związane ze stylem ich życia. Wielu badaczy a wśród nich Smith i Baltes (1998) zwraca uwagę, że w przypadku osób żyjących powyżej 100 lat na styl życia wpływa również płeć. W zależności od płci występują różne style życia zależne od warunków fizycznych oraz psychicznych kobiet czy mężczyzn. W związku z tym obserwujemy różne

wzorce starzenia się dla męskiej i żeńskiej części populacji. Jednak pomimo tego, że kobiety mają zazwyczaj większe predyspozycje do dożywania zaawansowanego wieku, to są one tym samym narażone na więcej czynników ryzyka w podeszłym wieku niż mężczyźni. Jest tak chociażby dlatego, że kobiety będące w związkach małżeńskich wdowieją o wiele częściej niż mężczyźni o podobnym statusie, co może powodować pogorszenie ich stanu zdrowia a przede wszystkim obniżenie statusu społeczno-ekonomicznego (Hao i in. 2019). Rozszerzając rozważania dotyczące stylu życia na całą populację w ślad za badaniami Forda ze współautorami (2012) oraz Menotti i in. (2022) zauważamy związek pomiędzy zdrowym stylem życia oraz związanymi z nim nawykami a głównymi przyczynami zgonu. W tabeli 3.1 zestawiamy najczęstsze przyczyny zgonu na świecie, w Europie oraz w Polsce w 2022 roku zidentyfikowane na podstawie bazy danych Światowej Organizacji Zdrowia (WHO).

Świat	Europa	Polska
choroba niedokrwienna serca	choroba niedokrwienna serca	choroba niedokrwienna serca
udar mózgu	udar mózgu	udar mózgu
przewlekła obturacyjna choroba płuc	choroba Alzheimera	przewlekła obturacyjna choroba płuc
infekcje dolnych dróg oddechowych	rak tchawicy, płuc i oskrzeli	infekcje dolnych dróg oddechowych
choroby noworodków	przewlekła obturacyjna choroba płuc	nowotwory okrężnicy i odbytnicy
rak tchawicy, płuc i oskrzeli	infekcje dolnych dróg oddechowych	przewlekła obturacyjna choroba płuc
choroba Alzheimera	nowotwory okrężnicy i odbytnicy	cukrzyca
choroby, których objawem jest m. in. biegunka	nadciśnienie tętnicze	marskość wątroby
cukrzyca	marskość wątroby	rak piersi
choroby nerek	cukrzyca	rak prostaty

Tabela 3.1 Główne przyczyny zgonów na Świecie, w Europie i w Polsce wg klasyfikacji WHO ICD-10

Źródło: Opracowanie własne na podstawie ("Global Health Estimates: Leading Causes of Death" 2022.)

Na podstawie danych zaprezentowanych w tabeli 3.1 wnioskujemy, że najczęstszą przyczyną zgonów bez względu na analizowany obszar, tj. na świecie, w Europie jak i w Polsce, są choroby serca. Zauważamy, że przyczyny zgonów różnią się w zależności od regionu. W Polsce najczęstsze trzy przyczyny zgonów różnią się od przyczyn w pozostałych regionach. Niewątpliwie na przestrzeni ostatnich dekad wzrasta świadomość społeczna w zakresie prowadzenia zdrowszego stylu życia. Zazwyczaj przejawia się on w formie lepszej diety, regularnych ćwiczeniach oraz w utrzymaniu zdrowia fizycznego, psychicznego i emocjonalnego. Z badań przeprowadzonych przez Wamble i in. (2019) w latach 1990-2015 wynika, że na wzrost oczekiwanej długości życia wpływa również rozwój diagnostyki, nowe

technologie stosowane w medycynie, nowe procedury oraz nowe leki. Wcześniejsze badania przeprowadzone przez tych samych autorów pokazują, że zwiększenie inwestycji w technologię medyczną doprowadza do poprawy kondycji zdrowotnej społeczeństwa. Ponadto nakłady poniesione na inwestycje w innowacje, zwłaszcza w nowe środki farmaceutyczne, wpływają zarówno na poprawę wyników zdrowotnych, jak i zmniejszenia kosztów leczenia.

Wpływ czynników socjoekonomicznych na ryzyko długowieczności

Z dotychczas zaproponowanej analizy danych oraz wniosków wynikających z badań przedstawionych w literaturze, wynika, że oczekiwana dalsza długość życia od kilku dekad wykazuje stały trend wzrostowy. Wzrost ten dotyczy większości państw świata, w tym także państw członkowskich OECD, które stanowią główny przedmiot naszych badań. Oprócz wcześniej wskazanych czynników, zauważamy, że obecnie kraje o wyższym dochodzie narodowym i wydatkach na opiekę zdrowotną mają zwykle dłuższą średnią długość życia. Czynniki takie jak PKB czy wydatki na opiekę zdrowotną mogą wyjaśniać część różnic w oczekiwanej długości trwania życia, występującej pomiędzy poszczególnymi państwami. Murtin i in. (2017) potwierdzają, że oczekiwana długość życia jest różna w różnych grupach ludności. Jako uzasadnienie swojej tezy podają przykład średniej długości życia, która jest niższa wśród osób o niższym poziomie wykształcenia we wszystkich krajach OECD. Wybór poziomu wykształcenia jako dodatkowego miernika różnic, wprost nawiązuje do koncepcji statusu socjoekonomicznego. W tej koncepcji pozycję społeczną człowieka określa się poprzez jego wykształcenie, zawód, dochód i majątek. Te czynniki wpływają na poziom zamożności a w konsekwencji powinny również prowadzić do lepszego stanu zdrowia w całej społeczności. W niniejszej rozprawie skupiamy się na zależnościach pomiędzy dochodem a długością życia. Podejście to motywujemy tym, że w wielu wcześniejszych badaniach wykazuje się pozytywny wpływ statusu socjoekonomicznego na zdrowie oraz długość życia. Takie wnioski można odnaleźć między innymi w badaniach Chetty i in. (2016), dotyczących populacji Stanów Zjednoczonych oraz w badaniach Mackenbach i in. (2018), obejmujących kraje Europy czy też w opracowaniu Lenthe i Mackenbach (2021), zawierającym wnioski odnoszące się do krajów o wysokim dochodzie. Od wielu lat temat statusu socjoekonomicznego budzi duże zainteresowanie wielu badaczy. W ostatnich latach wzrasta zainteresowanie tematem nierówności ekonomicznych i ich związkiem ze zdrowiem populacji. Status społeczno-ekonomiczny może powodować nierówności w dostępie do opieki zdrowotnej oraz innych usług medycznych, które wraz ze wzrostem długości życia nabierają szczególnego znaczenia. W literaturze odnajdujemy szereg prac, w których potwierdzana jest dodatnia korelacja między

statusem społeczno-ekonomicznym a zdrowiem. Zależność tę potwierdzają McMaughan, Olorunboba oraz Smith (2020). Związek statusu społecznego i zdrowia nazywany jest gradientem socjoekonomicznym (Adler i in. 1994) lub gradientem społecznym (Jakubowska 2017). Wiele badań wskazuje na wzrost znaczenia wpływu statusu społecznego na zdrowie wśród osób starszych. Opis tej zależności znajdujemy między innymi w pracach Dahl i Birkelund (1997), De Groot i in. (2004), Breeze i in. (2001) Belloni i in. (2013) oraz Lallo i Raitano (2018). Nierówności społeczne są również przedmiotem naszych badań. Wskazujemy koszty opieki zdrowotnej w różnych grupach wiekowych, zwłaszcza w grupie zawierającej się pomiędzy 60-tym rokiem życia a chwilą śmierci.

Będąc świadomymi tego, że wiele innych czynników, niż wymienione, ma wpływ na długość życia, pomimo coraz bardziej zaawansowanych metod obliczeniowych, nie sposób jest wziąć ich wszystkich pod uwagę. Zatem traktujemy wymienione wcześniej grupy czynników, wpływających na długość życia jako składniki indywidualnego ryzyka długowieczności, które nie stanowi przedmiotu prowadzonych przez nas badań. Analizy, które prowadzimy uwzględniają zagregowane trendy umieralności z rozróżnieniem płci oraz czynniki ekonomiczne, które mogą mieć wpływ na ten trend.

3.3 Finansowe skutki ryzyka długowieczności

Szacunki dotyczące skali finansowych skutków ryzyka długowieczności stanowią niezwykle rzadkość zarówno wśród publikacji naukowych jak i raportów opracowanych przez ekspertów branży ubezpieczeniowej. W pierwszej dekadzie XXI wieku pojawiły się pierwsze szacunki, mające na celu zmierzenie finansowego wpływu ryzyka długowieczności na rynki finansowe, budżety państw oraz rynek ubezpieczeniowy. Eksperti Forum CRO (2010), zrzeszającego największe firmy ubezpieczeniowe, szacują przedział w jakim mieści się całkowita globalna kwota ekspozycji na ryzyko długowieczności, związana z wypłatą rent i emerytur. Dolna granica w 2009 roku wynosi 15 miliardów dolarów amerykańskich, natomiast górny limit określany jest jako 25 miliardów dolarów. W raporcie Międzynarodowego Funduszu Walutowego (2012) zwraca się uwagę na to, że według stanu na 2011 rok, niewiele rządów oraz instytucji zabezpieczenia emerytalnego prawidłowo ocenia ryzyko długowieczności. W przytoczonym raporcie dokonuje się projekcji, ukazującej skutki niedoszacowania prognoz dalszego trwania życia, przy założeniu, że niedoszacowanie wynosi 3 lata. Koszty świadczeń dla osób starszych wzrastają o 50 procent, co stanowi dodatkowy koszt w dla budżetów państw. Przeprowadzany szacunek dla Stanów Zjednoczonych, podaje, że wzrost oczekiwanej długości życia spowodowałaby wzrost zobowiązań funduszy

emerytalnych i instytucji odpowiedzialnych za pokrycie kosztów leczenia o 9 procent. Natomiast według wyliczeń Bazylejskiego Komitetu Nadzoru Bankowego, roczne koszty wynikające z niedoszacowania prognoz dalszego trwania życia w 2012 roku wynoszą od 450 miliardów do 1 biliona dolarów (2013). Próby oszacowania wielkości finansowych konsekwencji, wynikających z ryzyka długowieczności, odnajdujemy między innymi w pracach Barrieu i in. (2012), którzy oceniają, że w latach 2009-2011 ekspozycja na ryzyko długowieczności w Stanach Zjednoczonych oscyluje wokół 20 miliardów dolarów amerykańskich. Wielkość ta jest ustalana na podstawie wartości kontraktów zawartych w celu transferu ryzyka długowieczności. W tej samej publikacji odnajdujemy również szacunki dotyczące wartości transakcji związanych z zabezpieczeniem przed ryzykiem długowieczności w Wielkiej Brytanii, które w analogicznym okresie wynoszą 2 miliardy funtów brytyjskich. Blake i Cairns (2021) to znani badacze zmian na rynku transferu ryzyka długowieczności. Wskazują oni, że kwota całkowita wartości transakcji związanych z transferem ryzyka długowieczności w krajach anglosaskich, przekracza w 2015 roku 300 miliardów USD, natomiast w 2020 roku przebija poziom 600 miliardów USD. W 2020 roku wartość ta w Stanach Zjednoczonych wynosi około 199 mld USD a w Wielkiej Brytanii 156 mld USD. Na podstawie przytoczonych źródeł można wyciągnąć wniosek, że szacunki dotyczące rozmiarów ryzyka długowieczności są bardzo niedokładnie. Jednocześnie wskazane przedziały, w których mieszczą się estymowane wartości znacząco różnią się od siebie. Warto zwrócić uwagę na fakt, że różnice wynikają nie tylko z faktu, że poszczególne publikacje dotyczą różnych lat. Również w pracach odnoszących się do tego samego okresu można odnaleźć znaczące odchylenia pomiędzy publikacjami różnych autorów czy też instytucji.

Po dokonaniu analizy opracowań naukowych oraz raportów czołowych instytucji międzynarodowych takich jak Organizacja Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (OECD), Organizacja Narodów Zjednoczonych, Międzynarodowy Fundusz Walutowy, oraz Komisja Europejska, wyłoniliśmy dwie główne kategorie wydatków, których wzrost jest spowodowany rosnącą długością życia. W naszej pracy proponujemy, aby na zjawisko finansowych skutków ryzyka długowieczności spojrzeć przez pryzmat kosztów które mają ścisły związek ze starzeniem się populacji, czyli: wydatki z tytułu wypłacanych świadczeń emerytalnych oraz wydatki na opiekę zdrowotną z uwzględnieniem wydatków na opiekę długoterminową. Kategoryzacja wydatków jaką proponujemy, ma swoje podstawy również w przeglądzie literatury, dotyczącej dochodów w okresie emerytalnym (Blake 2016), wydatków związanych ze starzeniem w krajach Europejskiego Obszaru Gospodarczego (Cylus, Figueras i Normand 2019), dekompozycji efektów starzenia w krajach OECD (Lee i Shin 2021), wydatków

sojalnych ponoszonych w związku ze starzeniem się populacji w krajach o wysokim dochodzie (Reynolds and Avendano 2018) oraz raportów przygotowanych przez instytucje międzynarodowe takie jak OECD (Health 2019) oraz ONZ (2014) i (Pensions at a Glance 2021), oraz (Komisja Europejska 2021). Z wyłonionych przez nas kategorii wydatkowych, odnoszących się w dużej mierze do populacji osób starszych odnotowujemy następujące wzrosty dla ogółu krajów członkowskich OECD w latach 1980-2018: wydatki emerytalne - wzrost z 5,66% PKB do 7,69% PKB, wydatki socjalne - zmiana z poziomu 14,51% PKB do 20,03% PKB (OECD Society 2019), wydatki zdrowotne - wzrost z 9,34% w 2005 do 12,34% w 2018; opieka długoterminowa - 1,5% PKB w 2015 (OECD 2021). Celem prowadzonych przez nas badań jest oszacowanie rocznych kosztów wynikających z wystąpienia zjawiska ryzyka długowieczności dla wybranych państw OECD. Nasze obliczenia opieramy o koszty ponoszone z tytułu wypłaty świadczeń emerytalnych oraz ochroną zdrowia przez okres dłuższy niż prognozowano, na podstawie prognoz oszacowanych z wykorzystaniem stochastycznych modeli umieralności.

W tabelach 3.2 oraz 3.3 wskazujemy poziom publicznych wydatków emerytalnych oraz zdrowotnych w relacji do PKB w latach od 2011 do 2018, w celu ukazania ich poziomu w poszczególnych krajach, oraz zobrazowania zmian jakie nastąpiły na przestrzeni badanego okresu.

Publiczne wydatki emerytalne jako procent PKB								
Kraj	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Model Skandynawski								
SWE	9,06%	9,72%	10,04%	9,77%	9,48%	9,62%	9,58%	9,44%
NOR	7,49%	7,64%	7,97%	8,37%	8,89%	9,40%	9,27%	9,06%
FIN	10,91%	11,62%	12,23%	12,66%	13,08%	13,28%	13,34%	13,34%
DNK	9,23%	9,42%	9,51%	9,67%	9,71%	9,50%	9,55%	10,02%
Model Liberalny								
AUS	4,68%	4,79%	4,98%	5,19%	5,31%	5,16%	4,99%	4,98%
NZL	4,74%	4,94%	4,83%	4,95%	5,00%	4,99%	4,88%	4,93%
USA	6,72%	6,76%	6,90%	6,97%	7,04%	7,16%	7,11%	7,06%
CAN	4,28%	4,45%	4,46%	4,53%	4,71%	4,83%	4,80%	4,85%
Model Konserwatywny								
AUT	13,31%	13,59%	13,85%	14,00%	13,91%	13,72%	13,58%	13,55%
FRA	13,73%	14,00%	14,23%	14,30%	14,22%	14,23%	14,06%	14,01%
CHE	6,35%	6,41%	6,47%	6,51%	6,62%	6,65%	6,69%	6,57%
DEU	10,34%	10,33%	10,24%	10,15%	10,24%	10,25%	10,20%	10,22%
Model Południowy								
ITA	15,54%	15,97%	16,40%	16,30%	16,29%	15,90%	15,77%	15,77%
ESP	10,32%	10,98%	11,57%	11,84%	11,61%	11,56%	11,45%	11,61%
PRT	12,78%	13,10%	14,03%	14,03%	13,43%	13,17%	12,80%	12,63%
Państwa Beneluksu								
NLD	5,93%	6,16%	6,29%	6,35%	6,18%	6,19%	6,02%	5,91%
BEL	10,31%	10,34%	10,65%	10,64%	11,50%	11,37%	11,55%	11,59%
Model Liberalny (Europa)								
GBR	6,67%	6,79%	6,62%	6,54%	6,42%	6,00%	5,89%	5,79%
IRL	5,66%	5,79%	5,50%	5,23%	3,96%	3,97%	3,75%	3,60%

Model Wyszehradzki								
POL	10,62%	10,93%	11,32%	11,25%	11,11%	11,06%	10,61%	10,77%
CZE	8,56%	8,78%	8,82%	8,56%	8,24%	8,10%	7,92%	7,90%
HUN	10,20%	10,85%	10,72%	10,12%	9,49%	9,34%	8,90%	8,47%
SVK	7,01%	7,20%	7,45%	7,72%	7,53%	7,58%	7,63%	7,52%
Model Bałtycki								
EST	6,80%	6,61%	6,56%	6,52%	7,00%	6,84%	6,56%	6,55%
LTU	7,08%	7,17%	6,80%	7,04%	6,92%	6,57%	6,40%	6,61%
LVA	8,40%	7,80%	7,75%	7,42%	7,30%	7,22%	7,11%	7,14%

Tabela 3.2 Publiczne wydatki emerytalne w relacji do PKB w latach 2011-2018

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD [www5]

Publiczne Wydatki na ochronę zdrowia jako procent PKB								
Kraj	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Model Skandynawski								
SWE	8,80%	9,04%	9,16%	9,20%	9,07%	9,14%	9,14%	9,28%
NOR	7,37%	7,39%	7,55%	7,92%	8,61%	8,99%	8,71%	8,54%
FIN	7,16%	7,50%	7,64%	7,63%	7,42%	7,15%	6,97%	6,96%
DNK	8,72%	8,86%	8,71%	8,69%	8,70%	8,62%	8,48%	8,46%
Model Liberalny								
AUS	5,91%	5,86%	5,69%	6,64%	6,98%	6,94%	6,99%	7,00%
NZL	7,70%	7,77%	7,49%	7,48%	7,33%	7,27%	7,05%	7,16%
USA	7,88%	7,85%	7,91%	13,38%	13,67%	13,92%	13,89%	13,78%
CAN	7,29%	7,41%	7,38%	7,26%	7,61%	7,71%	7,59%	7,60%
Model Konserwatywny								
AUT	7,48%	7,62%	7,61%	7,67%	7,68%	7,66%	7,69%	7,73%
FRA	8,50%	8,60%	8,68%	8,81%	8,77%	9,52%	9,44%	9,34%
CHE	6,40%	6,67%	6,80%	6,85%	7,13%	7,32%	7,38%	7,13%
DEU	8,96%	9,01%	9,22%	9,29%	9,42%	9,48%	9,57%	9,66%
Model Południowy								
ITA	6,76%	6,67%	6,65%	6,69%	6,59%	6,49%	6,40%	6,41%
ESP	6,74%	6,60%	6,44%	6,38%	6,51%	6,40%	6,31%	6,32%
PRT	6,28%	5,92%	5,86%	5,77%	5,75%	5,79%	5,70%	5,76%
Państwa Beneluksu								
NLD	8,46%	8,65%	8,59%	8,57%	8,40%	8,36%	8,26%	8,23%
BEL	7,90%	8,03%	8,04%	8,08%	8,25%	8,29%	8,29%	8,32%
Model Liberalny (Europa)								
GBR	8,04%	8,00%	7,91%	7,91%	7,85%	7,84%	7,68%	7,72%
IRL	7,64%	7,62%	7,28%	6,77%	5,27%	5,41%	5,20%	5,09%
Model Wyszehradzki								
POL	4,46%	4,39%	4,58%	4,47%	4,47%	4,56%	4,56%	4,51%
CZE	6,40%	6,45%	6,36%	6,40%	6,21%	6,27%	6,23%	6,34%
HUN	4,98%	4,86%	4,82%	4,73%	4,67%	4,76%	4,65%	4,58%
SVK	5,39%	5,44%	5,56%	5,52%	5,39%	5,60%	5,40%	5,34%
Model Bałtycki								
EST	4,60%	4,61%	4,69%	4,76%	4,96%	5,00%	4,85%	4,93%
LTU	4,61%	4,23%	4,06%	4,18%	4,36%	4,42%	4,28%	4,39%
LVA	3,64%	3,27%	3,25%	3,26%	3,32%	3,43%	3,42%	3,71%

Tabela 3.3 Publiczne wydatki na ochronę zdrowia w relacji do PKB w latach 2011-2018

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych OECD [www6]

Na podstawie danych, jakie przedstawiamy w tabelach 3.2 oraz 3.3 zwracamy uwagę na duży poziom zróżnicowania publicznych wydatków emerytalnych oraz zdrowotnych w badanych krajach. Stwierdzamy, że poziom publicznych wydatków emerytalnych w 2011 jest najwyższy we Włoszech i wynosi 15.54% PKB, natomiast najniższy w Kanadzie, gdzie wynosi 4,28% PKB. W 2018 roku poziom ten jest również najwyższy we Włoszech i wynosi 15.77% PKB oraz najniższy w Irlandii, 3,60% PKB. Natomiast publiczne wydatki ponoszone w związku z ochroną zdrowia w stosunku do PKB wahają się w 2011 roku od poziomu 3,64% w

przypadku Łotwy do poziomu 8,96% w przypadku Niemiec. Natomiast w 2018 roku wartości te ponownie są najniższe na Łotwie i wynoszą 3.71% PKB oraz najwyższe w Stanach Zjednoczonych, gdzie wynoszą 13,78% PKB. Przedstawione wartości odzwierciedlają sposób prowadzonej polityki społecznej w poszczególnych państwach oraz wielkość poszczególnych grup wiekowych w danej populacji.

W toku prowadzonych przez nas badań zwracamy szczególną uwagę na fakt, że zarówno poziom wydatków wypłacanych z budżetu państwa z tytułu świadczeń emerytalnych, jak i poziom wydatków związanych z tytułu ochrony zdrowia jest zróżnicowany ze względu na wiek. W celu poparcia tezy jaką stawiamy, w tabeli 3.4 prezentujemy średni poziom wydatków emerytalnych w 2013 roku, ponoszony w poszczególnych grupach wiekowych w wybranych krajach członkowskich OECD stanowiących obiekt prowadzonych przez nas badań. Wartości jakie podajemy stanowią procentowy udział wydatków zdrowotnych ponoszonych przez państwo w stosunku do produktu krajowego brutto.

Publiczne wydatki emerytalne z podziałem na grupy wiekowe w 2013 roku (obie płci)						
	-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75+
Model Skandynawski						
SWE	0,50%	0,50%	0,70%	2,30%	2,50%	3,54%
NOR	0,40%	0,40%	0,56%	1,82%	1,98%	2,81%
FIN	0,61%	0,61%	0,85%	2,80%	3,05%	4,31%
DNK	0,47%	0,47%	0,66%	2,18%	2,37%	3,35%
Model Liberalny						
AUS	0,25%	0,25%	0,35%	1,14%	1,24%	1,76%
NZL	0,24%	0,24%	0,34%	1,11%	1,20%	1,70%
USA	0,34%	0,34%	0,48%	1,58%	1,72%	2,43%
CAN	0,22%	0,22%	0,31%	1,02%	1,11%	1,57%
Model Konserwatywny						
AUT	0,69%	0,69%	0,97%	3,17%	3,45%	4,88%
FRA	0,71%	0,71%	0,99%	3,26%	3,54%	5,02%
CHE	0,32%	0,32%	0,45%	1,48%	1,61%	2,28%
DEU	0,51%	0,51%	0,71%	2,35%	2,55%	3,61%
Model Południowy						
ITA	0,82%	0,82%	1,14%	3,76%	4,08%	5,78%
ESP	0,58%	0,58%	0,81%	2,65%	2,88%	4,08%
PRT	0,70%	0,70%	0,98%	3,21%	3,49%	4,95%
Państwa Beneluxu						
NLD	0,31%	0,31%	0,44%	1,44%	1,57%	2,22%
BEL	0,53%	0,53%	0,74%	2,44%	2,65%	3,75%
Model Liberalny (Europa)						
GBR	0,33%	0,33%	0,46%	1,52%	1,65%	2,33%
IRL	0,27%	0,27%	0,38%	1,26%	1,37%	1,94%
Model Wyszehradzki						
POL	0,56%	0,56%	0,79%	2,59%	2,82%	3,99%
CZE	0,44%	0,44%	0,62%	2,02%	2,20%	3,11%
HUN	0,53%	0,53%	0,75%	2,46%	2,67%	3,78%
SVK	0,37%	0,37%	0,52%	1,71%	1,85%	2,63%
Model Bałtycki						
EST	0,33%	0,33%	0,46%	1,50%	1,63%	2,31%
LTU	0,34%	0,34%	0,47%	1,56%	1,69%	2,40%
LVA	0,39%	0,39%	0,54%	1,78%	1,93%	2,73%

Tabela 3.4 Publiczne wydatki emerytalne w poszczególnych grupach wiekowych w 2013 roku jako procent PKB
Opracowanie Własne na podstawie danych OECD [www7], Eurostat [www8], Komisji Europejskiej [www9]

Z danych zawartych w tabeli 3.4 wynika, że najniższy poziom wydatków emerytalnych w poszczególnych grupach wiekowych jest w Kanadzie. Natomiast najwyższe wartości najczęściej występują we Włoszech. Na podstawie zebranych informacji, czyli wielkości wydatków emerytalnych, przypisanych do poszczególnych grup wiekowych oraz liczebności tych grup wiekowych, możemy oszacować nominalną wartość wydatków emerytalnych w każdej z wymienionych grup wiekowych. Jest to wielkość jednego z głównych kosztów będących elementem składowym ryzyka długowieczności.

Kraj	Mężczyźni						Kobiety					
	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85+	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85+
Model Skandynawski												
SWE	0,25%	0,29%	0,24%	0,20%	0,18%	0,20%	0,21%	0,26%	0,23%	0,23%	0,21%	0,26%
NOR	0,23%	0,23%	0,19%	0,16%	0,15%	0,16%	0,19%	0,21%	0,18%	0,19%	0,18%	0,23%
FIN	0,27%	0,24%	0,22%	0,18%	0,15%	0,12%	0,23%	0,23%	0,23%	0,24%	0,22%	0,22%
DNK	0,24%	0,27%	0,22%	0,17%	0,14%	0,13%	0,20%	0,25%	0,22%	0,21%	0,17%	0,20%
Model Liberalny												
AUS	0,16%	0,16%	0,14%	0,12%	0,11%	0,10%	0,14%	0,14%	0,13%	0,13%	0,12%	0,13%
NZL	0,19%	0,18%	0,17%	0,14%	0,12%	0,11%	0,16%	0,17%	0,16%	0,15%	0,13%	0,14%
USA	0,11%	0,10%	0,10%	0,14%	0,13%	0,12%	0,10%	0,11%	0,10%	0,16%	0,15%	0,17%
CAN	0,19%	0,17%	0,15%	0,13%	0,11%	0,11%	0,16%	0,16%	0,15%	0,16%	0,13%	0,15%
Model Konserwatywny												
AUT	0,19%	0,19%	0,22%	0,15%	0,14%	0,11%	0,17%	0,20%	0,23%	0,20%	0,19%	0,22%
FRA	0,21%	0,17%	0,17%	0,17%	0,15%	0,16%	0,19%	0,17%	0,18%	0,23%	0,21%	0,26%
CHE	0,17%	0,19%	0,17%	0,15%	0,12%	0,12%	0,15%	0,18%	0,17%	0,19%	0,17%	0,19%
DEU	0,22%	0,23%	0,32%	0,24%	0,18%	0,13%	0,19%	0,23%	0,34%	0,30%	0,25%	0,26%
Model Południowy												
ITA	0,21%	0,20%	0,24%	0,21%	0,17%	0,16%	0,19%	0,21%	0,25%	0,27%	0,24%	0,25%
ESP	0,16%	0,16%	0,15%	0,17%	0,14%	0,13%	0,14%	0,16%	0,16%	0,21%	0,18%	0,18%
PRT	0,15%	0,15%	0,16%	0,15%	0,12%	0,10%	0,14%	0,16%	0,18%	0,21%	0,16%	0,15%
Państwa Beneluksu												
NLD	0,25%	0,23%	0,20%	0,17%	0,13%	0,11%	0,20%	0,21%	0,20%	0,21%	0,18%	0,18%
BEL	0,20%	0,19%	0,19%	0,19%	0,16%	0,14%	0,17%	0,18%	0,20%	0,24%	0,21%	0,21%
Model Liberalny (Europa)												
GBR	0,21%	0,21%	0,20%	0,17%	0,15%	0,14%	0,18%	0,20%	0,19%	0,21%	0,18%	0,20%
IRL	0,15%	0,15%	0,12%	0,11%	0,08%	0,07%	0,12%	0,13%	0,11%	0,12%	0,10%	0,10%
Model Wyszehradzki												
POL	0,19%	0,13%	0,14%	0,12%	0,10%	0,06%	0,19%	0,15%	0,18%	0,20%	0,17%	0,12%
CZE	0,26%	0,23%	0,18%	0,15%	0,12%	0,09%	0,24%	0,25%	0,22%	0,23%	0,19%	0,16%
HUN	0,17%	0,15%	0,14%	0,12%	0,09%	0,07%	0,17%	0,19%	0,20%	0,21%	0,17%	0,13%
SVK	0,18%	0,14%	0,13%	0,12%	0,09%	0,06%	0,18%	0,18%	0,18%	0,20%	0,16%	0,12%
Model Bałtycki												
EST	0,18%	0,16%	0,19%	0,14%	0,11%	0,06%	0,21%	0,21%	0,30%	0,29%	0,25%	0,18%
LTU	0,13%	0,13%	0,14%	0,12%	0,09%	0,06%	0,15%	0,18%	0,22%	0,24%	0,19%	0,14%
LVA	0,13%	0,12%	0,14%	0,10%	0,07%	0,04%	0,15%	0,17%	0,23%	0,21%	0,17%	0,12%

Tabela 3.5 Publiczne wydatki emerytalne w poszczególnych grupach wiekowych w 2013 roku jako procent PKB
Opracowanie własne na podstawie danych OECD [www6], Eurostat [www8], Komisji Europejskiej [www10]

Bazując na uśrednionych wartościach, które prezentujemy w tabeli 3.5 stwierdzamy, że koszty ponoszone przez państwo w celu zapewnienia opieki zdrowotnej rosną wraz ze wzrostem wieku osób, którym zapewniana jest opieka. Zauważamy, że, koszty ochrony zdrowia są niemalże dwa razy wyższe dla osób w wieku powyżej 85 lat, w porównaniu z osobami, należącymi do grupy wiekowej pomiędzy 60-tym a 64-tym rokiem życia. Stwierdzamy również, że bez względu na płeć najwyższe nakłady na ochronę zdrowia

ponoszone są w krajach, gdzie populacja osób starszych ma duży procentowy udział w ogólnej wielkości populacji. Takim państwem są chociażby Włochy, gdzie podobnie jak w przypadku wydatków emerytalnych również wydatki zdrowotne stanowią bardzo duże obciążenie dla budżetu państwa. W kontekście prowadzonych przez nas badań wartości zawarte w tabeli 3.5 mają kluczowe znaczenie, gdyż na ich podstawie jesteśmy w stanie oszacować skalę kosztów wynikających z ryzyka długowieczności z uwzględnieniem kosztów powstałych w poszczególnych grupach wiekowych.

Wzrost kosztów opieki zdrowotnej wraz ze starzeniem się społeczeństwa w dużej mierze spowodowany jest wydatkami przeznaczanymi na długoterminową opiekę zdrowotną. Ilość osób, które wymagają takiej opieki z roku na rok się powiększa. Chociażby według danych Eurostatu (HEDIC 2016) w roku 2016, na obszarze Unii Europejskiej liczba osób objętych opieką długoterminową wynosi 22.8 miliona osób, co stanowi 6.2% populacji państw członkowskich. Według Eurostatu, wzrost liczby osób objętych długoterminową opieką zdrowotną w całym 2015 roku wynosi 1.9 mln osób. Ze względu na ograniczoną dostępność do danych Eurostatu, w tabeli 3.6, prezentujemy szacunki wykonane przez ekspertów OECD, dotyczące uśrednionego procentowego udziału wydatków na długoterminową opiekę zdrowotną w krajach członkowskich OECD w stosunku do PKB per capita, z zachowaniem podziału na poszczególne grupy wiekowe. Wykonane szacunki uwzględniają płeć.

Grupy wiekowe	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90+
Wydatki na opiekę długoterminową (procent PKB per capita 2016) kobiety	42%	42%	45%	50%	55%	55%	54%
Wydatki na opiekę długoterminową (procent PKB per capita 2016) mężczyźni	40%	38%	35%	35%	35%	35%	30%

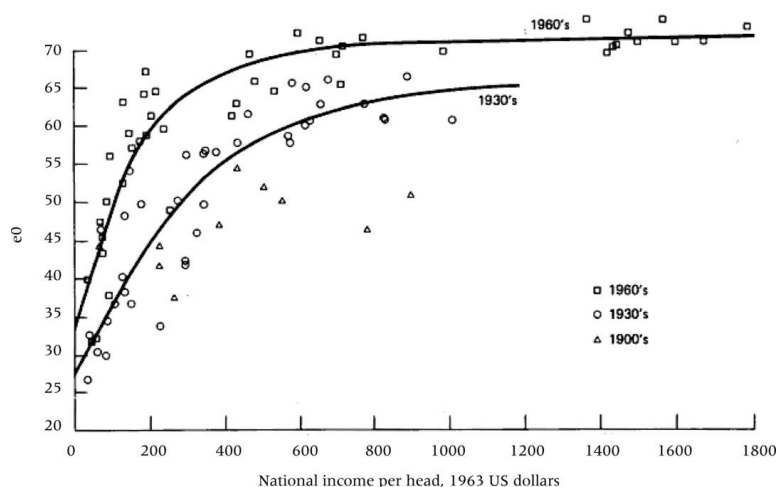
Tabela 3.6 Uśrednione wydatki na opiekę długoterminową w krajach członkowskich OECD jako % PKB per capita w 2016 roku.

Źródło: opracowanie własne na podstawie OECD Health (2019)

Analizując dane w tabeli zauważamy, że wydatki na długoterminową opiekę zdrowotną, wyrażone jako procentowy udział w PKB per capita, są wyższe w przypadku kobiet dla wszystkich grup wiekowych. Stwierdzamy również, że w przypadku męskiej części populacji, procentowy udział wydatków jest wyższy dla młodszych grup wiekowych z przedziału 60-69 lat a niższy dla starszych grup wiekowych, w których pozostaje przez dłuższy okres na względnie stałym poziomie oscylującym wokół 35%. Natomiast dla kobiet wraz z upływem czasu, procentowy udział wydatków w relacji do PKB w dużej mierze wykazuje tendencję wzrostową. W odniesieniu do obu płci, koszty długoterminowej opieki maleją w schyłkowej fazie życia ludzkiego.

3.4 Rozwój gospodarczy a oczekiwana długość życia

Związek między wzrostem gospodarczym, zdrowiem i śmiertelnością jest przedmiotem wielu badań na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci. Jednym z pierwszych badaczy analizujących wpływ poziomu rozwoju gospodarczego na oczekiwaną długość życia był Preston (1976), który opracował krzywą regresji, obrazującą relację pomiędzy oczekiwaną długością życia a dochodem wyrażonym za pomocą produktu krajowego brutto, przypadającego na jednego mieszkańca. Graficzną ilustrację wyników badań przeprowadzonych przez Prestona przedstawiamy na rysunku 3.1.



Rysunek 3.1 Krzywa Prestona – zależność pomiędzy długością życia a realnym dochodem per capita
Źródło (Preston 1976)

Preston wskazuje, że osoby urodzone w krajach o wyższym poziomie realnego dochodu mogą oczekiwać, że średnia długość ich życia będzie dłuższa niż oczekiwana długość życia w krajach o niższym dochodzie. Stwierdza on również, że w krajach o niskim dochodzie na mieszkańca wzrost dochodu powoduje znaczący wzrost oczekiwanej długości życia. Jednak w przypadku państw o wysokim poziomie dochodu jego wzrost powoduje nieznaczną zmianę oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Ponadto Preston dowodzi, że opracowana przez niego krzywa, przesuwana się w górę na przestrzeni badanego okresu, czyli pomiędzy rokiem 1900, 1930 a 1960 bez względu na zamianę poziomu dochodów, co można również zauważyć na rysunku 3.1. Wzrost średniej długości życia, autor motywuje wzrostem poziomu edukacji, postępem technologicznym, wyższym odsetkiem szczepień, oraz lepszym poziomem publicznej opieki zdrowotnej. Według Prestona postęp medyczny wpływa od 75 procent do 90 procent na poprawę oczekiwanej długości życia, natomiast pozostałą część przypisuje on wzrostowi dochodu.

W późniejszym okresie Ettner (1996) wykazuje, że wyższy dochód znacząco wpływa na poprawę kondycji zdrowotnej społeczeństwa a Bloom i in. (2004) twierdzą, że dobry stan zdrowia ma pozytywny i znaczny wpływ na łączną produkcję. Brenner (2005) zauważa, że wzrost gospodarczy znajduje odzwierciedlenie nie tylko we wzroście poziomu wynagrodzeń, ale także stymuluje inwestycje w nowe leki, szpitale, usługi medyczne, badania, które w konsekwencji prowadzą do poprawy stanu zdrowia populacji, a tym samym wzrostu średniej długości życia. Wykazuje również, stosując analizę szeregów czasowych dla danych dotyczących Stanów Zjednoczonych, że PKB jest silnie ujemnie skorelowany z umieralnością w perspektywie średnio i długoterminowej. Podobnie Birchenall (2007) argumentuje, że poprawa warunków ekonomicznych jest ważną siłą stojącą za spadkiem umieralności. Z kolei, De la Croix i Licandro (1999), jak i Bhargava i in. (2001) zauważają, że wpływ średniej długości życia na wzrost gospodarczy jest dodatni w krajach o niskich dochodach.

Istotny wkład w rozwój badań nad związkiem między rozwojem gospodarczym a oczekiwaną długością życia stanowi praca (Swift 2011), w której autor wykorzystuje wielowymiarową analizę kointegracji Johansena do zbadania związku między zdrowiem a PKB dla 13 krajów OECD, na przestrzeni ostatnich dwóch stuleci, w okresach od 1820–2001 do 1921–2001. W dłuższej perspektywie znajduje on zależności kointegrujące pomiędzy oczekiwaną długością życia a całkowitym PKB i PKB na mieszkańca dla wszystkich badanych krajów. Zależności te mają istotny wpływ zarówno na całkowity PKB, jak i PKB na mieszkańca w większości z nich. Przy czym wzrost średniej długości życia o 1% skutkuje w dłuższej perspektywie wzrostem średnio o 6% całkowitego PKB oraz o 5% PKB na mieszkańca. Nie bez znaczenia jest także wpływ PKB ogółem i PKB na mieszkańca na średnią długość życia w większości krajów. Natomiast nie znajduje potwierdzenia dla żadnego kraju, aby zmiany głównych przyczyn chorób i zgonów jakie nastąpiły w badanym okresie wpłynęły na związek między zdrowiem a wzrostem gospodarczym.

Związek między umieralnością a zmiennością w czasie PKB jest badany także przez Hanewald (2011), która jako jedna z pierwszych badaczy udowodniła długoterminową relację między wartością PKB a zmianami w poziomie umieralności wyrażonymi za pomocą k_t , otrzymanego w wyniku oszacowania modelu Lee-Cartera³ dla każdego z sześciu badanych przez nią krajów, tj. Australii, Stanów Zjednoczonych, Kanady, Holandii, Japonii oraz Wielkiej Brytanii (analiza obejmowała lata 1950-2007). Wartym uwagi jest również fakt, że w celu wykazania stabilnej długoterminowej relacji pomiędzy czynnikami makroekonomicznymi

³ Model Lee-Cartera jest omawiany w podrozdziale 3.5.3

a demograficznymi autorka dzieli badaną populację według czterech grup wiekowych a następnie dokonuje weryfikacji tej samej zależności bez podziału na grupy wiekowe. Analogiczną grupę krajów badali Niu i Melenberg (2014) za pomocą autorskiej modyfikacji modelu Lee-Cartera, uwzględniającej czynnik gospodarczy⁴. Podobnie French i O'Hare (2014) stwierdzają związek między ukrytym czynnikiem modelu Lee-Cartera oraz niektórymi wskaźnikami ekonomicznymi i zdrowotnymi. Ich badanie pokazuje, jak niektóre zmienne egzogeniczne dla zdrowia, takie jak PKB lub wydatki na zdrowie, doprowadzają do lepszych wyników w prognozowaniu umieralności w analizowanych krajach. Z kolei, wpływ fluktuacji makroekonomicznych na wskaźniki umieralności dziewięciu wybranych krajów strefy euro (podzielonych na dwie grupy w oparciu o kryterium wzrostu gospodarczego) badają Seklecka i in. (2019). W opracowaniu tym porównano modele wprowadzone na przestrzeni ostatnich lat, w tym model Lee-Carter'a (1992), Niu-Melenberg (2014) czy też model O'Hare-Li (2012), będący czteroczynnikowym rozszerzeniem modelu Plata (2009).

Natomiast na podstawie przeprowadzonej analizy kointegracji opartej na danych panelowych i testach przyczynowości dla grupy 65 krajów oraz badań długo i krótkookresowych powiązań między oczekiwaną długością życia a wzrostem gospodarczym (w latach 1980-2014), He i Li (2020) wnioskują, że dla większości krajów występuje pozytywna zależność między oczekiwaną długością życia a PKB na mieszkańca. Przeprowadzone panelowe testy przyczynowości ujawniają, że istnieje krótkookresowa zależność przyczynowa między oczekiwaną długością życia a wzrostem gospodarczym. Przy czym jest to zależność jednokierunkowa, w młodszych grupach wiekowych oczekiwana długość życia wpływa na wzrost gospodarczy, natomiast w starszych wzrost gospodarczy wpływa na oczekiwaną długość życia.

Należy także zauważyć, że nie wszyscy naukowcy są zgodni co do pozytywnego wpływu czynników gospodarczych na wzrost oczekiwanej długości życia. Bellester i in. (2019) wskazują, że wzrost bezrobocia o jeden punkt procentowy wiąże się ze zmniejszeniem umieralności w ruchu drogowym o 3% w Stanach Zjednoczonych oraz o około 2,1% w krajach OECD. Ponadto wskazują, że poziom aktywności zawodowej wpływa pozytywnie na kondycję zdrowotną w populacji oraz że wysokość PKB pozytywnie stymuluje wzrost oczekiwanej długości życia. Podkreślają, że wzrost stopy bezrobocia wiąże się z poprawą stanu zdrowia ludności, jednak efekt ten jest stosunkowo krótkotrwały. Tapia i Roux (2009), badając przebieg trendu umieralności w ciągu dwudziestu lat, między 1920 a 1940, w Stanach Zjednoczonych

⁴ Modle Niu i Melenberg jest omawiany w podrozdziale 3.5.3

wykazują, że umieralność spada, w prawie wszystkich grupach wiekowych, w ciągu czterech lat wielkiego kryzysu i rośnie w okresach dużej ekspansji gospodarczej. Umieralność stabilizuje się pod koniec lat dwudziestych XX wieku i doprowadza do spadku stopy bezrobocia o około 5%. Przeprowadzane przez autorów porównanie wskaźników gospodarczych w USA ze średnią długością życia, pozwala wyciągnąć wnioski, że w okresie wielkiego kryzysu oczekiwana długość życia wzrosła z poziomu 57,1 lat do 63,3 lat. Cennym wnioskiem z badań okresu wielkiego kryzysu, jest stwierdzenie, że wzrost gospodarczy jest ściśle związany z wieloma czynnikami, wpływającymi negatywnie na ludzkie zdrowie takimi jak: spożycie alkoholu, palenie papierosów, zmniejszenie długości snu, stres czy zanieczyszczenie środowiska. Badania prowadzone przez Pampel (2005) oraz Wan, Bertschi, i Yang (2013) w czasie ostatnich kilku dekad wykazują, że każdy kraj charakteryzuje się inną dynamiką trendu wzrostu długowieczności.

3.5 Pomiar ryzyka długowieczności z wykorzystaniem stochastycznych modeli śmiertelności

Z dotychczasowych rozważań wynika, że zjawisko ryzyka długowieczności przynosi zarówno pozytywne jak i negatywne konsekwencje. Z jednej strony stale rosnąca długość życia ludzkiego świadczy o wysokim poziomie rozwoju cywilizacyjnego wyrażonego głównie poprzez kondycję zdrowotną społeczeństwa oraz o nieustannym rozwoju w obszarze wielu dziedzin życia. Z drugiej strony nieustanne wydłużanie się oczekiwanej długości życia może powodować negatywne konsekwencje z punktu widzenia finansów państwa jak również wpływać negatywnie na działalność instytucji zabezpieczenia emerytalnego. Taki stan rzeczy jest przede wszystkim spowodowany faktem niedoszacowania prognoz dotyczących oczekiwanej długości dalszego trwania życia, które stanowią podstawę funkcjonowania systemów emerytalnych. Rozważania podjęte w niniejszym podrozdziale mają na celu wyłonienie modeli prognozowania umieralności, za pomocą których można otrzymać najlepiej dopasowane prognozy, czyli takie dla których błędy prognostyczne są możliwie najmniejsze. Dokładność prognoz ma fundamentalny wpływ na zmniejszenie skali ryzyka długowieczności, ponieważ istnieje ścisły związek pomiędzy wielkością niedoszacowania prognoz dalszego trwania życia a finansowymi skutkami wynikającymi z ryzyka długowieczności.

3.5.1 Podstawowe pojęcia i notacja

Rozwój modelowania umieralności spowodowany jest głównie nieustannym zapotrzebowaniem na prognozy dotyczące umieralności populacji. Jest tak między innymi

dlatego, że wiele polis ubezpieczeniowych gwarantuje wypłatę świadczenia pod warunkiem śmierci ubezpieczonego. W chwili, gdy ubezpieczyciel wystawia polisę ubezpieczeniową, data śmierci ubezpieczonego nie jest znana, więc ubezpieczyciel nie wie, kiedy dokładnie będzie zobowiązany do wypłaty świadczenia z tytułu śmierci będzie wypłacane. Aby oszacować czas, w którym świadczenie z tytułu zgonu będzie wymagalne, ubezpieczyciel potrzebuje modelu umieralności, aby móc odpowiednio zarządzać zgromadzonymi środkami finansowymi. Podobna sytuacja występuje w przypadku towarzystw emerytalnych oraz publicznych instytucji zabezpieczenia emerytalnego, potrzebują one informacji na temat przyszłej długości życia oraz prawdopodobieństwa zgonu danej osoby oraz grupy osób, aby poprawnie oszacować wielkość strumienia przyszłych świadczeń.

W celu zobrazowania rozwoju modeli umieralności zobowiązani jesteśmy zdefiniować podstawowe pojęcia, które, zaliczamy do kanonu wiedzy z zakresu nauk aktuarialnych opisanej między innymi przez Dickson i in. (2009), Firlit-Fesnak i Męcinę (2018) oraz Bartkowiaka (2020), którymi posługujemy się w niniejszej pracy. Niech (x) oznacza osobę, która ukończyła x lat życia, gdzie $x \geq 0$. Przyszły czas życia (x) modelujemy za pomocą ciągłej zmiennej losowej T_x . Rozkład tej zmiennej nazywamy dalej rozkładem dalszego trwania życia (x) a jej dystrybuantę oznaczamy przez F_x , czyli

$$F_x(t) = P[T_x \leq t] = \int_0^t f_x(u) du, t \geq 0, \quad (3.1)$$

gdzie $f_x(u)$ oznacza funkcję gęstości. Zatem $F_x(t)$ jest prawdopodobieństwem, że osoba w wieku x umrze przed upływem t lat. Wykorzystując dystrybuantę (3.1) definiujemy funkcję przeżycia S_x zmiennej T_x :

$$S_x(t) = 1 - F_x(t) = P[T_x > t] = \int_t^{\infty} f_x(u) du, \quad (3.2)$$

gdzie $S_x(t)$ oznacza tym razem prawdopodobieństwo, że osoba w wieku x będzie żyła dłużej niż t lat.

Zgodnie z przyjętymi oznaczeniami zmienna losowa T_0 modeluje przyszły czas życia noworodka. Za jej pomocą możemy przedstawić $F_x(t)$ w następujący sposób:

$$F_x(t) = P[T_x \leq t] = P[T_0 \leq x + t | T_0 > x]. \quad (3.3)$$

Z kolei, stosując wzór na prawdopodobieństwo warunkowe, otrzymujemy następujące związki:

$$F_x(t) = \frac{F_0(x+t) - F_0(x)}{S_0(x)}, \quad (3.4)$$

$$S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}. \quad (3.5)$$

Z (3.5) wynika ważna zależność

$$S_0(x+t) = S_0(x)S_x(t), \quad (3.6)$$

która pokazuje, że prawdopodobieństwo przeżyci dla noworodka wieku $x+t$ jest iloczynem prawdopodobieństwa przeżycia przez niego wieku x i prawdopodobieństwa przeżycia wieku t , pod warunkiem, że dożyje x .

Kluczowe z punktu widzenia niniejszej pracy jest pojęcie natężenie umieralności⁵ w wieku x . Można go zdefiniować za pomocą rozkładu dalszego trwania życia noworodka T_0 w następujący sposób (Dickson i in. (2009)):

$$\mu_x = \lim_{dx \rightarrow 0^+} \frac{P[T_0 \leq x+dx | T_0 > x]}{dx}. \quad (3.7)$$

Natężenie umieralności μ_x jest interpretowane jako miara ryzyka śmierci w chwili x (im większe natężenie tym większe ryzyko). Ze wzoru (3.7) wynika, że:

$$P[T_0 \leq x+dx | T_0 > x] \approx \mu_x dx, \quad (3.8)$$

czyli dla bardzo małych dx , prawdopodobieństwo, że osoba, która osiągnęła wiek x , umrze przed upływem wieku $x+dx$, jest równe w przybliżeniu $\mu_x dx$. Prawdziwe są także następujące zależności (Dickson i in. (2009)):

$$\mu_x = \frac{f_0(x)}{1 - F_0(x)} = \frac{f_0(x)}{S_0(x)}, \quad (3.9)$$

$$\mu_x = -\frac{1}{S_0(x)} \frac{dS_0(x)}{dx} = -\frac{d \ln S_0(x)}{dx}. \quad (3.10)$$

Z (3.10) wynika, że

$$P[T_0 > t] = S_0(t) = \exp\left(-\int_0^t \mu_x dx\right). \quad (3.11)$$

Natężenie umieralności w wieku $x+t$, $t > 0$ można również powiązać z rozkładem dalszego trwania życia T_x oraz funkcją przeżycia S_x . Jeżeli przyjmiemy, że x jest ustalone, a t jest zmienne, to (Dickson i in. (2009)):

$$\mu_{x+t} = \frac{f_x(t)}{S_x(t)}, \quad (3.12)$$

oraz

⁵ w literaturze znane również jako *intensywność umieralności*, *współczynnik awaryjności*, *wskaźnik hazardu*, *funkcja hazardu*.

$$\mu_{x+t} = -\frac{d \ln S_x(t)}{dt}. \quad (3.13)$$

Wykorzystując z kolei równania (3.6) i (3.11) otrzymujemy następujący związek, który jest kluczowy z punktu widzenia modelowania długości dalszego trwania życia:

$$S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)} = \exp\left(-\int_x^{x+t} \mu_s ds\right) = \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+u} du\right). \quad (3.14)$$

Wynika z niego, że jeżeli znane są μ_y dla wszystkich $y \geq 0$, to można obliczyć prawdopodobieństwa przeżycia $S_x(t)$, dla dowolnych x i t . Zatem, natężenie umieralności w pełni określa rozkład przyszłego czasu życia (x), czyli rozkład zmiennej losowej T_x . W szczególności bazując na (3.14) można wyznaczyć prawdopodobieństwo, że osoba x -letnia umrze przed upływem $x + t$:

$${}_tq_x = 1 - S_x(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+u} du\right). \quad (3.15)$$

W naukach aktuarialnych prawdopodobieństwo ${}_1q_x$ jest oznaczane q_x i nazywane współczynnikiem umieralności (Dickson i in. (2009)).

Kolejną wielkością stanowiącą nieodłączny element naszej pracy jest roczny współczynnik zgonów⁶, stanowiący średnią ważoną natężenia umieralności w przedziale $(x, x + 1)$,

$$m_x = \frac{\int_0^1 S_x(u) \mu_{x+u} du}{\int_0^1 S_x(u) du}, \quad (3.16)$$

gdzie wagi określa prawdopodobieństwo przeżycia okresu dłuższego niż $x + u$, dla $0 < u \leq 1$. W przypadku, gdy natężenie umieralności μ_{x+u} jest równe μ_x dla $0 < u \leq 1$ (tzn. jest stałe dla wieku x), to wówczas $m_x = \mu_x$.

W dalszej części pracy przyjmujemy, że rok kalendarzowy wyraża okres czasu trwający pomiędzy czasem t a $t + 1$ oraz przez $m_{x,t}$ i $\mu_{x,t}$ oznaczamy odpowiednio roczny współczynnik zgonów i natężenie umieralności w roku t . jako śmiertelność dla wieku x w roku kalendarzowym t .

⁶ Nazywany także centralnym współczynnikiem zgonów (*central death rates*).

3.5.2 Historyczne ujęcie modelowania umieralności

Oprócz zdefiniowania pojęcia ryzyka długowieczności i próby jego zobrazowania, ważne jest znalezienie rozwiązania pozwalającego na zmierzenie skali skutków finansowych, jakie powoduje ono dla zakładów ubezpieczeniowych, funduszy emerytalnych oraz finansów państwa. W tym celu używane są metody aktuarialne, które za pomocą formuł matematycznych i obliczeń statystycznych pozwalają na określenie przyszłych trendów umieralności i oszacowanie związanego z nimi ryzyka. Rachunek aktuarialny nabiera szczególnego znaczenia przy wycenie świadczeń obejmujących bardzo długi horyzont czasowy. Podczas ich szacowania kluczowym elementem jest uniknięcie potencjalnego niedoszacowania zobowiązań (Bartkowiak 2018). Wymaga to znajomości najważniejszych cech trendów umieralności pozwalających uzyskać możliwie najdokładniejsze prognozy oczekiwanej długości życia.

W literaturze przedmiotu można znaleźć odwołanie do wielu metod modelowania umieralności oraz prognozowania dalszego trwania życia. Zagadnienia te są ważnym i aktywnym obszarem badań z zakresu demografii, matematyki ubezpieczeniowej oraz medycyny, którego początki sięgają drugiej połowy XVII wieku, gdy Graunt w 1662 roku po raz pierwszy zbadał umieralność w Londynie a uzyskane wyniki opublikował w pracy p.t. „*Natural and political observations mentioned in a following index, and made upon the bills of mortality*” (Graunt 1662). W pracy tej wykazał, że oczekiwana długość dalszego trwania życia dla pojedynczej jednostki jest bardzo niepewna, jednak dla grupy osób można zaobserwować bardziej przewidywalny wzorzec umieralności oparty o przyczyny zgonów. Tym samym Graunt stworzył pierwowzór tablic trwania życia. Po trzydziestu latach w 1693 r. Halley opublikował artykuł, w którym zaproponował sposób na skonstruowanie kompletnej tablicy trwania życia na podstawie danych empirycznych dotyczących narodzin i śmierci dla Wrocławia Halley (1693). Podejście takie w nieznacznie zmodyfikowanej formie jest stosowane powszechnie również dzisiaj. W tej samej publikacji Halley przedstawił metodę obliczenia renty dożywotniej na podstawie danych z opracowanej przez siebie tablicy. Pierwsze tablice umieralności miały charakter empiryczny a dokonywane na ich podstawie obliczenia były bardzo czasochłonne.

Narodziny teoretycznego modelowania umieralności datowane są na rok 1725, w którym to De Moivre opracował model równomiernego rozkładu zgonów i wskazał uproszczenie metody obliczania renty dożywotniej (De Moivre 1725). W modelu tym natężenie umieralności (3.7) przyjmuje następującą postać:

$$\mu_x = \frac{1}{\omega - x}, \quad 0 \leq x \leq \omega \quad (3.17)$$

gdzie ω oznacza wiek graniczny.

Kolejnym istotnym etapem w modelowaniu umieralności było wprowadzenie w 1825 r. prawa Gompertza. Zgodnie z tym prawem, natężenie umieralności jest opisane funkcją wykładniczą

$$\mu_x = Bc^x, \quad x \geq 0 \quad (3.18)$$

gdzie B i c to stałe takie, że $B > 0, c > 1$. Przy czym B jest to bazowa stopa umieralności, czyli wartość, do której dąży natężenie umieralności dla bardzo młodych osób, natomiast c to współczynnik wzrostu umieralności (im większa jego wartość, tym szybszy jest wzrost umieralności w miarę starzenia się populacji). Zmodyfikowana wersja tego modelu została zaproponowana w 1867 roku przez Makehama, w której dodał on dodatkową stałą A uwzględniającą śmiertelność z przyczyn niezwiązanych z wiekiem:

$$\mu_x = A + Bc^x, \quad x \geq 0, \quad (3.19)$$

gdzie $B > 0, A > -B, c > 1$. Jest ona nazywana prawem umieralności Makehama-Gompertza. Prawo to było szeroko rozpowszechnione i stosowane jako model umieralności dla dorosłych przez kolejne dziesięciolecia, gdyż stonkowo dobrze tłumaczyło trendy umieralności osób w wieku pomiędzy 30 a 80 lat (Kirkwood 2015).

W drugiej połowie XIX wieku trwały poszukiwania bardziej ogólnych praw umieralności, które obejmowałyby również pierwsze lata życia ludzkiego, w tym niemowlęta i dzieci. Jedną z najwcześniejszych propozycji modelu prognostycznego dla osób w wieku poniżej 20-stego roku życia opublikował w 1870 roku Oppermann. W modelu tym natężenie umieralności opisywane jest funkcją postaci Oppermann (1870):

$$\mu_x = ax^{-\frac{1}{2}} + b + cx^{\frac{1}{2}} \quad (3.20)$$

Rok później Thiele opublikował uniwersalne prawo obejmujące całą długość życia ludzkiego, w którym natężenie umieralności przyjmuje postać (Thiele i Sprague (1871):

$$\mu_x = a_1 e^{-b_1 x} + a_2 e^{-\frac{1}{2} b_2 (x-c)^2} + a_3 e^{-b_3 x}. \quad (3.21)$$

Prawa opracowane przez Oppermann i Thiele były rozwijane w następnych dziesięcioleciach między innymi przez Steffensen'a (1930).

W latach trzydziestych XX wieku do modelowania umieralności zaproponowano wykorzystanie funkcji logistycznej. Opracowano szereg modeli znanych obecnie pod różnymi nazwami. Dwa pierwsze opublikował w 1932 roku Perks, który udowodnił na podstawie badań empirycznych, że do wartości w badanej przez niego tablicy trwania życia można dopasować pewną krzywą, która w rzeczywistości jest funkcją logistyczną, chociaż w tamtym okresie nie została wprost tak nazwana. Są to modele z czterema i pięcioma parametrami (Perks 1932):

$$\mu_x = \frac{A + Bc^x}{1 + Dc^x} \quad (3.22)$$

$$\mu_x = \frac{A + Bc^x}{Kc^{-x} + 1 + Dc^x}. \quad (3.23)$$

W późniejszych latach wielu badaczy analizował rozkład umieralności w podobny do Perksa sposób. Natomiast, odmienne podejście zaproponował Weibull (1951), który twierdził, że w późnych latach życia natężenie umieralności przyjmuje niewykładniczą formę. W związku z tym zaproponował model wykorzystujący funkcję potęgową:

$$\mu_x = Ax^B, \quad (3.24)$$

która według niego prowadzi do poprawy wyjaśnienia umieralności osób w bardzo zaawansowanym wieku.

W kolejnych dziesięcioleciach powstały kolejne modele umieralności, spośród których można wymienić model Brillingera (1961), który zajmował się głównie umieralnością niemowląt czy też model Beard'a (1971), który został wykorzystany do opracowania tablicy trwania życia znanej w Wielkiej Brytanii jako A1949–52 (Forfare 2006). Niejednokrotnie publikowane z biegiem lat modele stawały się coraz bardziej rozbudowane, aby w 1980 roku osiągnąć złożoną postać zaproponowaną przez Heillegmana i Pollarda (1980):

$$\mu_x = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x, \quad (3.25)$$

gdzie parametry A, B i C opisywały śmiertelność w wieku dziecięcym, D, E i F odnosiły się do umieralności w wieku średnim, natomiast G i H dotyczyły umieralności osób w starszym wieku.

W pracy Thatcher i in. (2000) przeprowadzono badania dotyczące stopnia dopasowania różnych modeli porównując otrzymane wyniki z wiarygodnym zestawem danych przedstawiających umieralność osób dorosłych i osób najstarszych, czyli w wieku 80 lat i więcej. Wykorzystane dane dotyczyły populacji Austrii, Danii, Anglii i Walii, Finlandii, Francji, Niemiec Zachodnich, Islandii, Włoch, Japonii, Holandii, Norwegii, Szwecji oraz Szwajcarii. Analiza dotyczyła lat 1960-1990, w którym to okresie zbadano wartości opisujące śmiertelność 40 milionów osób, które zmarły w wieku powyżej 80 lat oraz 120 000 osób, które dożyły wieku powyżej 100 lat. Autorzy wykazali, że metody opisane wcześniej przez Gompertz'a, Weibull'a oraz Haligman'a i Pollarda dają bardzo przeszacowane wyniki w odniesieniu do prognozowania umieralności dla osób powyżej 100-go roku życia. Wskazali jednocześnie model logistyczny jako najlepszy spośród przebadanych przez nich modeli do prognozowania umieralności dorosłych ludzi.

Ponadto zwracamy uwagę, że w 1994 roku Kannisto opracował własny model umieralności dedykowany osobom bardzo zaawansowanym wieku. Pomimo, że nie stanowi on obiektu prowadzonych przez nas badań to jest on wykorzystywany również w obecnych czasach stanowiąc wyjaśnienie przebiegu trendu współczynnika śmiertelności w zaawansowanym wieku.

$$\mu_{x+t} = c + \frac{ae^{bx}}{1 + \alpha e^{bx}} \quad (3.26)$$

Postać modelu wynika z faktu, że dane dotyczące umieralności osób w wieku powyżej 80 lat są bardzo zbliżone do jednej z najprostszych postaci modelu logistycznego. Zostało to zauważone kilka lat wcześniej przez Kannisto (1994) jak również przez Himes, Prestona i Condrana (1994).

Historyczne propozycje praw umieralności zostały zebrane i szerzej przedstawione w monografii (Tabeau 2001).

3.5.3 Stochastyczne jednopopulacyjne modele umieralności

Opisane dotychczas matematyczne modele umieralności mają charakter deterministyczny. Oznacza to, że pozwalają na ukazanie ogólnych trendów umieralności, lecz są pozbawione składników o charakterze losowym. Prognozy, które są wynikiem ich zastosowania, kształtowane są według wcześniej ustalonego schematu opartego na ściśle określonych parametrach początkowych, wynikających z historycznych zmian w strukturze demograficznej danej populacji. Taki stan rzeczy powoduje, że otrzymane prognozy bardzo często okazują się niedoszacowane. Do lat 80. XX wieku modele matematyczne wykorzystywano do bezpośredniego prognozowania umieralności. Było to stosunkowo proste i jednocześnie w pewnym stopniu subiektywne. Historyczne ujęcie modelowanie umieralności dowodzi, że zaprezentowane metody skupiają się głównie na dostarczaniu szacunków punktowych przyszłych wskaźników umieralności lub innych wielkości związanych z wiekiem. Na podstawie obecnej wiedzy można stwierdzić, że opisane dotychczas modele obarczone są pewną wadą, mianowicie nie uwzględniają one niepewności związanej z przyszłymi trendami umieralności. Innymi słowy nie zawierają składnika losowego, który występuje w modelach stochastycznych. Należy jednak wspomnieć, że np. McNown i Rogers (1989) rozszerzyli ósmioskładnikowy model Heligmana i Pollarda opisany wzorem (3.25) do modelu stochastycznego, modelując przyszłe wskaźniki umieralności za pomocą procesu autoregresji ARIMA. Niestety złożoność relacji parametrów znacząco ogranicza jego powszechne zastosowanie. Dlatego też pozostałe dotychczas przedstawione modele nie mogą

być łatwo rozbudowane o czynnik losowy. W związku z tym, począwszy od lat 80. XX wieku, podejmowano liczne próby stworzenia uniwersalnych modeli umieralności, które wykorzystują czynniki stochastyczne. Do najpopularniejszych prac z tego zakresu należą między innymi publikacje autorstwa Hobcraft i in (1982), Alho i Specera (1985) (1990), McNown i Rogers (1989), Bell i Monsell (1991) oraz Lee i Cartera (1992). Jednak dopiero model opracowany przez Lee i Cartera ze względu na swój prosty i uniwersalny charakter doczekał stanowił przełom w dokonywaniu prognoz przyszłych wskaźników umieralności.

3.5.3.1 Model Lee-Carter i jego modyfikacje

Wśród stochastycznych modeli umieralności przełom stanowił opracowany w 1992 roku przez Ronalda D. Lee i Lawrence R. Cartera model pozwalający na uwzględnienie składników losowych związanych z wiekiem i rokiem kalendarzowym (dalej nazywany modelem Lee-Cartera, w skr. *LC*). Przyjmując, że $m_{x,t}$ jest rocznym współczynnikiem zgonów w wieku x i w roku t , model *LC* można wyrazić następująco:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{x,t}, \quad (3.27)$$

gdzie:

a_x - składowa odnosząca się do poziomu umieralności w zależności od wieku x . Jej wartości przedstawiają ogólny kształt umieralności według wieku, pozwalający uwzględnić różnice w umieralności między grupami wiekowymi;

k_t - składowa określająca zmiany poziomów umieralności w czasie. Ten element modelu odnosi się do ogólnego kierunku zmian w poziomie umieralności w czasie. Wprowadza się go w celu uchwycenia długoterminowych zmian w umieralności spowodowanych między innymi postępem w medycynie, zmianami w stylu życia czy inne czynniki wpływające na zdrowie populacji. Pozwala na uwzględnienie ogólnego kierunku zmian w umieralności, co jest istotne w przypadku prognozowania na dłuższe okresy;

b_x - składowa opisująca stopień, w jakim zmienia się umieralność w wieku x , biorąc pod uwagę zmianę w czasie ogólnego poziomu umieralności, większe wartości b_x są związane z szybszą zmianą umieralności;

$\varepsilon_{x,t}$ - składowa odzwierciedlająca resztkowe wpływy czasowe specyficzne dla wieku nie ujęte w modelu. Zakłada się, że ma zerową średnią.

Model Lee-Cartera obejmuje standardowy (lub referencyjny) profil umieralności według wieku, który jest stały w odniesieniu do czasu. Dynamika śmiertelności w różnych grupach wiekowych oraz w czasie jest opisana poprzez interakcję parametrów b_x i k_t , które

modyfikują standardowy profil a_x . Zmiany w czasie zlogarytmowanych rocznych współczynnikach zgonów są doskonale skorelowane między różnymi grupami wiekowymi. Podczas, gdy k_t maleje liniowo, każdy specyficzny dla wieku współczynnik zgonów zmniejsza się wykładniczo w swoim własnym, niezależnym, stałym tempie. Należy zauważyć, że liniowy spadek k_t odpowiada spowolnionemu wzrostowi średniej długości życia w chwili urodzenia (Basellini i in. 2023).

Model LC jest nieidentyfikowalny, co oznacza, że nie można jednoznacznie określić wartości wszystkich jego parametrów na podstawie dostępnych danych. Aby rozwiązać ten problem, Lee i Carter wprowadzili dwie restrykcyjne zapewniające identyfikację modelu:

$$\sum_x b_x = 1, \quad \sum_t k_t = 0. \quad (3.28)$$

W ramach tych ograniczeń a_x jest średnią po czasie $\ln(m_{x,t})$ (wynika to z ograniczenia na k_t i założenia zerowej średniej dla $\varepsilon_{x,t}$), a b_x - proporcjonalnym tempem zmian (Basellini i in. 2023).

Należy podkreślić, że LC jest modelem nieliniowym, w którym wiek i czas są traktowane jako zmienne jakościowe. Ponieważ po prawej stronie równania (3.27) występują jedynie nieznanne parametry, nie można go dopasować metodami regresji. W związku z tym najpopularniejsza metoda estymacji parametrów LC , która została zaproponowana przez Lee i Cartera (1992), bazuje na rozkładzie wartości osobliwych macierzy (SVD) w celu uzyskania zwykłego rozwiązania metodą najmniejszych kwadratów. Jednak zastosowanie takiego podejścia, wymaga przyjęcia założenia o homoskedastyczności i braku autokorelacji składnika losowego $\varepsilon_{x,t}$.

Za pomocą oszacowanego modelu LC generalnie otrzymuje się dopasowaną liczbę zgonów różną od obserwowanej. Aby zaradzić tej rozbieżności, twórcy modelu, w drugim etapie procedury estymacji, zachowując oszacowania \hat{a}_x i \hat{b}_x , dostosowali parametr \hat{k}_t , tak aby dopasowana liczba wszystkich zgonów odpowiadała liczbie zgonów zaobserwowanych w każdym roku t .

W kolejnym etapie skorygowane \hat{k}_t są modelowane i prognozowane za pomocą odpowiedniego modelu szeregów czasowych ARIMA. Dopasowane i prognozowane roczne współczynniki zgonów otrzymywane są z dopasowanych i prognozowanych wartości szeregu czasowego dla \hat{k}_t oraz oszacowanych parametrów \hat{a}_x i \hat{b}_x . Wariancja dopasowanych i prognozowanych w ten sposób współczynników $m_{x,t}$ zależy od błędu oszacowania parametrów a_x i b_x , składnika losowego $\varepsilon_{x,t}$ oraz błędu związanego z modelowaniem k_t .

Opisany model Lee-Cartera można sklasyfikować jako stochastyczny model prognozowania umieralności oparty na czynnikach demograficznych dotyczących populacji jednego kraju lub też jednej zbiorowości. Jest on szeroko wykorzystywany przez instytucje publiczne takie jak urzędy statystyczne, zakłady ubezpieczeń społecznych czy też firmy ubezpieczeniowe. Od czasu jego powstania przeszedł wiele modyfikacji, mających na celu poprawę precyzji dopasowania oraz zwiększenie skuteczności prognozowania. Szczegółowy opis tych modyfikacji można znaleźć w pracy pt. „*Thirty years on: A review of the Lee-Carter method for forecasting mortality*” (Basellini i in. 2023).

Poniżej prezentujemy jedną z nich, która została wykorzystana w części empirycznej pracy. Jest to model opracowany przez Renshaw i Haberman’a (2006), który oznaczamy dalej przez *RH*. Badacze zauważyli, że część zmienności związanej z natężeniem zgonów można przypisać przynależeniu jednostek do grupy osób, które są urodzone w tym samym roku (efektowi kohortowemu). Model *RH* przyjmuje następującą postać:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x^{(1)} k_t + b_x^{(2)} \gamma_{t-x} + \varepsilon_{x,t}, \quad (3.29)$$

gdzie parametry a_x , $b_x^{(1)}$, k_t są interpretowane tak samo jak w *LC*, natomiast γ_{t-x} reprezentuje poziom umieralności wynikający z przynależności do kohorty osób urodzonych w roku $t - x$, a $b_x^{(2)}$ - modyfikację wartości γ_{t-x} w zależności od wieku x . Również w przypadku tego modelu pojawia się problem z identyfikowalnością, dlatego wprowadza się następujące restrikcje (Cairns i in. 2009):

$$\sum_x b_x^{(1)} = 1, \sum_x b_x^{(2)} = 1, \sum_t k_t = 0, \sum_{x,t} \gamma_{t-x} = 0. \quad (3.28)$$

W modelu *RH* do modelowania i prognozowania dopasowanych wartości \hat{k}_t i $\hat{\gamma}_{t-x}$ wykorzystywane są modele jednowymiarowych szeregów czasowych.

Podsumowując prezentację modyfikacji modelu Lee-Cartera, należy wspomnieć, że w ostatnich latach pojawiły się publikacje, w których podjęto próbę znalezienia podobieństw pomiędzy różnymi jednopopulacyjnymi stochastycznymi modelami umieralności. Taki zabieg ma na celu opracowanie uniwersalnego modelu, który pozwoliłby na modyfikację jego poszczególnych składowych jak również wybór rozkładu prawdopodobieństwa składnika losowego. Swój wkład w rozwój badań mają Hunt i Blake (2015), którzy dokonali przeglądu obecnie stosowanych modeli umieralności wskazując na podobieństwa i różnice pomiędzy nimi. Skupili oni szczególną uwagę na zbadaniu struktury modeli umieralności pod względem wieku, okresu oraz kohorty, wprowadzając ich autorską klasyfikację. W klasyfikacji tej uwzględnili najważniejsze zasady funkcjonowania modeli przy jednoczesnym wskazaniu cech,

które należy wziąć pod uwagę przy konstruowaniu nowego. Z kolei, Currie (2014) wykazał, że większość aktualnie stosowanych stochastycznych modeli umieralności można wyrazić w języku uogólnionych modeli liniowych (GLM) lub uogólnionych modeli nieliniowych (GNM)⁷. W oparciu o te prace Villegas i in. (2018) zdefiniowali klasę uogólnionych modeli wiek-okres-kohora (GAPC - *Generalized Age-Period-Cohort*).

Model GAPC bazują na następujących czterech elementach konstrukcyjnych:

- komponencie losowym,
- komponencie systematycznym,
- funkcji łączącej (linku),
- zestawu restrykcji na parametry.

Komponent losowy stanowi liczba zgonów $D_{x,t}$ (w wieku x w roku t) opisywana rozkładem Poissona, gdy w modelu uwzględniany jest roczny współczynnik zgonów lub natężenie umieralności ewentualnie rozkładem dwumianowym, gdy uwzględnia się roczne prawdopodobieństwo zgonu (3.15) (współczynnik umieralności). Zatem:

$$\begin{aligned} D_{x,t} &\sim \text{Poisson}(E_{x,t}^c \mu_{x,t}), \\ D_{x,t} &\sim \text{Binomial}(E_{x,t}^0 q_{x,t}), \end{aligned} \quad (3.29)$$

gdzie

$E_{x,t}^c$ - centralna ekspozycja na ryzyko zgonu, osób w wieku x w roku t ,

$E_{x,t}^0$ - początkowa ekspozycja na ryzyko zgonu osób będących w wieku x w roku t ,

$\mu_{x,t}$ - natężenie umieralności (centralny współczynnik zgonu): $\mu_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{E_{x,t}^c}$, gdzie $d_{x,t}$ oznacza obserwowalną liczbę zgonów osób w wieku x w roku t ,

$q_{x,t}$ - roczne prawdopodobieństwo zgonu: $q_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{E_{x,t}^0}$.

Komponent systematyczny (predyktor liniowy) uwzględnia w modelu efekty wieku x , roku kalendarzowego t oraz kohorty $c = t - x$. Przyjmuje on następującą postać:

$$\eta_{x,t} = a_x + \sum_{i=1}^N b_x^{(i)} k_t^{(i)} + b_x^{(0)} \gamma_{t-x}, \quad (3.30)$$

gdzie

a_x - średnia po latach logarytmów współczynników zgonów dla wieku x ,

⁷ Powiązane prace wykorzystujące modele GLM lub GNM do modelowania umieralności można znaleźć na stronie: <https://www.connectedpapers.com/main/b16bf2b75f984062c0f772aa65ac10f3f3bd313d/Fitting-models-of-mortality-with-generalized-linear-and-non%20linear-models./graph>

N - liczba składników typu wiek-okres,

$b_x^{(i)}$ - odchylenia od uśrednionego poziomu umieralności związane z wpływem zmian $k_t^{(i)}$,

$k_t^{(i)}$ - i -ty parametr opisujący poziom umieralności w roku kalendarzowym t ,

$b_x^{(0)}$ – parametr zmieniający efekt kohortowy względem wieku,

γ_{t-x} - zmiany intensywności umieralności w kohorcie.

Funkcja łącząca zapewnia połączenie komponentów losowego i systematycznego. Ogólnie zapisuje się ją w następujący sposób:

$$\eta_{x,t} = g\left(E\left(\frac{D_{x,t}}{E_{x,t}}\right)\right) \quad (3.31)$$

gdzie:

$D_{x,t}$ - zmienna losową oznaczająca liczbę osób zmarłych w wieku x w roku t ,

$E_{x,t}$ – ekspozycja na ryzyko zgonu ($E_{x,t}^0$ lub $E_{x,t}^c$).

Dopuszczalne jest zastosowanie różnych funkcji łączących, niemniej jednak rozkład dwumianowy występuje zazwyczaj razem z linkiem logitowym, natomiast Poissona z linkiem logarytmicznym.

Zestaw restrykcji na parametry wynika z faktu, że większość stochastycznych modeli śmiertelności jest nieidentyfikowalna, co oznacza, że różne ich parametryzacje prowadzą do identycznych wartości $\eta_{x,t}$. W celu zapewnienia jednoznaczności, konieczne jest nałożenie dodatkowych ograniczeń. Choć wybór tych ograniczeń jest subiektywny, nie wpływa on na jakość dopasowania modelu oraz prognoz dotyczących śmiertelności (Cairns i in. 2009).

Opisane wyżej podejście posłuży nam w dalszej części pracy do zbudowania autorskich modyfikacji modeli umieralności wykorzystujących zmienne makroekonomiczne do wyjaśnienia dynamiki umieralności.

3.5.3.2 Jednopolacyjny model demograficzno-gospodarczy Niu-Melenberga

Model Lee-Cartera ma charakter ekstrapolacyjny, tzn. jest oparty na założeniu, że ogólne trendy w umieralności, zwłaszcza te związane z czynnikiem ukrytym k_t , będą się rozwijały zgodnie z obserwowanym wcześniej wzorcem. Nie zakłada znaczących zmian w strukturze umieralności ani nie bierze pod uwagę nowych czynników wpływających na umieralność, które nie są widoczne w danych historycznych. Dzięki temu jest on stosunkowo prosty i skuteczny w prognozowaniu długoterminowych tendencji umieralności. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku jego modyfikacji i rozszerzeń. Zazwyczaj dodawane są dodatkowe składowe związane z wiekiem lub proponowana jest zmiana rozkładu

prawdopodobieństwa komponentów losowych, jednak nie uwzględnia się w nich czynników niemających charakteru demograficznego.

To ograniczenie może wprowadzać pewne ryzyko, zwłaszcza jeśli istnieją czynniki zmieniające się w sposób istotny w czasie, których model nie uwzględnia. Biorąc pod uwagę rozważania z podrozdziału 3.4 (*Rozwój gospodarczy a oczekiwana długość życia*), problem ten można rozwiązać, wyjaśniając lub zastępując ukryte czynniki obserwowalnymi zmiennymi, między innymi takimi jak wzrost gospodarczy, wydatki socjalne oraz wydatki na ochronę zdrowia, które często mają większą moc wyjaśniającą w porównaniu z endogenicznymi i nieobserwowalnymi czynnikami.

Tego typu rozwiązanie proponują Niu i Melenberga (2014), włączając formalnie do modelu prognostycznego dla współczynnika umieralności wzrost gospodarczy. Analizują oni relację pomiędzy składową k_t a logarytmem PKB dla sześciu wybranych państw członkowskich OECD, w tym Stanów Zjednoczonych, Kanady, Wielkiej Brytanii, Holandii, Australii i Japonii. Wykorzystują w tym celu model (dalej nazywany modelem *Niu-Melenberga*), który jest rozszerzeniem równania Lee-Cartera o czynnik makroekonomiczny wyrażony za pomocą logarytmu PKB per capita:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + \gamma_x g_t + \varepsilon_{x,t}, \quad (3.32)$$

gdzie γ_x oznacza wrażliwość logarytmu umieralności na zmianę w czasie logarytmu PKB per capita oznaczonego jako g_t . Pozostałe parametry (3.32) są analogiczne do tych w modelu Lee-Cartera. Podobnie jak wcześniej model ten jest nieidentyfikowalny i w celu zapewnienia jego jednoznaczności autorzy wprowadzają następujące restrykcje:

$$\sum_t k_t = 0, \quad \sum_x b_x = 1, \quad cov(k_t, g_t) = 0, \quad k = (k_1, \dots, k_T) \neq 0. \quad (3.33)$$

3.5.4 Stochastyczne wielopopulacyjne modele umieralności

3.5.4.1 Koherentny model Li – Lee

Kluczowe z punktu widzenia analizy ryzyka długowieczności prognozy dalszego trwania życia wyznaczamy korzystając także z modeli wielopopulacyjnych. W pierwszej kolejności stosujemy model Li-Lee (2005). Jest on również modyfikacją podstawowego modelu Lee-Cartera, która polega na wprowadzeniu dwóch dodatkowych składników odnoszących się do grupy spokrewnionych populacji. Autorzy przyjmują założenie, że zmiany w poziomie umieralności w długim okresie nie powinny się znacząco różnić dla populacji o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych. Model ten przyjmuje następującą postać:

$$\ln(m_{i,x,t}) = a_{i,x} + B_x K_t + b_{i,x} k_{i,t} + \varepsilon_{i,x,t}. \quad (3.34)$$

Logarytm rocznego współczynnika zgonów $\ln(m_{i,x,t})$ jest w nim wyjaśniony przez wspólny dla wszystkich populacji czynnik ukryty K_t i czynnik ukryty $k_{i,t}$ specyficzny dla i -tej populacji. Wspólny czynnik odnosi się do głównego długoterminowego trendu zmian w łącznym poziomie umieralności spokrewnionych populacji a dodatkowy czynnik odnosi się do krótkookresowego trendu umieralności w danej populacji. Parametr B_x wskazuje na wrażliwość logarytmu umieralności na zmiany K_t w czasie. W oryginalnej propozycji estymacja modelu (3.34) przebiega w dwóch etapach Li i Lee (2005). W pierwszym, parametry B_x i K_t są szacowane podobnie jak w podstawowym modelu Lee-Cartera za pomocą metody SVD dla zagregowanych rocznych współczynników zgonu z zachowaniem następujących ograniczeń:

$$\sum_t K_t = 0, \quad \sum_x B_x = 1. \quad (3.35)$$

Następnie parametry K_t są korygowane, tak aby pasowały do średniej długości życia grupy. W drugim etapie, oddzielnie dla każdej populacji szacuje się $a_{i,x}$ poprzez uśrednienie $\ln(m_{i,x,t})$ względem czasu. Z kolei, parametry $b_{i,x}$ i $k_{i,t}$ szacuje się, stosując ponownie metodę SVD dla reszt

$$u_{i,x,t} = \ln(m_{i,x,t}) - a_{i,x} - B_x K_t, \quad (3.36)$$

z zachowaniem następujących ograniczeń:

$$\sum_t k_{i,t} = 0, \quad \sum_x b_{i,x} = 1. \quad (3.37)$$

Podobnie jak w modelu Lee-Cartera \hat{K}_t i $\hat{k}_{i,t}$ są modelowane i prognozowane za pomocą dopasowanych modeli ARIMA.

Wykorzystanie przedstawionej wyżej metody w odniesieniu do 15-stu krajów członkowskich OECD o niskiej umieralności (Austria, Kanada, Dania, Anglia, Finlandia, Francja, Niemcy Zachodnie, Włochy, Japonia, Holandia, Norwegia, Hiszpania, Szwecja oraz Stany Zjednoczone), pozwoliło na zwiększenie dokładności prognoz dalszego trwania życia dla tych krajów w porównaniu z prognozami uzyskanymi za pomocą modelem Lee-Cartera. Według autorów zastosowanie koherentnego podejścia prognostycznego dla grupy krajów zwiększyło nie tylko dopasowanie prognoz mierzone ex-post, ale również pozwoliło na ustabilizowanie wahań prognostycznych w długim horyzoncie czasowym 1997-2050. Wykazana poprawa dotyczyła zmniejszenia zakresu wahań z 6,1 lat dla klasycznej metody Lee-Cartera do 4,9 lat dla wielopopulacyjnego modelu Li-Lee, przy zachowaniu 95% przedziału ufności.

Podjęcie zaproponowane przez Li i Lee (2005), w którym do prognozowania dalszego trwania życia wykorzystuje się modele oparte o grupę spokrewnionych populacji, jest rozwijane w kolejnych latach. W szczególności nowe rozwiązania dotyczą sposobów estymacji parametrów, gdzie np. Li (2013) proponuje podejście oparte na rozkładzie Poissona a Hyndman i in. (2013) oraz Booth (2020) wykorzystują funkcjonalną analizę danych (*Functional Data Analysis*). Przedmiotem zainteresowania jest także poprawa skuteczności prognostycznej wielopopulacyjnego modelu Li-Lee. W tym obszarze Antonio i in. (2020) oraz Rooben i in. (2022) proponują wprowadzenie „okna kalibracyjnego” w celu znalezienia najbardziej stabilnego okresu bazowego na podstawie którego dokonywane są przyszłe prognozy. Proponują oni również, aby po dokonaniu oszacowania przyszłych wskaźników umieralności zastosować metodę Kannisto (1994) dla otrzymanych wartości, co ma na celu dokładniejsze określenie współczynników umieralności osób powyżej 80-tego roku życia. Autorskie zastosowanie metody Kannisto wykorzystujące algorytm oparty o składnik losowy proponują w swojej pracy Pascariu i in. (2020).

3.5.4.2 Wielopopulacyjny model Boonen-Li

Model Li-Lee jest wielopopulacyjnym rozszerzeniem modelu opracowanego przez Lee-Cartera. Zarówno on sam, jak i jego modyfikacje bazują jedynie na czynnikach demograficznych, natomiast nie uwzględnia się w nich zmiennych gospodarczych. Połączenie w modelowaniu umieralności podejścia opartego o grupę krajów z ideą włączenia czynników gospodarczych Niu i Melenberga (2014) jest proponowane przez Boonena i Li (2017). W swojej pracy, zakładając, że zmienność PKB krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych nie różni się w dłuższej perspektywie, badają istnienie długoterminowego związku między wzrostem gospodarczym a umieralnością dla grup blisko spokrewnionych populacji. Biorąc pod uwagę ten związek wyznaczają prognozy współczynnika umieralności dla 26 różnych krajów podzielonych na 4 grupy, wśród których można odnaleźć również kraje Europy Środkowej i Wschodniej należące do bloku postkomunistycznego. Proponowany przez nich model (dalej nazywany Boonen-Li) jest rozszerzeniem wielopopulacyjnego modelu umieralności Li-Lee o jawną zmienną określającą realny produkt krajowy brutto na mieszkańca krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych. Taki zabieg pozwala na uwzględnienie wspólnego trendu umieralności dla tych krajów.

Ogólna specyfikacja modelu Boonen-Li jest następująca:

$$\ln(m_{i,x,t}) = a_{i,x} + \sum_{j=1}^J B_{j,x} K_{j,t} + \sum_{l=1}^L \gamma_{l,x} g_{l,t} + b_{i,x} k_{i,t} + \varepsilon_{i,x,t} \quad (3.38)$$

gdzie:

$a_{i,x}$ – średnia po latach logarytmów współczynników zgonów w wieku x dla i -tego kraju,

$K_{j,t}$ – czynniki ukryte określające trend umieralności wszystkich krajów,

$B_{j,x}$ – wrażliwość logarytmu współczynnika zgonów na zmiany $K_{j,t}$, czyli zmiany j – tego czynnika ukrytego dla wszystkich krajów,

$g_{l,t}$ – l -ta składowa główna z szeregu czasowych logarytmów PKB krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych,

$\gamma_{l,x}$ – wrażliwość logarytmu współczynnika zgonów na zmiany $g_{l,t}$, czyli zmiany l – tej składowej głównej,

$k_{i,t}$ – czynnik ukryty określający trend umieralności specyficzny dla i -tego kraju,

$b_{i,x}$ – wrażliwość logarytmu współczynnika zgonów na zmiany $k_{i,t}$,

$\varepsilon_{i,x,t}$ – reszty o rozkładzie normalnym $N(0, \delta_{i,x}^2)$.

W celu zapewnienia identyfikowalności modelu wprowadza się następujące restrykcje:

$$\sum_t K_t = 0, \quad \sum_x B_x = 1, \quad \sum_t K_t g_{l,t} = 0 \text{ dla } l = 1, \dots, L, \quad K = (K_1, \dots, K_T) \neq 0. \quad (3.39)$$

Należy także podkreślić, że istnieje bogata literatura, w której wykorzystuje się modele wielopopulacyjne do modelowania umieralności w regionach danego kraju. Na przykład Danesi i in. (2015) porównują dziesięć różnych rozszerzeń modelu Lee – Cartera dla wybranych regionów Włoch traktując każdy z regionów jako pojedynczą populację. Równie ciekawą modyfikację modelu Lee-Cartera proponują Bozzo, Levantesi i Menziatti (2020), których badanie również dotyczyło poszczególnych regionów Włoch, jednak trend PKB oraz jego wrażliwość na zmiany trendu umieralności został zastąpiony stosunkiem trendu PKB dla pojedynczego regionu do trendu PKB jaki wystąpił na obszarze całego kraju. Takie podejście rzuca nowe światło na możliwości badawcze i daje potencjał do zastąpienia produktu krajowego brutto innymi wskaźnikami o charakterze makroekonomicznym, takimi jak wydatki emerytalne, wydatki socjalne czy też nakłady ponoszone na ochronę zdrowia. Zastosowanie modeli wielopopulacyjnych do prognozowania umieralności jest podyktowane potrzebą uzyskania spójnych prognoz umieralności dla określonych grup państw podobnych do siebie pod względem warunków społeczno-ekonomicznych lub grup państw należących do jednej kategorii, która została sklasyfikowana według płci, powierzchni kraju, poziomu dochodów lub

innych znaczących cech. Kluczowe znaczenie ma odpowiedni dobór grupy państw o podobnych uwarunkowaniach. W swojej pracy Li i Lee (2005) podejmują taką próbę wyłaniając państwa o niskim poziomie umieralności. Jednak jest to tylko jedna z prób grupowania państw, nie uwzględniająca panujących w nich realiów gospodarczych. Próbą znalezienia odpowiedzi na pytanie jak ustalić kraje o podobnych realiach gospodarczych, jest odwołanie się do teorii państwa dobrobytu.

3.6 Podsumowanie

Przedmiotem podejmowanych rozważań w niniejszym rozdziale jest analiza i pomiar zjawiska ryzyka długowieczności. Na podstawie literatury analizujemy samo pojęcie RD, czynniki mające wpływ na RD, finansowe skutki RD oraz związek poziomu rozwoju gospodarczego z oczekiwaną długością dalszego trwania życia. Następnie przedstawiamy podstawy teoretyczne pomiaru ryzyka długowieczności z wykorzystaniem stochastycznych modeli umieralności. Rozpoczynamy od wprowadzenia podstawowych pojęć i notacji oraz przedstawienia historycznego ujęcia modelowania umieralności. Następnie omawiamy stochastyczne modele umieralności jedno i wielopopulacyjne. Stochastyczne modele umieralności, w procesie prognostycznym uwzględniają czynnik losowy, pozwalający na poprawę dokładności wyznaczanych prognoz.

Na podstawie przytaczanych międzynarodowych oraz polskich źródeł literaturowych, stwierdzamy, że ryzyko długowieczności powstaje przede wszystkim w wyniku niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Różnica pomiędzy rzeczywistym a prognozowanym czasem trwania życia ludzkiego jest wskazywana jako źródło występowania ryzyka długowieczności również w raportach czołowych instytucji finansowych o zasięgu międzynarodowym. W literaturze znajdujemy próby oszacowania wielkości finansowych skutków, spowodowanych wystąpieniem ryzyka długowieczności. Jednak dostrzegamy lukę badawczą w tym zakresie, ponieważ przedstawione wyniki wskazują na to, że szacunki są bardzo zróżnicowane i niespójne. Dlatego w naszych badaniach zmiierzamy do możliwie najbardziej dokładnego określenia skutków finansowych, wynikających z ryzyka długowieczności. Taką możliwość uzyskujemy poprzez podział analizowanych krajów na grupy państw, które przyjmują różny model państwa opiekuńczego. Kluczowym etapem w niniejszym rozdziale jest wybór modeli umieralności, za pomocą których można wyznaczyć, możliwie najbardziej zbliżone do wartości rzeczywistych, prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Modele te stanowią narzędzie służące do pomiaru ryzyka

długowieczności, gdyż za ich pomocą określamy wielkość niedoszacowania prognoz względem wartości rzeczywistych.

W niniejszym rozdziale przedstawimy zatem podstawowy model, który ze względu na swoją skuteczność jest powszechnie stosowany przez krajowe i międzynarodowe instytucje statystyczne - model Lee-Cartera. Następnie przedstawiamy jego modyfikację zaproponowaną przez Ranshawa i Habermana, uwzględniającą efekt kohortowy występujący w obrębie populacji pojedynczego kraju. Dalej prezentujemy jednopopulacyjny model Niu-Melenberga, pozwalający na uwzględnienie w procesie progностycznym nie tylko zmiennych demograficznych, ale również zmiennych gospodarczych. Następnie omawiamy wielopopulacyjne stochastyczne modele umieralności, pozwalające na wykorzystanie, w procesie wyznaczania prognoz ODDTŻ, trendów wspólnych dla wielu krajów. Pierwszym z nich jest koherentny model Li - Lee, uwzględniający wspólny dla grupy krajów trend demograficzny. Kolejnym prezentowanym modelem jest wielopopulacyjny model Boonena-Li, który poza wspólnym trendem demograficznym pozwala na uwzględnienie wspólnego trendu gospodarczego.

ROZDZIAŁ IV

CELE, HIPOTEZY I METODY BADAWCZE

4.1 Cele i hipotezy badawcze

Zmiany demograficzne, w tym rosnąca oczekiwana długość życia ludzi to aktualne zagadnienie, które wymaga dogłębnej analizy. Ze względu na różny poziom rozwoju wielu państw, obserwujemy różne podejścia oraz przyjęcie różnych rozwiązań w polityce emerytalnej oraz ubezpieczeniowej związanej z zabezpieczeniem najpóźniejszych lat życia. Rodzi się naturalne pytanie: jak bardzo polityka społeczno-socjalna, pozwalająca na dobrobyt na pewnym poziomie, wpływa na oczekiwaną długość dalszego trwania życia. Rosnąca długość życia jest zjawiskiem, które realizuje się stosunkowo powoli. Zarówno publiczne jak i prywatne podmioty, dostarczające świadczenia z zakresu zabezpieczenia emerytalnego oraz rządu odpowiedzialne za kreowanie polityki zabezpieczenia socjalnego osób starszych, mają czas, aby odpowiednio zareagować na te zmiany. Przy czym skuteczność wydatków społecznych i socjalnych jest tym większa im dokładniejsze są prognozy długości dalszego trwania życia. Dzięki dokładnym prognozom, decydenci mogą prowadzić politykę społeczną, która nie generuje ryzyka długowieczności. Natomiast niedokładne prognozy długości życia populacji skutkują niedoszacowaniem lub przeszacowaniem kosztów społecznych i wydatków socjalnych, związanych z dłuższym niż oczekiwano dalszym trwaniem życia.

Przeprowadzone w rozdziałach od I do III niniejszej pracy, studia literaturowe, jak również analiza raportów najważniejszych instytucji międzynarodowych (BCBS 2013; IMF 2016; OECD 2021) oraz analiza danych demograficznych i gospodarczych z OECD, Maddison Historical Statistics, Eurostat i ONZ, wskazują na brak badań poświęconych zjawisku ryzyka długowieczności (RD) na poziomie międzynarodowym, w kontekście przyjętego modelu państwa opiekuńczego (MPO). Brak również rozwiązań w zakresie polityki społecznej i socjalnej, wynikających z takich badań. W szczególności nie odnajdujemy prac, w których wykorzystuje się wielopopulacyjne modele umieralności, uwzględniające zmienność wskaźników makroekonomicznych, do analizy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, w grupach krajów podobnych ze względu na przyjęty MPO. Stwierdzamy również niewielką liczbę publikacji, w których odnajdujemy analizę finansowych skutków, wynikających ze zmian demograficznych, jakie mają miejsce na przestrzeni ostatnich dziesięcioleci. Zmiany demograficzne powodują trudności w prawidłowym oszacowaniu długości dalszego trwania życia ludzkiego, czyli wystąpienie zjawiska RD.

Badania, które prowadzimy, skupione są na analizie RD w obrębie ustalonych grup krajów, charakteryzujących się podobnym reżimem polityki społecznej i socjalnej oraz ochrony zdrowia, czyli przypisanych do tego samego MPO. Model państwa opiekuńczego definiujemy jako sposób prowadzenia polityki społeczno-socjalnej, w której państwo o gospodarce rynkowej z silnym interwencjonizmem państwowym, będącym przeciwieństwem liberalizmu ekonomicznego, kładzie szczególny nacisk na rozwiązywanie problemów społecznych. W celu oceny RD w poszczególnych grupach państw charakteryzujących się podobnym MPO, wykorzystujemy wielopopulacyjne modele umieralności. Modele te dają możliwość uwzględnienia w procesie wyznaczania prognoz, oprócz długoterminowego trendu umieralności, również zmienność wskaźników makroekonomicznych.

Mając na uwadze nakreślony problem badawczy, jak również odnosząc się do dotychczasowego stanu wiedzy jako główny cel pracy przyjmujemy **zbadać wpływ modelu państwa opiekuńczego, reprezentowanego głównie przez wielkość wydatków społecznych i socjalnych, na finansowe skutki ryzyka długowieczności**. Przy czym finansowe skutki ryzyka długowieczności oceniamy na podstawie niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Przyjmujemy, że stanowią one różnicę między rzeczywście poniesionymi wydatkami społecznymi i socjalnymi a ich wartością oszacowaną na podstawie prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, uzyskanych za pomocą wybranych modeli umieralności.

Tak określony cel główny dekomponujemy na służące jego realizacji następujące cele szczegółowe:

1. Przegląd metod modelowania umieralności.
2. Ocena, na podstawie dotychczasowych raportów i badań, skali i skutków ryzyka długowieczności.
3. Przegląd badań na temat zależności między wybranymi zmiennymi makroekonomicznymi a umieralnością.
4. Wyodrębnienie, w oparciu o literaturę przedmiotu, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego.
5. Wyodrębnienie, w oparciu o autorską metodę wykorzystującą analizę skupień, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego. W analizie skupień odległość między obiektami określamy wykorzystując algorytm Dynamic Time Warping.
6. Ocena i porównanie jakości prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, uzyskanych z wykorzystaniem wybranych modeli jednopopulacyjnych i

wielopopulacyjnych, w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę.

7. Analiza finansowych skutków ryzyka długowieczności w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę. Finansowe skutki ryzyka długowieczności oceniamy na podstawie kosztów polityki społecznej, powstałych w wyniku niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.
8. Weryfikacja wpływu zastosowanej metody podziału na jednorodne grupy krajów, podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, na oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności.

W nawiązaniu do wskazanych celów formułujemy następującą hipotezę główną

H: Model państwa opiekuńczego ma wpływ na finansowe skutki ryzyka długowieczności, wyrażone za pomocą kosztów związanych z dłuższym niż oczekiwano trwaniem życia.

W celu jej weryfikacji stawiamy następujące hipotezy pomocnicze:

H1: Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności, są obciążone mniejszym błędem w porównaniu z analogicznymi prognozami uzyskanymi za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera.

H2: Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli umieralności przyczynia się do dokładniejszego oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności w porównaniu z oszacowaniem uzyskanym na podstawie modeli jednopopulacyjnych.

H3: Zastosowanie autorskiej metody wyodrębniania krajów podobnych ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego, umożliwi dokładniejsze oszacowanie finansowych skutków ryzyka długowieczności, w porównaniu z oszacowaniem bazującym na podziale literaturowym (opartym o literaturę).

4.2 Metodyka badań empirycznych

Podnoszony w pracy problem badawczy rozstrzygamy, przeprowadzając analizę empiryczną finansowych skutków ryzyka długowieczności dla krajów charakteryzujących się różnym modelem państwa opiekuńczego, z wykorzystaniem wybranych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Finansowe skutki RD oceniamy na podstawie niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, uzyskanych za pomocą wybranych modeli umieralności. Ponieważ kluczową rolę w tym podejściu odgrywa informacja na temat dokładności prognoz, prowadzimy analizę *ex post*, tzn. wyznaczamy

prognozy i szacujemy skutki RD, na okres (zbiór testowy), dla którego znamy odpowiednie wartości rzeczywiste. Stosujemy procedurę badawczą składającą się z następujących etapów:

- Wybór analizowanych krajów i ich podział na jednorodne grupy ze względu na obowiązujący w nich model państwa opiekuńczego.
- Wybór modeli umieralności.
- Wybór okresu prognostycznego i metod oceny dokładności prognoz.
- Estymacja parametrów modeli.
- Diagnostyka oszacowanych modeli umieralności
- Ocena dokładności prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.
- Ocena finansowych skutków ryzyka długowieczności.
- Sformułowanie wniosków z badań empirycznych i weryfikacja hipotez pomocniczych.
- Weryfikacja hipotezy głównej.

Poniżej omawiamy pięć pierwszych etapów, z listy powyżej, związanych z planowaniem badań. Pozostałe etapy stanowią przedmiot rozważań rozdziału piątego i szóstego oraz zakończenia.

4.2.1 Wybór krajów i ich podział na jednorodne grupy

W pracy analizujemy 26 państw członkowskich OECD, przedstawionych w tabeli 4.1.

<i>Kraj</i>	<i>Skrót</i>	<i>Kraj</i>	<i>Skrót</i>
Australia	AUS	Łotwa	LVA
Austria	AUT	Niemcy	DEU
Belgia	BEL	Norwegia	NOR
Czechy	CZE	Nowa Zelandia	NZL
Dania	DNK	Polska	POL
Estonia	EST	Portugalia	PRT
Finlandia	FIN	Słowacja	SVK
Francja	FRA	Stany Zjednoczone	USA
Hiszpania	ESP	Szwajcaria	CHE
Holandia	NLD	Szwecja	SWE
Irlandia	IRL	Węgry	HUN
Kanada	CAN	Wielka Brytania	GBR
Litwa	LTU	Włochy	ITA

Tabela 4.1 Kraje uwzględnione w analizie i skróty ich nazw
Źródło: Opracowanie własne

Aby zrealizować postawione cele pracy, dzielimy je na jednorodne grupy ze względu na MPO, czyli ze względu na podobne uwarunkowania społeczno-ekonomiczne. Stosujemy w tym celu

dwa autorskie podejścia, jedno bazujące na przeglądzie literatury w zakresie reżimów polityki społecznej, który przedstawiamy w rozdziale drugim, drugie wykorzystujące metody analizy skupień z wykorzystaniem algorytmu Dynamic Time Warping (dalej DTW)

4.2.1.1 Podział autorski bazujący na przeglądzie literatury

Podstawę tego etapu badań stanowi, przedstawiony w rozdziale drugim, systematyczny przegląd piśmiennictwa w zakresie reżimów polityki społecznej, obejmujący zarówno pozycje z kanonu literatury przedmiotu, jak i wyniki najnowszych badań empirycznych. Przegląd jest opracowany w oparciu o międzynarodowe i polskie źródła. Znaczące pozycje z czasopism międzynarodowych to Esping-Andersen (1990), Leibfried i Pierson (1992; Kangas i Palme (1994), Ferrera (1996), Bonoli (1997), Korpi i Palme (1998), Amable (2003), Bambra (2006) , Pankratz (2014), Yu (2014) Olivera (2015), Farkas (2016) , Roumpakis (2020), Arts i Gelissen (2002) oraz Farkas (2016). Natomiast wśród polskich pozycji znajdują się prace autorów, opisujących modele państwa opiekuńczego, głównie z perspektywy społeczno-politycznej Barczyk (2004) oraz Golinowska (2018). Analiza źródeł literatury pozwala na przypisanie każdego z 26 krajów do jednego z ośmiu MPO. Wyniki tego podziału przedstawiamy w tabeli 4.2.

Model Liberalny	Model Konserwatywny	Państwa Beneluksu	Model Skandynawski	Model Południowy	Model Wyszehradzki
Australia Kanada Stany Zjednoczone Nowa Zelandia	Niemcy Francja Szwajcaria Austria	Belgia Holandia	Szwecja Dania Norwegia Finlandia	Włochy Hiszpania Portugalia	Polska Czechy Węgry Słowacja
Model Liberalny (Europa)					Model Bałtycki
Wielka Brytania Irlandia					Estonia Litwa Łotwa

Tabela 4.2 Grupy krajów uzyskane na podstawie przeglądu literatury.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie literatury przedmiotu

Klasyfikacja państw, wyłonionych na podstawie opracowanego przez nas przeglądu literatury, zawiera osiem grup państw, przypisanych do poszczególnych modeli państwa opiekuńczego. Dokonujemy rozróżnienia państw, które przyjęły model liberalny na państwa leżące poza Europą i na te, które znajdują się na kontynencie Europejskim. Proponujemy specyficzny podział państw należących do tzw. byłego bloku socjalistycznego, zaliczanych

również przez niektórych autorów do grupy państw postkomunistycznych. Proponujemy, aby osobno ująć państwa Europy Środkowej, czyli Polskę, Czechy, Węgry i Słowację, które klasyfikujemy w ramach modelu wyszehradzkiego. Natomiast odrębną grupę stanowią tzw. państwa bałtyckie do których zaliczamy Estonię, Litwę i Łotwę. W przypadku państw modelu liberalnego, wybór nasz motywujemy nie tylko przeglądem literatury, ale również kwestiami geograficznymi. W przypadku państw postkomunistycznych uważamy, że ze względu na uwarunkowania historyczne, geograficzne oraz warunki społeczno-ekonomiczne, bardziej zasadne staje się poddanie osobnej analizie państwa bałtyckie oraz państwa grupy wyszehradzkiej.

4.2.1.2 Podział autorski wykorzystujący analizę skupień z miarą podobieństwa DTW

W trakcie prowadzonych przez nas badań przeprowadzamy także autorską analizę podobieństwa wybranych krajów ze względu na wybrane wskaźniki sytuacji społeczno-ekonomicznej. Literatura przedmiotu pokazuje, że w tym celu można zastosować bardzo zróżnicowane metody badawcze, o czym piszą między innymi Sharkh i Gough (2010), Jedynak (2019) oraz Roumpakis (2020). W prowadzonych dotychczas badaniach odnajdujemy metody opisowe (Barrientos 2009), metody wykorzystujące opracowany przez Espinga-Andersena wskaźnik dekomodifikacji (Esping-Andersen 1990), analizę regresji (Hinojosa i in. 2012) oraz metodę analizy skupień (Franzoni i Ancochea 2018), (Franzoni 2008), (Sharkh i Gough 2010), (Yu 2014), (Böger i Öktem 2019), (Krpan, Pavkovic, i Zmuk 2020).

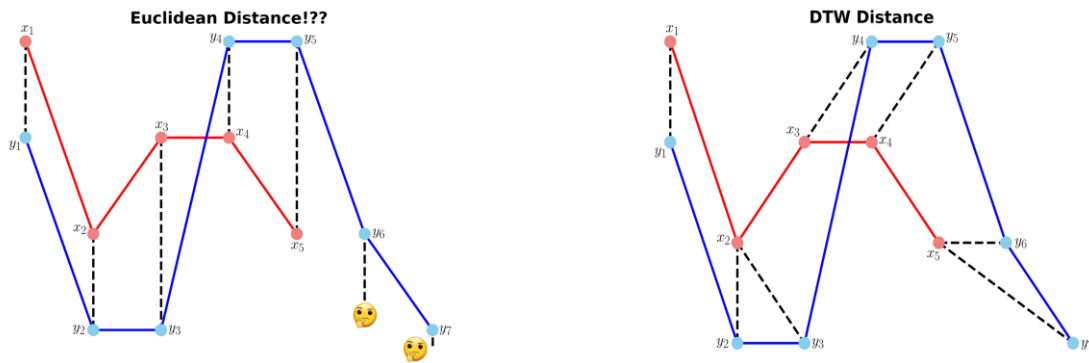
W naszym badaniu proponujemy wykorzystanie analizy skupień, w której podobieństwo między obiektami ustalane jest z wykorzystaniem algorytmu Dynamic Time Warping. Według Charrad i in. (2012), współcześnie stosowanych jest ponad 30 różnych algorytmów analizy skupień, jednak wybór metody dającej najlepsze rezultaty w procesie grupowania, zależy od typu zestawu danych jakim się dysponuje, poziomu ich złożoności oraz celu grupowania. Konwencjonalne metody grupowania nie dostarczają zadowalających rezultatów w przypadku danych zmieniających się w czasie. W odniesieniu do szeregów czasowych, statyczne metody grupowania nie uwzględniają dynamiki zmienności danych w następujących po sobie latach. Tymczasem badacze potwierdzają, że podobieństwo zmieniających się szeregów czasowych może być wykorzystane do efektywniejszego porównywania obiektów (Guijo-Rubio i in. 2021). Niezbędne staje się wtedy zastosowanie odpowiedniej metody grupowania szeregów czasowych. Według Aghabozorgi i in. (2015), grupowanie szeregów czasowych nie jest łatwym zagadnieniem i wskazuje trzy podstawowe trudności: rozmiar analizowanych danych, wielowymiarowość danych oraz dobór

odpowiedniej miary podobieństwa. Agahabozorgi wraz ze współautorami wskazuje na trudności przy ustalaniu podobieństwa szeregów czasowych, które są z natury zaszumione i zawierają wartości odstające oraz przesunięcia. Ponadto często długość szeregów czasowych jest zmienna, co jest utrudnieniem, kiedy oblicza się odległość między nimi. Z analizy dotychczasowej literatury wynika, że odpowiednim narzędziem do ustalenia podobieństwa wielowymiarowych szeregów czasowych, jest algorytm Dynamic Time Warping. Jest to jeden z algorytmów pomiaru podobieństwa między dwoma szeregami czasowymi o różnej długości, które są ściśnięte lub rozciągnięte wzdłuż osi czasu. Wyższość nieparametrycznej metody DTW nad innymi stosowanymi dotąd miarami podobieństwa leży w tym, że pozwala na uniknięcie problemu sezonowego wyrównywania szeregów czasowych.

Precyzyjna definicja DTW oraz podstawowe własności tej miary wraz z przykładami i interpretacją odnajdujemy w rozdziale czwartym książki autorstwa Müllera (2007). Sama metoda badania podobieństwa szeregów czasowych pochodzi z lat sześćdziesiątych XX wieku od Bellmana i Calaba (1959). W ostatnich latach DTW staje się preferowaną miarą odległości w praktycznie wszystkich zastosowaniach eksploracji danych szeregów czasowych. DTW jest dotychczas szeroko stosowanym algorytmem w dziedzinach pozaekonomicznych, takich jak rozpoznawanie mowy (Sakoe i Chiba 1978), obrazu (Cedras i Shah, 1995) czy rozpoznawanie ruchu (Geiger i in. 1995), analizie EKG, biometrii, analizie sygnału, eksploracji danych (Keogh i Pazzani, 2000). W artykule (Petitjean i in. 2011) autorzy wykazują, że nieparametryczna miara podobieństwa DTW jest lepsza od innych miar; podają porównanie ze współczynnikiem korelacji Pearsona. Choć Franses i Wiemann (2020) stwierdzają, że badania ekonomiczne nie wykorzystują jeszcze w pełni potencjału DTW, odnajdujemy coraz szersze jego zastosowania w ekonomii i finansach. Wśród autorów wykorzystujących technikę DTW są Wang i in. (2012), Śmiech (2015) czy też Raihan (2017), Kim i in. (2018), Denkowska i Wanat (2020), Dmytrow i in. (2022). Najczęściej podawany i najbardziej intuicyjny przykład zastosowania DTW, to ocena jakości prognozowania w porównaniu z danymi rzeczywistymi.

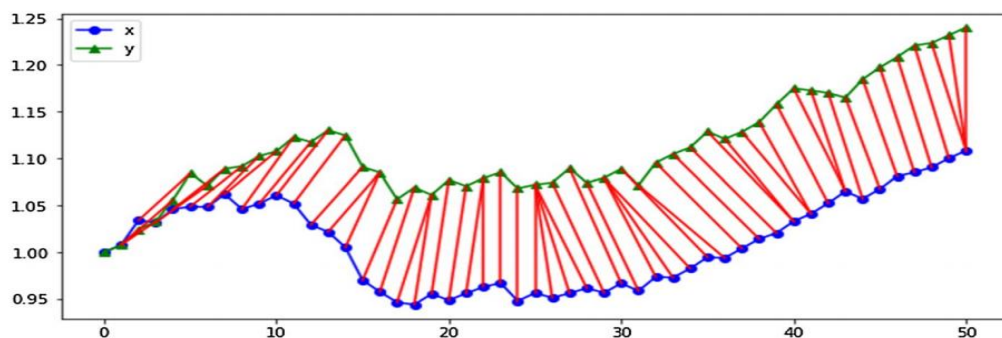
Aby krótko zobrazować intuicję działania algorytmu DTW, posłużymy się przykładami ogólnie dostępnymi. Przedstawione schematy na rysunku 4.1 obrazują istniejące problemy i podstawowy cel, jaki osiągamy w trakcie stosowania DTW. Celem jest policzenie odległości między badanymi szeregami, które rozpoczyna się od ustalenia ścieżki podobieństwa pomiędzy porównywanymi szeregami. W sytuacji, kiedy porównywane szeregi czasowe są różnej długości, zawodzi możliwość zastosowania zwykłej odległości Euklidesa. Za to odległość DTW świetnie sobie radzi w sytuacji, kiedy trzeba ustalić odległość między

dwoma szeregami różnej długości, co obrazujemy na poniższym opracowaniu graficznym (rys. 4.1, (Alizadeh 2022)):



Rysunek 4.1 Graficzne porównanie idei odległości Euklidesa oraz odległości DTW między dwoma szeregami czasowymi
Źródło: Alizadeh (2022)

Idea metody DTW polega na znalezieniu odległości między porównywanymi szeregami. Na rysunku poniżej (rys. 4.2), zaczerpniętym z artykułu Francec i Wiemann (2020), prezentowana jest tzw. ścieżka przejścia między szeregami, nazywana również ścieżką podobieństwa. Jak widać takie dopasowanie między szeregami nie jest jednoznaczne. Ustalenie zatem wartości DTW polega na znalezieniu takiej ścieżki przejścia między szeregami, która ma najmniejszy koszt.



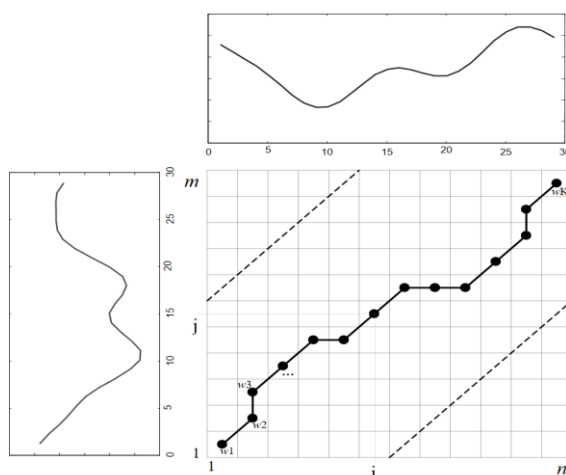
Rysunek 4.2 Graficzna ilustracja tzw. ścieżki podobieństwa stanowiącej główną ideę metody DTW
Źródło: Francec i Wiemann (2020)

Dla szeregów czasowych $X = (x_1, \dots, x_n)$ oraz $Y = (y_1, \dots, y_m)$, które mogą być różnej długości, gdzie $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ i $m \in \{1, 2, \dots, M\}$ i $N, M \in \mathbf{N}$, algorytm DTW ustala tzw. lokalną miarę kosztu. Jest to funkcja $c: X \times Y \rightarrow \mathbf{R}_+$. Wartość funkcji $c(x, y)$ jest mała, jeśli x i y są podobne, w przeciwnym wypadku wartość $c(x, y)$ jest duża. Ustalając lokalne miary kosztu dla każdej pary z szeregów X i Y otrzymujemy macierz kosztów $C_{N \times M}$ zdefiniowaną przez wartości lokalnych miar, czyli $C(n, m) := c(x_n, y_m)$.

Lokalne miary ustalane są jako $c(x_n, y_m) = |x_n - y_m|$ lub $c(x_n, y_m) = (x_n - y_m)^2$. Następnie algorytm ustala ścieżkę przejścia między szeregami jako ciąg $w = (w_1, \dots, w_K)$, gdzie $w_l = (n_l, m_l) \in \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$, dla $k \in \{1, \dots, K\}$, który spełnia trzy warunki:

- Warunek brzegowy: $w_1 = (1, 1)$ and $w_K = (N, M)$
- Warunek monotoniczności: $n_1 \leq n_2 \leq \dots \leq n_K$ and $m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_K$
- Warunek wielkości kroku: $w_{k+1} - w_k \in \{(1, 0), (0, 1), (1, 1)\}$ i $k \in \{1, \dots, K-1\}$.

Przedstawione trzy warunki wyjaśniamy, podając przykładową ścieżkę przejścia na załączonym rysunku (rys. 4.3).



Rysunek 4.3 Ścieżka przejścia w między szeregami X i Y
źródło: Yao, Zhao, Wu (2019)

Całkowity koszt $c_w(X, Y)$ ścieżki dopasowania między szeregami X i Y z uwzględnieniem miary kosztu lokalnego $c(x, y)$ jest zdefiniowany jako $c_w(X, Y) := \sum_{k=1}^K c(x_{n_k}, y_{m_k})$.

Optymalną ścieżką dopasowania między szeregami X i Y jest, oznaczona jako w^* , ścieżka dopasowania z najmniejszym kosztem całkowitym, wybrana spośród wszystkich możliwych ścieżek. Wtedy jako DTW, ustalamy wartość sumy wszystkich kosztów lokalnych na ścieżce ustalonej jako ścieżka o najmniejszym koszcie całkowitym: $DTW(X, Y) := c_{w^*}(X, Y) = \min\{c_w(X, Y)\}$, gdzie w jest dowolną ścieżką dopasowania. Znormalizowaną DTW otrzymujemy, dzieląc otrzymaną jak wyżej DTW przez $N+M$, gdzie N i M to długości, odpowiednio, szeregów X i Y.

W proponowanej przez nas metodzie ustalania grup krajów podobnych ze względu na MPO, czyli o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych, stosujemy algorytmy Warda, k -średnich oraz Partitioning Around Medoids (PAM), w którym podobieństwo między obiektami (krajami) wyznaczamy za pomocą algorytmu DTW. W analizie bazujemy na

wyłonionych, na podstawie studium literatury, najczęściej stosowanych przy ustalaniu podobieństw, wskaźnikach socjalno-emerytalnych, demograficznych i makroekonomicznych. Wskaźniki te prezentujemy w tabeli 4. 3.

Socjalno-emerytalne	Demograficzne	Makroekonomiczne
<ul style="list-style-type: none"> • Średni efektywny wiek przejścia na emeryturę dla kobiet i mężczyzn • Wydatki emerytalne jak procent PKB • Wydatki socjalne jako procent PKB • Wydatki na ochronę zdrowia jako procent PKB 	<ul style="list-style-type: none"> • Procentowy udział osób powyżej 65 roku życia w populacji • Oczekiwana długość życia kobiet i mężczyzn • Oczekiwana długość życia w wieku 65 lat dla kobiet i mężczyzn • Współczynnik wsparcia społecznego osób starszych • Współczynnik dzietności 	<ul style="list-style-type: none"> • Produkt krajowy brutto per capita • Stopa wzrostu gospodarczego • Udział osób starszych w rynku pracy

Tabela 4.3 Wybrane wskaźniki emerytalne, demograficzne oraz makroekonomiczne, wykorzystane do grupowania krajów podobnych ze względu na MPO

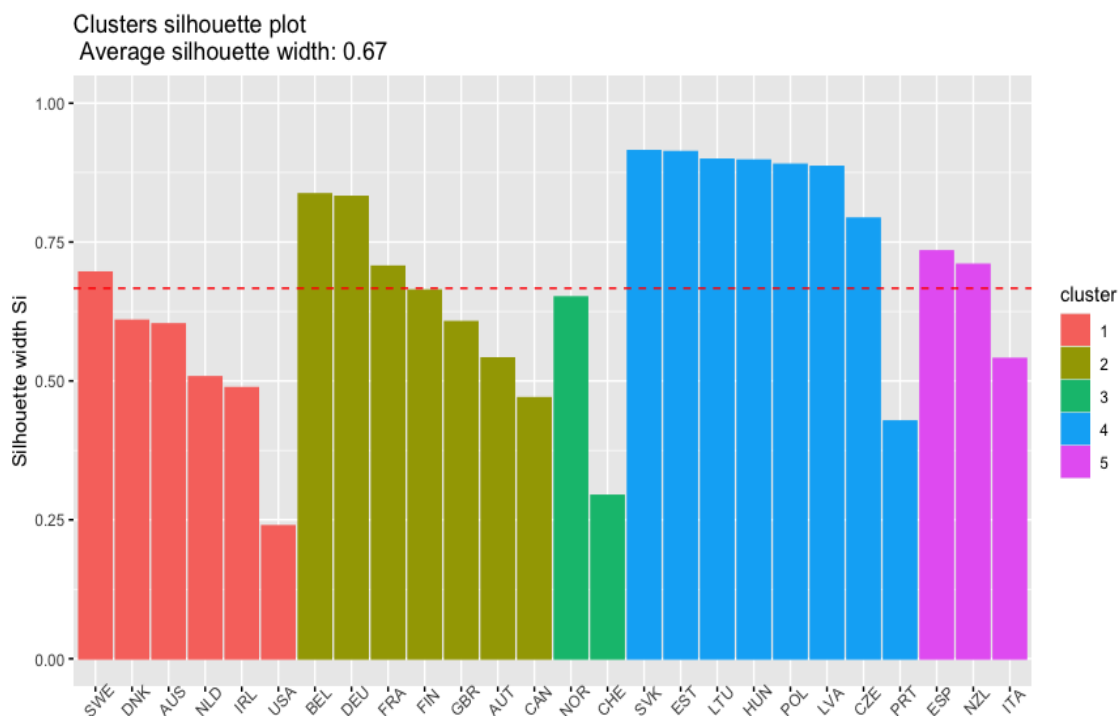
Źródło: Opracowanie własne na podstawie przeglądu literatury

Ostatecznie kierując się kryteriami jakości grupowania wybieramy podział, uzyskany metodą PAM, na pięć grup który przedstawiamy w tabeli 4.4. Dla tego podziału średnia wartość wskaźnika sylwetkowego (*average silhouette*) wynosi 0,67 (jakość grupowania zobrazowano na rysunku 4.4). W dalszej części pracy zaproponowany przez nas tutaj sposób ustalania grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, nazywamy metodą PAM-DTW.

Grupa DTW 1	Grupa DTW 2	Grupa DTW 3	Grupa DTW 4	Grupa DTW 5
Szwecja Dania Australia Holandia Irlandia Stany Zjednoczone	Belgia Niemcy Francja Finlandia Wielka Brytania Austria Kanada	Norwegia Szwajcaria	Słowacja Estonia Litwa Łotwa Węgry Polska Czechy Portugalia	Hiszpania Nowa Zelandia Włochy

Tabela 4.4 Grupy krajów uzyskane na podstawie metody PAM-DTW.

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 4.4 Wskaźniki sylwetkowe dla przyjętego podziału krajów na 5 grup, uzyskanego z wykorzystaniem metody PAM-DTW
Źródło: Opracowanie własne

Z tabeli 4.4 wynika, że w pierwszej grupie państw (Grupa DTW 1), znajdują się państwa, które na podstawie przeglądu literatury zostały wcześniej przypisane do grupy państw modelu skandynawskiego, liberalnego oraz jeden kraj Beneluksu. W drugiej grupie państw (Grupa DTW 2), odnajdujemy kraj przypisany wcześniej do grupy państw Beneluksu oraz państwa reprezentujące model konserwatywny, skandynawski oraz liberalny. W obrębie trzeciej grupy (Grupa DTW 3), klasyfikujemy dwa najbardziej zamożne pod względem wysokości PKB na mieszkańca kraje spośród wszystkich 26-ciu państw członkowskich OECD, będących przedmiotem naszych badań. Zauważamy, że w czwartej grupie krajów (Grupa DTW 4), z wyłączeniem Portugalii, pozostałe kraje odpowiadają geograficznie obszarowi Europy Środkowej i Wschodniej a w literaturze klasyfikowane są jako państwa przynależące do grupy państw postkomunistycznych. Natomiast w ostatniej grupie krajów (Grupa DTW 5), poza Hiszpanią i Włochami, które zostały wcześniej przypisane do modelu południowego, znajduje się również Nowa Zelandia, która była sklasyfikowana w ramach modelu liberalnego.

Zwracamy również uwagę, że kolorystyka jaką używamy na rysunku 4.4 do oznaczenia konkretnych grup krajów, jest przez nas zastosowana w tabeli 4.4, jak również we wszystkich miejscach naszej pracy, w których omawiamy wyniki otrzymane na podstawie podziału wykorzystującego metodę PAM-DTW.

4.2.2 Wybór modeli umieralności

W literaturze zagranicznej istnieje wiele pozycji dotyczących prognozowania umieralności. Warto zwrócić uwagę na prace między innymi Hyndman i in. (2006) czy Booth i Tickle (2008), którzy sprawdzają skuteczność pięciu różnych modyfikacji modelu Lee-Cartera dla populacji dziesięciu uprzemysłowionych krajów. Problematyka ta jest również opisana przez Ranshaw i Hubermana (2011), którzy stosują modele umieralności w odniesieniu do populacji Anglii, Walii oraz Stanów Zjednoczonych. Godna uwagi jest też publikacja Giacometti i in. (2012), w której do zbadania dokładności prognoz wykonanych za pomocą modeli stochastycznych wykorzystuje się technikę AR-ARCH. Równie użyteczne jest badanie wykonane na podstawie danych dotyczących populacji Włoch przez zespół Carfora i in. (2017). Do jednych z najnowszych opracowań należy analiza wykonana w pracy Atance i in. (2020). Autorzy porównują trzy różne modele, wykorzystując dane obejmujące kraje Europy Zachodniej. Z przedstawionych opracowań wynika, że prognozy oczekiwanej długości życia, ustalone na przestrzeni ostatnich kilkudziesięciu lat, są w różnym stopniu niedoszacowane. Podobne konkluzje można znaleźć w publikacjach polskich uczonych zajmujących się prognozowaniem umieralności. Autorzy analizujący dokładność klasycznego modelu Lee-Cartera to między innymi Bijak i Więckowska (2008), (2011) oraz Jodź (2014). Natomiast publikacje (Trzpiot and Majewska 2015) obejmują swym zakresem również rozszerzenia tego modelu o kolejne parametry zmierzające do oszacowania dokładniejszych prognoz.

Przeprowadzona analiza literatury przedmiotu wskazuje na brak badań poświęconych analizie skuteczności prognostycznej modeli umieralności w kontekście modeli państwa opiekuńczego i wynikających z nich rozwiązań w zakresie polityki socjalnej. W szczególności nie ma wyników wykorzystujących wielopopulacyjne modele umieralności w analizie długoterminowego trendu umieralności w oparciu o zmienność wskaźników makroekonomicznych w grupie państw zaliczanych do tego samego MPO.

Realizacja postawionych w niniejszej pracy celów, wymaga wyznaczenia prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla analizowanych krajów, z wykorzystaniem zarówno jednopopulacyjnych, jak i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Należy podkreślić, że modele jednopopulacyjne są autonomiczne, w tym sensie, że na uzyskiwane wyniki dla danego kraju nie wpływają ani trendy demograficzne, ani trendy gospodarcze innego. Z kolei, w przypadku zastosowania modeli wielopopulacyjnych wyniki te zależą od dobranych populacji (krajów), w ramach których dany model jest szacowany. Stąd też w ich przypadku na uzyskiwane wyniki dla danego kraju ma wpływ skład grupy, w której ten kraj się znajduje. Poniżej prezentujemy modele jedno i wielopopulacyjne, które wybieramy do

przeprowadzenia badań empirycznych. Wyboru dokonujemy na podstawie przedstawionego wyżej przeglądu literatury, jak również biorąc pod uwagę ich własności opisane w podrozdziale 3.5.

Wybieramy trzy stochastyczne modele umieralności, które obejmują swym zakresem populacje pojedynczych krajów. Kluczowym modelem, stanowiącym punkt odniesienia do dalszych analiz, jest powszechnie stosowany model Lee-Cartera (LC), który jest oparty o wyznaczenie czynnika k_t opisującego zmienność poziomu umieralności w czasie. Model ten wraz z jego elementami składowymi opisujemy w podrozdziale 3.5.3.1. Umożliwia on prognozowanie przyszłych współczynników umieralności a na ich podstawie, oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Kolejnym modelem umieralności, który stosujemy w analizie, jest model opracowany przez Renshawa i Habermana (2006) (RH). Uwzględnia on, oprócz zmian w poziomie umieralności, również zmienną dotyczącą efektu kohortowego. Jego konstrukcję również opisujemy w podrozdziale 3.5.3.1.

Z kolei, na podstawie studiów literaturowych, których wyniki przedstawiamy w podrozdziale 3.4 (*Rozwój gospodarczy a oczekiwana długość życia*), przyjmujemy, że występuje pozytywna zależność między oczekiwaną długością życia a rozwojem gospodarczym. W związku z tym, ostatnim jednopopulacyjnym modelem umieralności, który wykorzystujemy w naszych badaniach, jest model Niu-Melenberga (NM), uwzględniający zarówno czynnik demograficzny, w postaci zmian poziomu umieralności w czasie, jak również czynnik gospodarczy w postaci logarytmu PKB. Podstawy teoretyczne modelu charakteryzujemy w podrozdziale 3.5.3.2. Model pozwala na skorzystanie z mocy objaśniającej czynnika gospodarczego do prognozowania przyszłych współczynników umieralności. Tym samym włączamy do naszej analizy czynnik makroekonomiczny.

Spośród modeli wielopopulacyjnych wybieramy model Li-Lee (LL), który pozwala na uwzględnienie trendu demograficznego, obejmującego swym zakresem grupę spokrewnionych populacji. W kolejnym etapie rozszerzamy model Li-Lee, dodając czynnik gospodarczy w postaci składowej głównej PKB dla grupy krajów, czyli wybieramy model Boonen-Li (BL). Rozszerzona analiza pozwala na bardziej wszechstronne zrozumienie wpływu, zarówno czynników demograficznych, jak i ekonomicznych, na prognozowaną długość życia w populacji złożonej z wielu krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych. Modele te są szczegółowo przedstawione podrozdziale 3.5.4 (*Stochastyczne wielopopulacyjne modele umieralności*)

4.2.3 Wybór okresu prognostycznego i metod analizy dokładności prognoz

Dla trafności prognoz, wybór okresu prognostycznego jest ważnym etapem procesu prognozowania. W przypadku prognozowania Produktu Krajowego Brutto (PKB) i oczekiwanej dalszej długości trwania życia, optymalny okres prognostyczny jest zależny od wielu czynników, w tym od ich zmienności w czasie. Prognozowanie długości życia jest ważną częścią wielu badań naukowych, która ma zastosowanie w różnych dziedzinach życia społeczno-gospodarczego. Należą do nich przede wszystkim zagadnienia z obszaru polityki społecznej i zdrowotnej państwa, kwestie z zakresu ubezpieczeń na życie czy też dotyczące sektora emerytalnego. Prognozy długości dalszego trwania życia są wykorzystywane również do oceny wpływu różnych czynników, takich jak postęp medyczny, zmiany w stylu życia i warunki środowiskowe, na długość życia populacji. Z uwagi na fakt, że w niniejszej rozprawie badamy wpływ polityki społecznej i socjalnej państwa na oczekiwaną długość życia ludzkiego, okres prognostyczny ustalamy, biorąc pod uwagę zarówno trendy demograficzne jak i gospodarcze. Przyjmujemy, że trafne predykcje z uwzględnieniem obu czynników mogą być ustalane w krótkim, średnim oraz długim horyzoncie czasowym.

Na podstawie przeglądu literatury stwierdzamy, że krótkoterminowe prognozy dalszego trwania życia są najczęściej na okres od jednego roku do pięciu lat. W tym okresie zmienność długości życia jest stosunkowo niska, a trendy demograficzne są względnie stabilne. Dlatego prognozy długości życia na krótki okres są zazwyczaj relatywnie precyzyjne. Krótkoterminowy zakres prognoz demograficznych jest uznany za najbardziej dokładny m. in. w publikacjach Sanderrsona i Scherbova (2015) Foremana i in. (2018) oraz Mazzuco i Campostriniego (2022). Średnioterminowe prognozy demograficzne są przygotowywane na okres od 5 do 10 lat. W tym okresie zmienność długości życia jest nieco wyższa niż w przypadku krótkiego okresu prognostycznego. Dlatego prognozy średnioterminowe mogą być mniej dokładne niż krótkookresowe. Niemniej jednak Foreman i in. (2018), na podstawie danych obejmujących 195 krajów, stosuje średnioterminowy horyzont prognoz demograficznych, uzyskując prognozy zbliżone do wartości rzeczywistych. Długoterminowe prognozy wskaźników śmiertelności są przygotowywane na okres powyżej 10 lat. W tym okresie zmienność długości życia jest wysoka, a trendy demograficzne mogą się zmieniać. Dlatego prognozy długości życia na długi okres są zazwyczaj mniej dokładne niż prognozy na krótsze okresy, choć również są stosowane w badaniach tak jak np. w Janssen (2018).

Na podstawie literatury przedmiotu stwierdzamy, że najdokładniejsze prognozy czynników gospodarczych w tym Produktu Krajowego Brutto otrzymywane są w okresie nieprzekraczającym trzech lat. Na dużą precyzję prognoz czynników gospodarczych w okresie

między rokiem a trzema latami wskazują w swoich publikacjach między innymi Petropoulos i in. (2022). Wnioski te potwierdzają również w badaniach dla krajów europejskich Giovannelli i Pericoli (2020). W artykule autorzy potwierdzają, że zmienność PKB w okresie powyżej trzech lat, jest stosunkowo wysoka, dlatego prognozy PKB na dłuższe okresy są mniej dokładne. Hanewald (2011) oraz Boonen i Li (2017) wskazują na istnienie długoterminowej relacji między trendami demograficznymi i gospodarczymi. Według autorów relacja ta daje podstawy do tezy, że w horyzoncie prognostycznym nieprzekraczającym dekady, powinna prowadzić do poprawy skuteczności prognostycznej modeli śmiertelności z wykorzystaniem czynników gospodarczych. Dlatego w naszej pracy, na potrzeby analizy skuteczności prognoz ex-post, zdecydowaliśmy o zastosowaniu dla prognoz średnioterminowego horyzontu czasowego. Podsumowując, ponieważ zmienność oczekiwanej długości życia w czasie jest niższa niż zmienność PKB, a trendy demograficzne zmieniają się wolniej, optymalny okres prognostyczny dla PKB wynosi od roku do 3 lat. Natomiast dla prognoz w zakresie oczekiwanej długości dalszego trwania życia, wartość ta mieści się w okresie sięgającym nawet od 5 do 10 lat. W naszej analizie wykorzystujemy 8-mio letni okres prognostyczny. Takie rozwiązanie stanowi kompromis pomiędzy prognozowaniem trendów demograficznych oraz gospodarczych.

W niniejszej rozprawie przeprowadzamy analizę ex-post, dotyczącą prognozowanej oczekiwanej długości dalszego trwania życia. W ramach tego procesu wykorzystujemy zarówno prognozy, które opierają się wyłącznie na czynnikach demograficznych, opisujących zmienność poziomu umieralności w czasie, jak i prognozy dotyczące przyszłej długości trwania życia, które opierają się na modelach przewidywania wskaźników gospodarczych, wspieranych danymi demograficznymi. Otrzymane za pomocą modeli umieralności, wartości prognoz dalszego trwania życia, porównujemy z wartościami rzeczywistymi.

Odpowiednia kalibracja okresu predykcji pozwala na przeprowadzenie analizy ex-post, służącej ocenie skuteczności prognostycznej wybranych modeli jedno i wielopopulacyjnych. Skuteczność tę mierzymy za pomocą powszechnie stosowanych miar takich jak średni błąd predykcji wyrażony w latach (zwanym dalej ME od ang. Mean Error) oraz średni absolutny błąd procentowy wyrażony w skali procentowej (zwanym dalej MAPE od ang. Mean Absolute Percentage Error). Aby zobrazować wielkość RD, przedstawiamy obszerną analizę różnic pomiędzy wartościami prognozowanymi a wartości rzeczywistymi.

Wyznaczamy parametry poszczególnych modeli umieralności oraz prezentujemy otrzymane wyniki prognoz dalszego trwania życia populacji w chwili narodzin oraz w wieku 65 lat, w horyzoncie czasowym wynoszącym 8 lat. Parametry poszczególnych modeli

umieralności wyznaczamy z zachowaniem wszystkich założeń teoretycznych, które opisujemy w podrozdziale 3.5. Zarówno parametry modeli umieralności jak i prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia obliczamy w oparciu o dane z lat 1960-2010 dla krajów członkowskich OECD, które klasyfikujemy jako kraje rozwinięte o stabilnej sytuacji ekonomiczno-społecznej. Do tej grupy państw należą: Australia, Kanada, Stany Zjednoczone, Nowa Zelandia, Wielka Brytania, Irlandia, Niemcy, Francja, Szwajcaria, Austria, Belgia, Holandia, Szwecja, Dania, Norwegia, Finlandia, Włochy, Hiszpania oraz Portugalia. Jednocześnie dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej takich jak Polska, Czechy, Słowacja, Węgry, Litwa, Łotwa i Estonia, wykorzystujemy dane z lat 1985-2010. W przypadku obydwóch grup państw jako okres prognostyczny przyjmujemy lata 2011-2018. Grupę badawczą wyłaniamy zarówno w oparciu o przegląd literatury z zakresu MPO, jak i na podstawie dostępności danych demograficznych i gospodarczych, które wykorzystujemy w toku prowadzonej przez nas analizy.

4.2.4 Oszacowanie wybranych modeli umieralności

Parametry wybranych modeli szacujemy, na podstawie danych, które szczegółowo opisujemy w następnym podrozdziale 4.3. Wykorzystujemy w tym celu środowisko „R”. W przypadku modeli jednopopulacyjnych, procedurę obliczeniową opracowujemy na podstawie metod zaproponowanych odpowiednio przez Hyndmana (2023) dla modelu Lee-Cartera oraz przez Villegasa, Kaisheva i Millossovicha (2018) dla modelu Renshawa i Habermana. Natomiast procedura obliczeniowa dla modelu, wzorowanego na koncepcji przedstawionej przez Niu i Melenberga (2014) jest naszym wkładem. Jest to autorska procedura prognostyczna, spełniająca założenia teoretyczne opisane przez autorów koncepcji tego modelu. Kod jest opracowany w wyniku prowadzonych przez nas badań, w oparciu o zastosowanie uogólnionego modelu nieliniowego *GNM*, przedstawionego przez Turnera i Firtha (2007). Opracowana przez nas procedura obliczeniowa dla modelu, który w dalszej części pracy nazywamy Niu-Melenberg, posiada uniwersalny charakter, pozwalający na wykorzystanie go w zakresie znacznie przekraczającym zastosowanie, opisane przez autorów koncepcji, do której się odwołujemy, czyli koncepcji Niu i Melenberga.

Również wybrane przez nas wielopopulacyjne modele Li-Lee oraz Boonena-Li szacujemy, adoptując je do postaci uogólnionych modeli nieliniowych. Przy czym w modelu Boonena-Li (3.38) przyjmujemy $J = 1$ i $L = 1$, czyli uwzględniamy pierwszy czynnik ukryty określający trend umieralności wszystkich krajów oraz pierwszą składową główną szeregow

czasowych logarytmów PKB krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych.

Niezbędne, do oszacowania oczekiwanej długości dalszego trwania życia, prognozy ukrytych czynników $k_{i,t}$, K_t oraz logarytmu PKB per capita g_t i pierwszej składowej głównej z szeregów czasowych logarytmów PKB, krajów o podobnych uwarunkowaniach społeczno-ekonomicznych $g_{1,t}$, wyznaczamy na podstawie dopasowanych do $k_{i,t}$, K_t , g_t i $g_{1,t}$ modeli klasy ARIMA.

Zaznaczamy, że opracowane przez nas w środowisku „R” procedury obliczeniowe, spełniają założenia teoretyczne wszystkich szacowanych modeli, które szczegółowo omawiamy w podrozdziale 3.5. Procedury te publikujemy w formie biblioteki „R” pod nazwą „longevity_costs”.

Podsumowując, biorąc pod uwagę zbiory uczące, wyodrębnione grupy krajów oraz płeć (kobiety, mężczyźni, razem), szacujemy łącznie 728 modeli, w tym 312 jednopopulacyjnych i 416 wielopopulacyjnych. Ich szczegółowy wykaz podajemy w tabelach 4.5 i 4.6. Przy czym w dalszej części pracy przez modele oznaczone symbolem e0 rozumiemy modele oszacowane na podstawie prób uwzględniających wiek x_i od 0 do 90 lat. Natomiast symbolem e65 – modele oszacowane na podstawie prób uwzględniających wiek x_i od 65 do 90 lat.

	Lata t :	
	1960-2010 Dla 19 krajów członkowskich OECD, które klasyfikujemy jako kraje rozwinęte o stabilnej sytuacji ekonomiczno-społecznej	1985-2010 Dla 7 krajów Europy Środkowej i Wschodniej
Wiek x_i : 0-90 (modele e0)	<ul style="list-style-type: none"> • Li-Carter_e0 (LLe0) dla • Renshaw-Haberman_e0 (RHe0) • Niu-Melenberg_e0 (NMe0) 	<ul style="list-style-type: none"> • Lee-Carter_e0 (LCe0) • Renshaw-Haberman_e0 (RHe0) • Niu-Melenberg_e0 (NMe0)
65-90 (modele e65)	<ul style="list-style-type: none"> • Lee-Cartera_e65 (LCe65) • Renshaw-Haberman_e65 (RHe65) • Niu-Melenberg_e65 (NMe65) 	<ul style="list-style-type: none"> • Lee-Cartera_e65 (LCe65) • Renshaw-Haberman_e65 (RHe65) • Niu-Melenberg_e65 (NMe65)

Tabela 4.5 Jednopopulacyjne modele umieralności szacowane dla populacji kobiet, mężczyzn i razem

Źródło: Opracowanie własne

	Lata t :	
	1960-2010	1985-2010
Wiek x_t :	<p>0-90 (modele e0)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Li-Lee_e0 (LLe0) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Liberalny ○ Model Liberalny (Europa) ○ Model Konserwatywny ○ Państwa Beneluksu ○ Model Skandynawski ○ Model Południowy ○ DTW1 ○ DTW2 ○ DTW3 ○ DTW5 • Boonen-Li_e0 (BLe0) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Liberalny ○ Model Liberalny (Europa) ○ Model Konserwatywny ○ Państwa Beneluksu ○ Model Skandynawski ○ Model Południowy ○ DTW1 ○ DTW2 ○ DTW3 ○ DTW5 	<ul style="list-style-type: none"> • Li-Lee_e0 (LLe0) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Wyszehradzki ○ Model Bałtycki ○ DTW5 • Boonen-Li_e0 (BLe0) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Wyszehradzki ○ Model Bałtycki ○ DTW5
	<p>65-90 (modele e65)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Li-Lee_e65 (LLe65) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Liberalny ○ Model Liberalny (Europa) ○ Model Konserwatywny ○ Państwa Beneluksu ○ Model Skandynawski ○ Model Południowy ○ DTW1 ○ DTW2 ○ DTW3 ○ DTW5 • Boonen-Li_e65 (BLe65) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Liberalny ○ Model Liberalny (Europa) ○ Model Konserwatywny ○ Państwa Beneluksu ○ Model Skandynawski ○ Model Południowy ○ DTW1 ○ DTW2 ○ DTW3 ○ DTW5 	<ul style="list-style-type: none"> • Li-Lee_e65 (LLe65) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Wyszehradzki ○ Model Bałtycki ○ DTW5 • Boonen-Li_e65 (BLe65) dla grupy: <ul style="list-style-type: none"> ○ Model Wyszehradzki ○ Model Bałtycki ○ DTW5

Tabela 4.6 Wielopopulacyjne modele szacowane dla populacji kobiet, mężczyzn i razem
Źródło: Opracowanie własne

W procesie wyznaczania prognoz przyszłych wartości współczynników umieralności oraz przyszłych wartości oczekiwanej długości dalszego trwania życia poza prognozami punktowymi wyznaczamy również prognozy przedziałowe. Przyjęty przez nas poziom ufności prognoz przedziałowych wynosi 0.8. W zależności od modelu umieralności jaki używamy do

wyznaczenia prognoz stosujemy różne metody wyznaczania prognoz przedziałowych. W odniesieniu do jednopopulacyjnego modelu Lee-Cartera posługujemy się metodą symulacji Monte-Carlo zgodną z procedurą opisaną przez Hyndmana (2023) w dokumentacji pakietu „Demography”. W przypadku modelu Ranshaw-Habermana korzystamy z semi-parametrycznej metody Bootstrap opartej o procedurę opisaną przez Villegas i in. (2018). Dla prognoz wyznaczanych za pomocą wielopopulacyjnego modelu Li-Lee wykorzystujemy metodę rekursywną zgodną z opisem dokonany przez Robbena i in (2023). Natomiast w przypadku modeli Niu-Melenberg oraz Boonen-Li prognozy wyznaczamy w oparciu o opracowaną przez nas w środowisku „R” procedurę obliczeniową opartą o uogólniony model nieliniowy do wyznaczania prognoz przedziałowych wykorzystujemy metodę bootstrap opisaną przez Brouhns (2005) oraz Villegas (2023). W tabeli 4.7 przedstawiamy zestawienie modeli umieralności oraz odpowiadających im metod symulacji jakie wykorzystujemy do wyznaczenia prognoz przedziałowych.

Model umieralności	Metoda symulacji
Lee-Carter	Symulacje metodą Monte Carlo
Ranshaw-Haberman	Semi-parametryczna metoda bootstrap
Niu-Melenberg	Semi-parametryczna metoda bootstrap
Li-Lee	Metoda rekursywna
Boonen-Li	Semi-parametryczna metoda bootstrap

Tabela 4.7 Zestawienie modeli umieralności oraz odpowiadających im metod symulacji stosowanych do wyznaczenia prognoz przedziałowych.

4.2.5 Diagnostyka oszacowanych modeli umieralności

Znalezienie odpowiedzi na pytanie, który model umieralności daje najlepsze rezultaty i posiada uniwersalny charakter nie jest proste, gdyż jak pisze Cairns i in. (2006) (Cairns i in. 2009) (Cairns in. 2011), Hunt i in. (2015), dobrze dopasowany model winien spełniać szereg kryteriów. Do powszechnie stosowanych, wskazanych przez wymienionych autorów, można zaliczyć:

- Spójność modelu z danymi historycznymi.
- Długookresowa dynamika wskaźników umieralności powinna być uzasadniona z biologicznego punktu widzenia.
- Oszacowane parametry modelu powinny znajdować odzwierciedlenie w danych historycznych dla lat, na podstawie których został oszacowany model.
- Prognozy, otrzymywane za pomocą modelu, powinny być realistyczne w odniesieniu do okresu bazowego i zakresu lat objętych badaniem.

- Poziomy przewidywanej niepewności powinny być wiarygodne i zgodne z trendami i zmiennością historyczną, w stosunku do dostępnych danych dotyczących umieralności.
- Model powinien być prosty do wdrożenia przy użyciu metod analitycznych lub algorytmów numerycznych.
- Model powinien być stabilny.
- Model musi być stosunkowo oszczędny, czyli posiadać możliwie najmniejszą liczbę parametrów.
- Struktura modelu powinna umożliwiać integrację niepewności parametrów w ramach symulacji.
- Przynajmniej dla niektórych krajów model powinien uwzględniać stochastyczny efekt kohortowy.
- Model powinien obejmować pełen zakres wieku badanej populacji.
- Model powinien mieć nietrywialną strukturę korelacji.

Wskazane cechy dobrze dopasowanych modeli umieralności stały się nieodłącznym elementem zagranicznych oraz polskich opracowań naukowych. Wśród polskich autorów, zwracających uwagę na konieczność weryfikacji dopasowania modeli umieralności, można wymienić między innymi Ojrzyńską (2013), Bartkowiaka (2020) oraz Trzpiot i Majewską (2020). Dopasowanie modelu do danych historycznych oraz możliwie najmniejsza ilość parametrów, pozwalających na dokonanie prognoz przyszłych wskaźników umieralności, można uznać za warunki konieczne, których spełnienie przesądza o jakości modelu. Niemniej jednak, kluczowym elementem są uzyskane za pomocą modelu prognozy współczynnika umieralności w zbiorze testowym. Powinny one być dobrze dopasowane do danych historycznych, co z kolei determinuje jakość prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Jednak poza postulowanymi wyżej cechami, model powinien spełniać również wymogi ilościowe wyrażone za pomocą kryteriów informacyjnych. Do najczęściej stosowanych należą kryterium Akaike (1973) oraz Bayesowskie kryterium informacyjne Schwarz (1978). Dopasowanie modeli umieralności powinno być również badane za pomocą analizy ich reszt (Villegas, Millosovich, i Kaishev 2018).

Pomimo przeprowadzenia wielu analiz porównawczych modeli umieralności jakie zostały dokonane na przestrzeni ostatnich lat, między innymi przez Cairns i in. (2006), Booth i Tickle (2008) oraz Atence i in. (2020), niemożliwe wydaje się jednoznaczne wskazanie najlepszego modelu prognostycznego. Z przytoczonych publikacji płynie dość oczywisty wniosek, że w celu znalezienia najlepiej dopasowanego modelu każdorazowo należy dokonać

porównania otrzymanych wyników, odnosząc je do populacji badanego kraju, panujących warunków demograficznych oraz gospodarczych, które należy rozpatrywać w kontekście analizowanego przedziału czasowego.

Biorąc pod uwagę przedstawiony przegląd literatury, uznajemy, że wybrane przez nas modele zarówno jedno, jak i wielopopulacyjne spełniają większość wskazanych na początku kryteriów. Jednocześnie podkreślamy, że oszacowane modele sprawdzamy pod kątem jakości dopasowania, analizując ich reszty i kryteria informacyjne. Z uwagi na liczbę modeli, wyniki analizy w tym zakresie są obszernie i nie zamieszczamy ich w niniejszej pracy.

4.3. Źródła danych

W trakcie prowadzonych przez nas badań wykorzystujemy dane pochodzące z czterech głównych źródeł. Pierwszym z nich jest baza *Human Mortality Database* (dalej HMD), drugim zasoby *Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju* (dalej OECD). Korzystamy również z historycznych wartości Produktu Krajowego Brutto, publikowanych w ramach „*The Maddison Project*” przez grupę badawczą działającą na Uniwersytecie w Groningen. Natomiast szczegółowe dane demograficzne dotyczące wielkości populacji z rozróżnieniem na płeć i wiek oraz liczby zgonów w 5-cio letnich grupach wiekowych, czerpiemy ze źródeł *Organizacji Narodów Zjednoczonych*, gromadzonych w ramach projektu „*World Population Prospects*”.

4.3.1 Human Mortality Database

Human Mortality Database [www1] jest to baza danych demograficznych, dotycząca głównie umieralności. Zawiera ona przede wszystkim historyczne wartości współczynników zgonów i oraz tablice trwania życia z 41 krajów oraz regionów na świecie, z których my wykorzystujemy wartości dla 26 badanych przez nas państw. Baza HMD jest owocem współpracy trzech zespołów badawczych. Pierwszy z nich mieści się na Wydziale Demografii Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, drugi w Laboratorium Danych Instytutu Badań Demograficznych Maxa Plancka, trzeci z nich działa w ramach Francuskiego Instytut Studiów Demograficznych (INED). Zwracamy uwagę na fakt, że poza wspomnianymi wcześniej kategoriami danych demograficznych baza HMD zawiera również szczegółowe dane pozwalające na zbudowanie tablic trwania życia, które można wykorzystać bezpośrednio w środowisku „R”. Baza danych HMD jest z założenia ograniczona do populacji, w których dane dotyczące rejestracji zgonów i spisów ludności są praktycznie kompletne; ponieważ tego typu informacje są wymagane w przypadku jednolitej metody rekonstrukcji szeregow danych

historycznych. W rezultacie publikowane wartości dotyczą głównie zamożnych i uprzemysłowionych krajów. W naszych badaniach wykorzystujemy dane z lat 1960-2018, dotyczące umieralności w populacji 19-stu badanych państw. Należą do nich: Australia, Nowa Zelandia, Stany Zjednoczone, Kanada, Austria, Francja, Szwajcaria, Niemcy, Włochy, Hiszpania, Portugalia, Holandia, Belgia, Wielka Brytania, Irlandia, Szwecja, Norwegia, Finlandia oraz Dania. Dane demograficzne dotyczące Wielkiej Brytanii obejmują Anglię, Walię, Szkocję oraz Irlandię Północną, czyli cały obszar Zjednoczonego Królestwa. Ponadto zaznaczamy, że pomiędzy rokiem 1960 a 1990 wykorzystujemy tylko dane z Niemiec Zachodnich a od roku 1990 dodajemy dane z Niemiec Wschodnich w związku z zjednoczeniem Niemiec. Zatem począwszy od 1990 roku używamy danych dla Niemiec jako całości. Natomiast dla pozostałych 7-miu krajów, będących obiektem naszych badań, korzystamy z danych demograficznych pochodzących z lat 1985-2018. W tej grupie krajów umieszczamy państwa z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, czyli Polskę, Czechy, Słowację, Węgry, Litwę, Łotwę oraz Estonię. W związku z przemianami społeczno-politycznymi jakie dokonały się w tej części Europy, zdecydowaliśmy o ograniczeniu długości szeregów czasowych zawierających dane demograficzne. Wybór ten motywujemy ograniczoną dostępnością danych gospodarczych, które wykorzystujemy do wyznaczenia prognoz za pomocą stochastycznych modeli umieralności opartych zarówno o dane demograficzne jak i gospodarcze.

Podsumowując, podkreślamy, że dla 19-stu krajów rozwiniętych wykorzystujemy do wyznaczenia prognoz dane z lat 1960-2010, dla pozostałych siedmiu krajów są to dane obejmujące okres od 1985 do 2010 roku. Natomiast prognozy wykonujemy w obu przypadkach dla lat od 2011 do 2018. W procesie badawczym wykorzystujemy dane w ujęciu rocznym dla każdej płci osobno z dwóch przedziałów wiekowych od 0 do 90 lat oraz od 65 do 90 lat. W ten sposób zyskujemy pewność, że dane, które wykorzystujemy są ujednolicone, kompletne oraz porównywalne pomiędzy poszczególnymi krajami.

4.3.2 The Maddison Project

W trakcie prowadzonych przez nas badań, prognozujemy przyszłe wskaźniki umieralności oraz oczekiwaną długość dalszego trwania życia, w oparciu o stochastyczne modele umieralności, wykorzystujące czynnik gospodarczy. Czynnikiem tym jest wielkość Produktu Krajowego Brutto przypadająca na jednego mieszkańca. Wartości PKB per capita pozyskujemy z zasobów publikowanych w ramach bazy danych „*The Maddison Project*” [www11]. W bazie tej odnajdujemy historyczne wartości produktu krajowego brutto, wyrażone w dolarach międzynarodowych, według wartości z 2011 roku, gwarantujących

porównywalność pomiędzy poszczególnymi krajami. W naszych badaniach wykorzystujemy wartość PKB w przeliczeniu na mieszkańca danego kraju, z wyjątkiem Niemiec Wschodnich, gdzie dostępne są tylko łączne dane PKB dla Niemiec Wschodnich i Niemiec Zachodnich. Natomiast dla Czech i Słowacji w okresie przed rokiem 1993, obejmującym okres istnienia Czechosłowacji, korzystamy z wartości PKB obliczonych przez badaczy z grupy Maddisson dla każdego z tych krajów z osobna.

4.3.3 Dane z ONZ World Population Prospects

W trakcie prowadzonych przez nas badań korzystamy również z danych ONZ [www2], gromadzonych w ramach projektu „*World Population Prospects*”, ponieważ udostępniają one roczne dane demograficzne dla osób w każdym wieku. Dane te obejmują liczbę ludności, liczbę urodzeń i zgonów, a także współczynniki urodzeń, zgonów i migracji. Dane są dostępne dla wszystkich krajów świata, a także dla poszczególnych regionów i grup wiekowych. Dane pochodzące z „*World Population Prospects*” są wiarygodnym źródłem informacji demograficznych. Są one opracowane przez zespół ekspertów z całego świata, wykorzystujących najnowsze metody statystyczne. Dane są regularnie aktualizowane, aby uwzględniać najnowsze dostępne informacje. Korzystanie z danych ONZ pozwala nam na lepsze zrozumienie zmian demograficznych, które zachodzą na świecie. Dane te są wykorzystywane w naszych badaniach do analizy takich kwestii, jak starzenie się społeczeństwa, migracje i wzrost gospodarczy. Aby zrozumieć wpływ starzenia się społeczeństwa na gospodarkę, wykorzystujemy dane dotyczące struktury wiekowej populacji. Dane z „*World Population Prospects*” są cennym źródłem informacji, wykorzystywanym przez naukowców, badaczy i decydentów na całym świecie.

4.3.4 Dane z zasobów OECD i Eurostatu

Wykorzystujemy także dane z bazy danych Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (OECD). Instytucja ta udostępnia dane z wielu obszarów życia społeczno-ekonomicznego, pochodzących przede wszystkim z zasobów urzędów centralnych krajów członkowskich tej organizacji. Dane zgromadzone przez OECD, przedstawione są w ujednolicony sposób, pozwalający na porównywanie różnych wielkości pomiędzy poszczególnymi krajami. W procesie wyznaczania grup krajów za pomocą metody DTW korzystamy z zasobów OECD [www12], w zakresie danych, dotyczących większości zmiennych wskazanych w tabeli 4.3. Należą do nich:

- Średni efektywny wiek przejścia na emeryturę,

- Wydatki emerytalne jak procent PKB,
- Stopa wzrostu gospodarczego,
- Wydatki socjalne w jako procent PKB,
- Udział osób starszych w rynku pracy,
- Wydatki na ochronę zdrowia,
- Współczynnik wsparcia społecznego osób starszych,
- Stopa bezrobocia,
- Składki na ubezpieczenie społeczne jako procent PKB,
- Dochody podatkowe jako procent PKB.

Dane te opracowane są przez zespół ekspertów z całego świata, którzy wykorzystują najnowsze metody statystyczne. Dane są regularnie aktualizowane, aby uwzględniać najnowsze dostępne informacje. W przypadku określenia skali wydatków zdrowotnych i emerytalnych dla poszczególnych grup wiekowych, które wykorzystujemy do określenia kosztów wynikających z błędnego oszacowania przyszłego trendu współczynnika umieralności, korzystamy również z zasobów Eurostatu. Dane pochodzące z Eurostatu stanowią cenne źródło informacji, pomocne w uzupełnieniu luk w analizowanych przez nas danych makroekonomicznych, w odniesieniu do krajów członkowskich Unii Europejskiej. Wykorzystujemy również dane opracowane na zlecenie Komisji Europejskiej, które nie są publikowane w bazie Eurostatu, w takim przypadku podajemy konkretne źródło, z którego czerpiemy informacje. Natomiast dla badanych przez nas krajów leżących poza Europą wykorzystujemy dane z pochodzące z lokalnych instytucji statystycznych, uzupełniając je szacunkami wykonanymi przez badaczy, na których powołujemy się za każdym razem, gdy jest to konieczne, wskazując źródło, z którego korzystamy.

ROZDZIAŁ V

ANALIZA RYZYKA DŁUGOWIECZNOŚCI

Wraz ze zmieniającymi się warunkami demograficznymi i ekonomicznymi, polityka społeczna państwa odgrywa ważną rolę w wielu obszarach życia obywateli. Model państwa opiekuńczego może mieć istotne konsekwencje dla oczekiwanej długości i jakości życia ludzkiego. W związku z tym, w prowadzonych przez nas badaniach, zestawiamy prognozy długości życia, aby zbadać wpływ modelu państwa opiekuńczego na oczekiwaną długość życia. Oprócz różnic w prowadzonej polityce społecznej państw, istnieje jeszcze jeden istotny aspekt, który w ostatnich dziesięcioleciach nabiera ogromnego znaczenia, jest to ryzyko długowieczności. Zgodnie z ustaleniami wynikającymi z rozdziału trzeciego, RD jest przede wszystkim bezpośrednim rezultatem niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Błędne oszacowania dotyczące oczekiwanej długości dalszego trwania życia mają ogromne implikacje dla różnych dziedzin, takich jak systemy emerytalne, ubezpieczenia i zrównoważony rozwój ekonomiczny. Proponowana w rozdziale piątym, analiza dokładności prognoz służy zobrazowaniu ryzyka długowieczności, jego trendów w poszczególnych państwach oraz grupach państw o podobnym sposobie prowadzenia polityki społecznej. W prezentowanym rozdziale analizujemy dokładność prognoz, wykorzystując mierniki *ex-post*. Podsumowując, celem naszych badań jest znalezienie odpowiedzi na pytania: czy sposób prowadzonej polityki społeczno-socjalnej państwa wpływa na ryzyko długowieczności, mierzone niedoszacowaniem prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia; oraz czy wykorzystanie modeli wielopopulacyjnych, które pozwalają na uwzględnienie czynników społeczno-ekonomicznych w prognozowaniu, może przyczynić się do zwiększenia dokładności otrzymanych prognoz, a w konsekwencji do zmniejszenia ryzyka długowieczności.

Ryzyko długowieczności analizujemy dla krajów wchodzących w skład poszczególnych grup, wyodrębnionych na dwa sposoby; na podstawie literatury i za pomocą metody PAM-DTW. Podstawą prowadzonej analizy są prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, otrzymane z wykorzystaniem modeli przedstawionych w podrozdziale 4.2.4 (tab. 4.5 i 4.6). W pierwszej części rozdziału piątego analizujemy RD, bazując na modelach jednopopulacyjnych, w drugiej części bazując na modelach wielopopulacyjnych. W obydwu częściach analiza obejmuje badane 26 krajów OECD, przy czym szczegółowe wyniki przedstawiamy dla państw modelu skandynawskiego jako reprezentantów wysokorozwiniętych krajów OECD oraz państw modelu wyszehradzkiego, jako reprezentantów krajów Europy Środkowej i Wschodniej. Nasze rozważania każdorazowo kończymy zestawieniem średnich

błędów ex-post (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE), dla wszystkich badanych przez nas państw. Natomiast wyniki prognoz ODDTŻ dla pozostałych z 26-ciu państw, będących przedmiotem prowadzonych przez nas analiz, przedstawiamy w załączniku nr 1.

5.1 Ocena ryzyka długowieczności na podstawie jednopopulacyjnych modeli umieralności

5.1.1 Ryzyko długowieczności w krajach modelu skandynawskiego

Model socjaldemokratyczny stanowi jeden z trzech filarów teorii państwa dobrobytu autorstwa Espinga-Andersena (1990) i składa się z państw określonych często mianem krajów skandynawskich, o których szerzej piszemy w rozdziale 2.2. Do tego modelu należą Szwecja, Norwegia, Dania oraz Finlandia. Dla tych krajów analizujemy poniżej prognozy ODDTŻ, otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera (LC), Lee-Cartera z efektem kohortowym (RH) oraz Niu-Melenberga (NM), który uwzględnia czynnik gospodarczy. Ponadto w analizie bierzemy pod uwagę prognozy wyznaczone za pomocą tych modeli, które są oszacowane na podstawie danych z lat 1960-2010, z uwzględnieniem wieku x_i od 0 do 90 lat (oznaczamy je jako e_0) oraz wieku x_i od 65 do 90 lat (oznaczamy je jako e_{65}). Prognozy te, zgodnie z uzasadnionym przez nas w podrozdziale 4.2.3 horyzontem czasowym, są wyznaczone dla lat 2011-2018, osobno dla mężczyzn i osobno dla kobiet. Prezentując wyniki w odpowiednich tabelach, podajemy⁸:

- ODDTŻ dla danego kraju i roku, na podstawie *Human Mortality Database* (rzeczywiste),
- prognozę punktową ODDTŻ dla danego kraju i roku, otrzymaną na podstawie odpowiedniego modelu (prognoza),
- dolną (min 0.8) i górną (max 0.8) granicę prognozy przedziałowej ODDTŻ na poziomie ufności 0,80 dla danego kraju i roku, otrzymaną na podstawie odpowiedniego modelu,
- bezwzględny błąd prognozy, rozumiany jako różnica między wartością rzeczywistą a prognozą punktową.

⁸ Wartości prezentowane w tabelach w niniejszym rozdziale stanowią opracowanie własne powstałe na podstawie dokonanych przez nas obliczeń. Natomiast wartości rzeczywiste pochodzą z baz danych, które opisujemy w rozdziale 4.3. W związku z tym pod tabelami i rysunkami w rozdziale V i VI nie zamieszczamy informacji, że dane stanowią opracowanie własne.

Model Lee-Cartera

W tabelach 5.1 i 5.2 przedstawiamy prognozy ODDTŻ, wyznaczone za pomocą modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65, odpowiednio dla mężczyzn i kobiet.

	Kraj	Lee-Carter_e0 mężczyźni				Lee-Carter_e65 mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8*	78,80	77,57	76,14	76,09	18,14	17,64	17,09	16,75
	prognoza	79,37	78,31	76,91	76,92	18,31	17,89	17,43	17,00
	max 0.8**	79,95	79,06	77,67	77,74	18,55	18,10	17,75	17,21
	błąd prognozy	0,43	0,69	0,28	0,78	0,06	0,16	0,14	0,26
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	78,76	77,51	76,03	76,30	18,17	17,58	17,08	16,76
	prognoza	79,51	78,43	77,10	77,02	18,40	17,95	17,55	17,06
	max 0.8	80,25	79,35	78,17	77,74	18,66	18,29	18,03	17,42
	błąd prognozy	0,36	0,99	0,41	1,05	0,03	0,29	0,08	0,38
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	78,85	77,61	75,87	76,22	18,17	17,62	17,18	16,70
	prognoza	79,63	78,55	77,29	77,12	18,48	18,01	17,66	17,12
	max 0.8	80,42	79,48	78,71	78,03	18,80	18,46	18,18	17,54
	błąd prognozy	0,47	1,11	0,57	1,15	0,20	0,39	0,17	0,49
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	78,70	77,52	76,04	76,24	18,22	17,67	17,19	16,74
	prognoza	79,76	78,66	77,48	77,23	18,57	18,08	17,77	17,19
	max 0.8	80,83	79,80	78,92	78,22	18,95	18,54	18,49	17,66
	błąd prognozy	0,59	1,37	0,70	1,34	0,29	0,58	0,21	0,76
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	78,77	77,62	75,90	76,15	18,20	17,57	17,14	16,82
	prognoza	79,89	78,78	77,66	77,33	18,65	18,14	17,88	17,25
	max 0.8	81,01	79,94	79,43	78,51	19,06	18,67	18,68	17,70
	błąd prognozy	0,43	1,58	0,88	1,44	0,20	0,67	0,22	0,69
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	78,74	77,76	76,10	76,40	18,24	17,66	17,16	16,78
	prognoza	80,02	78,89	77,85	77,43	18,73	18,20	17,99	17,31
	max 0.8	81,30	80,02	79,60	78,47	19,12	18,73	18,91	17,86
	błąd prognozy	0,55	1,72	0,59	1,52	0,28	0,86	0,06	0,80
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	78,96	77,73	76,32	76,41	18,34	17,66	17,32	16,76
	prognoza	80,14	79,00	78,04	77,53	18,82	18,26	18,11	17,38
	max 0.8	81,33	80,27	79,75	78,66	19,23	18,81	18,88	17,95
	błąd prognozy	0,59	1,92	0,68	1,57	0,32	0,93	0,14	0,76
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	78,79	77,89	76,21	76,50	18,43	17,76	17,32	16,88
	prognoza	80,27	79,12	78,22	77,63	18,90	18,32	18,22	17,44
	max 0.8	81,74	80,34	80,23	78,76	19,31	18,79	19,20	18,16
	błąd prognozy	0,52	1,89	0,69	1,39	0,24	1,01	0,15	0,58

* Dolna granica prognozy przedziałowej na poziomie ufności 0.8

** Górna granica prognozy przedziałowej na poziomie ufności 0.8

Tabela 5.1 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter_e0 kobiety				Lee-Carter_e65 Kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	83,11	82,82	82,50	80,85	21,19	21,11	21,35	19,71
	prognoza	83,63	83,48	83,16	81,62	21,19	21,11	21,35	19,71
	max 0.8	84,16	84,15	83,82	82,38	20,94	20,82	21,08	19,41
	błąd prognozy	0,04	-0,04	0,38	0,21	-0,02	0,09	0,03	0,31
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	83,19	82,73	82,45	80,96	21,30	21,20	21,49	19,80
	prognoza	83,77	83,61	83,34	81,72	21,30	21,20	21,49	19,80
	max 0.8	84,34	84,49	84,22	82,48	21,03	20,91	21,15	19,48
	błąd prognozy	-0,24	-0,19	0,07	0,32	-0,29	-0,23	-0,20	0,33
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	83,26	82,76	82,60	80,96	21,41	21,29	21,63	19,90
	prognoza	83,90	83,73	83,51	81,82	21,41	21,29	21,63	19,90
	max 0.8	84,54	84,70	84,42	82,68	21,09	20,83	21,15	19,43
	błąd prognozy	-0,18	-0,12	0,31	0,49	-0,21	-0,05	-0,14	0,43
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	83,30	82,74	82,69	80,79	21,52	21,39	21,76	19,99
	prognoza	84,03	83,85	83,69	81,92	21,52	21,39	21,76	19,99
	max 0.8	84,76	84,96	84,68	83,06	21,15	20,86	21,25	19,42
	błąd prognozy	0,02	0,25	0,18	0,75	-0,05	0,15	-0,31	0,65
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	83,46	82,73	82,70	81,00	21,62	21,48	21,90	20,09
	prognoza	84,17	83,97	83,86	82,03	21,62	21,48	21,90	20,09
	max 0.8	84,88	85,21	85,02	83,06	21,18	20,87	21,38	19,42
	błąd prognozy	-0,15	0,17	0,29	0,66	-0,22	0,05	-0,31	0,54
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	83,47	82,77	82,72	81,08	21,73	21,57	22,03	20,19
	prognoza	84,30	84,09	84,03	82,13	21,73	21,57	22,03	20,19
	max 0.8	85,13	85,42	85,35	83,18	21,23	20,89	21,37	19,52
	błąd prognozy	-0,22	0,08	0,09	0,66	-0,26	0,01	-0,43	0,53
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	83,58	82,92	82,74	80,98	21,84	21,67	22,16	20,28
	prognoza	84,43	84,21	84,20	82,23	21,84	21,67	22,16	20,28
	max 0.8	85,27	85,50	85,66	83,48	21,27	20,99	21,43	19,51
	błąd prognozy	-0,31	0,07	0,02	0,89	-0,39	-0,09	-0,38	0,55
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	83,63	82,92	82,69	81,07	21,95	21,76	22,30	20,38
	prognoza	84,56	84,33	84,37	82,33	21,95	21,76	22,30	20,38
	max 0.8	85,48	85,75	86,06	83,59	21,33	20,96	21,64	19,70
	błąd prognozy	-0,30	0,17	-0,06	0,63	-0,39	0,00	-0,45	0,31

Tabela 5.2 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

Na podstawie wartości z tabel 5.1 i 5.2 stwierdzamy, że:

- Oszacowane modele Lee-Cartera relatywnie dobrze przewidują trend wzrostu ODDTŻ w krajach modelu skandynawskiego. W większości przypadków otrzymane za ich pomocą prognozy są bliskie wartościom rzeczywistym. Przykładowo, dla prognoz uzyskanych z modeli e0 dotyczących mężczyzn w 2011 roku, zauważamy niedoszacowanie w Szwecji i Finlandii o odpowiednio 0,43 i 0,28 roku. Jednak w kolejnych latach prognozy są dokładniejsze, pozostawiając pasmo wahań

niedoszacowania na akceptowalnym poziomie, nieprzekraczającym jednego roku. Jednocześnie dla Norwegii i Danii, niedoszacowanie w wielu przypadkach znacząco przekracza 12 miesięcy. Ogólnie, prognozy dla mężczyzn z krajów nordyckich, wyznaczone na lata 2011-2018 za pomocą modeli Lee-Carter_e0, są średnio niedoszacowane o około 0,491 roku dla Szwecji; 1,409 roku dla Norwegii; 0,601 roku dla Finlandii oraz 1,279 roku dla Danii (zob. tabelę 5.7).

- Odnosząc się, z kolei, do modeli Lee-Carter_e65, możemy stwierdzić, że uzyskujemy za ich pomocą prognozy ODDTŻ dla mężczyzn w analizowanych krajach skandynawskich bardzo zbliżone do wartości rzeczywistych.
- Podobnie jak w przypadku modeli e0, w całym analizowanym okresie są one niedoszacowane, jednak niedoszacowanie to dla każdego roku dla wszystkich krajów nie przekracza pół roku. Na szczególną uwagę zasługuje fakt, że w przypadku Szwecji i Finlandii w latach 2011-2018, niedoszacowanie prognoz jest bardzo nieznaczne i nie przekracza wartości 0,32 roku.
- Z wyników zaprezentowanych w tab. 5.2, wynika, że w większości przypadków prognozy, które wyznaczamy za pomocą modeli Lee-Carter_e0 dla kobiet, są bliskie wartościom rzeczywistym, pozostawiają jedynie minimalne pasmo wahań wokół nich. Na przykład w 2018 roku błędy prognoz kształtują się od -0,30 (przeszacowanie o 0,30 roku) dla Szwecji do 0,63 (niedoszacowanie o 0,63 roku) dla Danii.
- Z kolei, prognozy wyznaczone za pomocą modeli e65 we wszystkich latach analizowanego okresu są dla Szwecji i Finlandii nieznacznie przeszacowane; dla Norwegii bardzo zbliżone do wartości rzeczywistych. Natomiast jedyny kraj, w którym wszystkie prognozy są niedoszacowane to Dania.

Model Renshaw-Haberman (Lee-Cartera z efektem kohortowym)

Wyniki jakie prezentujemy w tabelach 5.3 i 5.4 świadczą o tym, że prognozy otrzymane za pomocą modeli Lee-Cartera z efektem kohortowym według modyfikacji Ranshawa-Habermana trafnie odzwierciedlają trend wzrostu ODDTŻ w krajach skandynawskich.

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 mężczyźni				Renshaw-Haberman_e65 mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	79,76	79,06	76,87	77,21	18,39	18,05	17,49	17,00
	prognoza	79,81	79,12	76,93	77,26	18,42	18,10	17,54	17,05
	max 0.8	79,86	79,18	76,99	77,30	18,45	18,15	17,60	17,10
	błąd prognozy	-0,01	-0,12	0,26	0,44	-0,05	-0,05	0,03	0,21

2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	79,95	79,29	77,16	77,47	18,57	18,17	17,72	17,18
	prognoza	80,01	79,36	77,23	77,52	18,61	18,23	17,77	17,23
	max 0.8	80,06	79,43	77,29	77,58	18,64	18,28	17,84	17,28
	błąd prognozy	-0,14	0,06	0,28	0,55	-0,18	0,01	-0,14	0,21
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	80,16	79,55	77,47	77,72	18,76	18,33	17,97	17,34
	prognoza	80,21	79,62	77,55	77,79	18,81	18,38	18,03	17,38
	max 0.8	80,27	79,69	77,62	77,85	18,85	18,45	18,11	17,45
	błąd prognozy	-0,11	0,04	0,31	0,48	-0,13	0,02	-0,20	0,23
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	80,36	79,81	77,78	78,00	18,94	18,47	18,21	17,51
	prognoza	80,41	79,89	77,86	78,07	18,99	18,53	18,27	17,57
	max 0.8	80,47	79,96	77,94	78,14	19,04	18,59	18,35	17,64
	błąd prognozy	-0,06	0,14	0,32	0,50	-0,13	0,13	-0,29	0,38
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	80,55	80,07	78,09	78,28	19,12	18,62	18,47	17,68
	prognoza	80,61	80,16	78,19	78,35	19,17	18,69	18,54	17,74
	max 0.8	80,67	80,25	78,28	78,42	19,23	18,76	18,64	17,81
	błąd prognozy	-0,29	0,20	0,35	0,42	-0,32	0,12	-0,44	0,20
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	80,75	80,32	78,38	78,56	19,30	18,75	18,69	17,84
	prognoza	80,81	80,42	78,49	78,64	19,37	18,82	18,77	17,92
	max 0.8	80,87	80,52	78,59	78,72	19,44	18,90	18,88	18,00
	błąd prognozy	-0,24	0,19	-0,05	0,31	-0,36	0,24	-0,72	0,19
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	80,94	80,58	78,70	78,83	19,48	18,87	18,95	18,01
	prognoza	81,02	80,68	78,81	78,92	19,55	18,95	19,03	18,09
	max 0.8	81,09	80,79	78,93	79,01	19,63	19,04	19,15	18,17
	błąd prognozy	-0,29	0,24	-0,09	0,18	-0,41	0,24	-0,78	0,05
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	81,15	80,85	79,01	79,11	19,66	19,02	19,19	18,16
	prognoza	81,22	80,96	79,14	79,21	19,74	19,09	19,27	18,24
	max 0.8	81,29	81,07	79,27	79,31	19,83	19,20	19,40	18,34
	błąd prognozy	-0,43	0,05	-0,23	-0,19	-0,60	0,24	-0,90	-0,22

Tabela 5.3 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0				Renshaw-Haberman_e65			
		kobiety				kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	83,71	83,42	83,38	81,49	21,10	21,24	21,33	19,68
	prognoza	83,75	83,47	83,42	81,54	21,13	21,29	21,39	19,72
	max 0.8	83,79	83,52	83,47	81,59	21,16	21,35	21,44	19,77
	błąd prognozy	-0,08	-0,03	0,12	0,29	0,04	-0,09	-0,01	0,30
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	83,89	83,53	83,61	81,73	21,16	21,29	21,49	19,82
	prognoza	83,93	83,59	83,66	81,78	21,20	21,35	21,56	19,87
	max 0.8	83,97	83,65	83,71	81,84	21,23	21,40	21,62	19,92
	błąd prognozy	-0,40	-0,17	-0,25	0,26	-0,19	-0,38	-0,27	0,26
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	84,08	83,72	83,89	81,98	21,25	21,43	21,69	19,96
	prognoza	84,12	83,78	83,94	82,03	21,28	21,49	21,78	20,00
	max 0.8	84,17	83,84	84,00	82,09	21,33	21,55	21,83	20,06
	błąd prognozy	-0,40	-0,17	-0,12	0,28	-0,08	-0,25	-0,29	0,33

2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	84,27	83,88	84,08	82,22	21,34	21,53	21,84	20,09
	prognoza	84,33	83,95	84,14	82,28	21,38	21,60	21,91	20,15
	max 0.8	84,38	84,01	84,20	82,34	21,43	21,67	21,98	20,19
	błąd prognozy	-0,28	0,15	-0,27	0,39	0,09	-0,06	-0,46	0,49
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	84,47	84,05	84,35	82,48	21,41	21,67	22,04	20,22
	prognoza	84,52	84,11	84,42	82,54	21,46	21,71	22,12	20,28
	max 0.8	84,58	84,18	84,48	82,60	21,52	21,79	22,20	20,34
	błąd prognozy	-0,50	0,03	-0,27	0,15	-0,06	-0,18	-0,53	0,35
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	84,67	84,21	84,60	82,72	21,51	21,76	22,23	20,36
	prognoza	84,73	84,28	84,67	82,79	21,57	21,83	22,31	20,41
	max 0.8	84,80	84,34	84,74	82,86	21,62	21,91	22,41	20,47
	błąd prognozy	-0,65	-0,11	-0,55	0,00	-0,10	-0,25	-0,71	0,31
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	84,83	84,34	84,85	82,99	21,56	21,84	22,40	20,49
	prognoza	84,90	84,42	84,92	83,07	21,62	21,90	22,50	20,56
	max 0.8	84,97	84,50	85,00	83,14	21,69	21,99	22,62	20,62
	błąd prognozy	-0,78	-0,14	-0,70	0,05	-0,17	-0,32	-0,72	0,27
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	85,05	84,55	85,04	83,26	21,66	22,01	22,55	20,64
	prognoza	85,13	84,62	85,13	83,34	21,72	22,08	22,65	20,72
	max 0.8	85,21	84,70	85,23	83,42	21,79	22,17	22,78	20,78
	błąd prognozy	-0,87	-0,12	-0,82	-0,38	-0,16	-0,32	-0,80	-0,03

Tabela 5.4 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

Analizując wyniki zaprezentowane w tab. 5.3, stwierdzamy ogólnie, że:

- Modele Lee-Cartera z efektem kohortowym (według modyfikacji Ranshawa-Habermana), lepiej prognozują ODDTŻ dla mężczyzn w krajach skandynawskich, w porównaniu ze zwykłymi modelami Lee-Cartera (bez uwzględnienia tego efektu). Uwaga ta dotyczy zarówno modeli Renshaw-Haberman_e0, jak i Renshaw-Haberman_e65. Przy czym, na podkreślenie zasługuje fakt, że dla Szwecji i Finlandii większość otrzymanych prognoz za pomocą modeli Renshaw-Haberman_e65 jest przeszacowana, co pozwala na niemalże całkowite wyeliminowanie konsekwencji ryzyka długowieczności. Natomiast otrzymane za pomocą tych modeli prognozy dla Norwegii i Danii są nieznacznie niedoszacowane.
- Prognozy ODDTŻ dla kobiet w krajach skandynawskich, które otrzymujemy z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 oraz Renshaw-Haberman_e65 (tab. 5.4), podobnie jak w przypadku mężczyzn, są dokładniejsze w porównaniu z prognozami uzyskanymi za pomocą zwykłych modeli Lee-Cartera. Biorąc pod uwagę, że zarówno ich przeszacowanie jak i niedoszacowanie jest niewielki, uznajemy, że modele te w horyzoncie ośmiu lat pozwalają na uzyskanie znakomitych prognoz, które są bardzo zbliżone do wartości rzeczywistych.

Model Niu-Melenberga

W kolejnym etapie przeprowadzanego przez nas badania wyznaczamy prognozy ODDTŻ z wykorzystaniem naszej autorskiej procedury obliczeniowej opartej na koncepcji Niu i Melenberga. Poniżej analizujemy uzyskane wyniki dla krajów skandynawskich. Odpowiednie prognozy prezentujemy w tabelach 5.5 i 5.6.

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 mężczyźni				Niu-Melenberg_e65 mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	80,31	78,41	77,48	78,16	19,17	18,57	18,32	17,64
	prognoza	80,38	78,47	77,58	78,16	19,18	18,57	18,33	17,65
	max 0.8	80,42	78,63	77,69	78,30	18,45	18,15	17,60	17,10
	błąd prognozy	-0,58	0,53	-0,39	-0,46	-0,81	-0,52	-0,76	-0,39
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	80,51	78,56	77,39	78,58	19,29	18,71	18,54	17,82
	prognoza	80,60	78,63	77,50	78,58	19,31	18,72	18,56	17,83
	max 0.8	80,65	78,76	77,62	78,67	18,64	18,28	17,84	17,28
	błąd prognozy	-0,73	0,79	0,01	-0,51	-0,88	-0,48	-0,93	-0,39
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	80,70	78,61	77,41	78,99	19,47	18,85	18,77	18,01
	prognoza	80,82	78,66	77,49	78,99	19,48	18,87	18,78	18,02
	max 0.8	80,87	78,81	77,60	79,08	18,85	18,45	18,11	17,45
	błąd prognozy	-0,72	1,00	0,37	-0,72	-0,80	-0,47	-0,95	-0,41
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	80,87	78,72	77,42	79,39	19,62	19,00	18,99	18,18
	prognoza	81,03	78,76	77,52	79,39	19,64	19,01	19,01	18,20
	max 0.8	81,09	78,91	77,66	79,48	19,04	18,59	18,35	17,64
	błąd prognozy	-0,68	1,27	0,66	-0,82	-0,78	-0,35	-1,03	-0,25
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	81,04	78,83	77,52	79,77	19,78	19,15	19,21	18,36
	prognoza	81,24	78,87	77,60	79,77	19,80	19,16	19,23	18,38
	max 0.8	81,31	78,96	77,72	79,91	19,23	18,76	18,64	17,81
	błąd prognozy	-0,92	1,49	0,94	-1,00	-0,95	-0,35	-1,13	-0,44
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	81,19	78,95	77,61	80,15	19,93	19,29	19,43	18,53
	prognoza	81,44	78,97	77,70	80,15	19,96	19,31	19,45	18,56
	max 0.8	81,52	79,06	77,85	80,27	19,44	18,90	18,88	18,00
	błąd prognozy	-0,87	1,64	0,74	-1,20	-0,95	-0,25	-1,40	-0,45
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	81,34	79,06	77,76	80,51	20,09	19,43	19,65	18,71
	prognoza	81,65	79,08	77,82	80,51	20,11	19,45	19,67	18,74
	max 0.8	81,73	79,17	77,92	80,66	19,63	19,04	19,15	18,17
	błąd prognozy	-0,92	1,84	0,90	-1,41	-0,97	-0,26	-1,42	-0,60
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	81,49	79,17	77,90	80,86	20,24	19,57	19,86	18,87
	prognoza	81,85	79,19	77,96	80,86	20,27	19,59	19,88	18,91
	max 0.8	81,93	79,30	78,10	81,01	19,83	19,20	19,40	18,34
	błąd prognozy	-1,06	1,82	0,95	-1,84	-1,13	-0,26	-1,51	-0,89

Tabela 5.5 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 kobiety				Niu-Melenberg_e65 kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	84,32	83,73	83,71	81,43	22,03	21,70	22,16	20,43
	prognoza	84,37	83,74	83,74	81,43	22,04	21,71	22,17	20,44
	max 0.8	84,43	83,75	83,78	81,48	22,05	21,72	22,18	20,46
	błąd prognozy	-0,70	-0,30	-0,20	0,40	-0,87	-0,51	-0,79	-0,42
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	84,57	83,84	83,90	81,60	22,19	21,77	22,25	20,48
	prognoza	84,60	83,84	83,92	81,60	22,20	21,78	22,26	20,49
	max 0.8	84,62	83,85	83,94	81,66	22,21	21,79	22,27	20,51
	błąd prognozy	-1,07	-0,42	-0,51	0,44	-1,19	-0,81	-0,97	-0,36
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	84,78	83,95	84,10	81,76	22,34	21,85	22,35	20,51
	prognoza	84,80	83,96	84,11	81,76	22,35	21,86	22,36	20,52
	max 0.8	84,82	83,96	84,12	81,83	22,35	21,87	22,37	20,54
	błąd prognozy	-1,08	-0,35	-0,29	0,55	-1,15	-0,62	-0,87	-0,19
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	84,98	84,07	84,30	81,93	22,49	21,94	22,45	20,55
	prognoza	85,00	84,07	84,31	81,93	22,49	21,95	22,46	20,56
	max 0.8	85,01	84,08	84,31	82,00	22,50	21,95	22,47	20,58
	błąd prognozy	-0,95	0,03	-0,44	0,74	-1,02	-0,41	-1,01	0,08
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	85,16	84,19	84,50	82,08	22,63	22,03	22,56	20,59
	prognoza	85,18	84,19	84,50	82,08	22,63	22,04	22,57	20,60
	max 0.8	85,19	84,20	84,51	82,17	22,64	22,04	22,58	20,62
	błąd prognozy	-1,16	-0,05	-0,35	0,61	-1,23	-0,51	-0,98	0,03
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	85,33	84,31	84,69	82,24	22,76	22,12	22,67	20,64
	prognoza	85,36	84,31	84,70	82,24	22,77	22,13	22,68	20,65
	max 0.8	85,37	84,32	84,70	82,33	22,78	22,14	22,69	20,66
	błąd prognozy	-1,28	-0,14	-0,58	0,55	-1,30	-0,55	-1,08	0,07
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	85,50	84,42	84,89	82,39	22,89	22,22	22,79	20,68
	prognoza	85,53	84,43	84,90	82,39	22,90	22,22	22,80	20,70
	max 0.8	85,53	84,43	84,90	82,49	22,91	22,23	22,81	20,71
	błąd prognozy	-1,41	-0,15	-0,68	0,73	-1,45	-0,64	-1,02	0,13
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	85,67	84,54	85,09	82,54	23,02	22,31	22,91	20,73
	prognoza	85,69	84,55	85,09	82,54	23,03	22,32	22,92	20,75
	max 0.8	85,70	84,55	85,10	82,64	23,04	22,32	22,93	20,76
	błąd prognozy	-1,43	-0,05	-0,78	0,42	-1,47	-0,56	-1,07	-0,06

Tabela 5.6 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy

Analizując wyniki przedstawione w tab. 5.5, stwierdzamy, że modelowanie ODDTŻ dla mężczyzn z krajów skandynawskich z zastosowaniem modelu Niu-Melenberga zaowocowało uzyskaniem prognoz znacznie odbiegających od wartości rzeczywistych.

- W przypadku modeli Niu-Melenberg_e0 prognozy na lata 2011-2018 są dla Szwecji i Danii przeszacowane średnio odpowiednio o 0,810 i 0,995 roku, a dla Norwegii i Finlandii są niedoszacowane odpowiednio o 1,296 i 0,522 roku (zob. tab. 5.7).

- Natomiast, z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e65, dla każdego roku i kraju otrzymujemy prognozy przeszacowane. Z największym przeszacowaniem mamy do czynienia w przypadku Finlandii, które wynosi średnio 1,140 roku; dla Szwecji wartość ta wynosi 0,908 roku; dla Danii 0,478 a dla Norwegii 0,368 roku (zob. tab. 5.8).
- Na podstawie analizy wyników modelowania bazującego na modelach Niu-Melenberg_e0, dla populacji kobiet, z wybranych krajów skandynawskich (tab. 5.6), stwierdzamy, że jedynie w przypadku Danii mamy do czynienia z niedoszacowaniem prognoz względem wartości rzeczywistych. Natomiast, dla pozostałych krajów, prognozy w zdecydowanej większości pozostają nieznacznie przeszacowane. Wartość przeszacowania w porównaniu do długości całego życia pozostaje na akceptowalnym poziomie. Przedstawione wyniki dla Szwecji, Norwegii i Finlandii pozwalają zredukować ryzyko długowieczności, wynikające z niedoszacowania prognoz, niemalże do zera.
- Z podobną sytuacją mamy do czynienia, analizując wyniki otrzymane na podstawie modeli Niu-Melenberg_e65. Niedoszacowane prognozy występują jedynie dla populacji kobiet w Danii. Dla pozostałych państw stwierdzamy przeszacowanie prognoz, co pozwala na wyeliminowanie ryzyka długowieczności. Skala przeszacowania prognoz uzyskanych za pomocą modeli Niu-Melenberg_e65 jest relatywnie wyższa w porównaniu z prognozami otrzymanymi za pomocą modeli Niu-Melenberg_e0.

Podsumowując rezultaty przedstawionych dotychczas wyników badań odnoszących się do poszczególnych krajów modelu skandynawskiego, stwierdzamy, że prognozy wyznaczone za pomocą najczęściej stosowanego stochastycznego modelu umieralności, opracowanego przez Lee-Cartera, przynoszą rezultaty bardzo zbliżone do wartości rzeczywistych. Taka sytuacja ma miejsce zwłaszcza dla populacji kobiet w krajach skandynawskich. Fakt ten obserwujemy na podstawie wyników bezwzględnych błędów prognoz jak i średnich błędów prognoz oraz średnich absolutnych błędów procentowych. Zauważamy również, że wykorzystanie, w procesie modelowania umieralności, modelu uwzględniającego efekt kohortowy, pozwala na uzyskanie poprawy precyzji predykcji, mierzonej za pomocą wyżej wymienionych błędów ex-post. Niejednokrotnie z jego pomocą otrzymujemy prognozy przeszacowane, co prowadzi do znacznej redukcji skutków ryzyka długowieczności, wynikającego z niedoszacowania prognoz ODDTŻ. Zastosowanie w procesie prognozowania ODDTŻ, modelu wykorzystującego czynnik demograficzny i makroekonomiczny, w kilku przypadkach również pozwala na znaczną redukcję ryzyka długowieczności.

Analiza błędów ex post

W celu zobrazowania jakości prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018, jakie otrzymujemy za pomocą modeli jednopopulacyjnych dla wszystkich badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, w tabelach 5.7 i 5.8 prezentujemy ich błędy średnie (ME) i średnie bezwzględne błędy procentowe (MAPE). Przy czym w tabeli 5.7 przedstawiamy wyniki dla odpowiednich modeli e0 (oszacowanych na podstawie danych z lat 1960-2010, uwzględniających wiek $x_i = 0, \dots, 90$), a w tabeli 5.8 dla odpowiednich modeli e65 (oszacowanych na podstawie danych z lat 1960-2010, uwzględniających wiek $x_i = 65, \dots, 90$). Prezentując błędy uwzględniamy podział krajów ze względu na model państwa opiekuńczego. Ponadto pogrubioną czcionką zaznaczamy ujemne wartości średnich błędów prognoz, oznaczające przeszacowanie prognoz, ponieważ w kontekście badanego przez nas zjawiska RD przeszacowanie prognoz ODDTŻ prowadzi do wyeliminowania RD.

e0	Błąd ME mężczyźni			Błąd ME kobiety			Błąd MAPE mężczyźni			Błąd MAPE kobiety		
	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM
Model Skandynawski												
SWE	0,491	-0,196	-0,810	-0,166	-0,495	-1,134	0,611	0,243	1,008	0,214	0,590	1,351
NOR	1,409	0,100	1,296	0,046	-0,069	-0,179	1,754	0,161	1,613	0,160	0,136	0,222
FIN	0,601	0,146	0,522	0,160	-0,359	-0,479	0,768	0,305	0,790	0,210	0,462	0,570
DNK	1,279	0,337	-0,995	0,576	0,130	0,556	1,626	0,490	1,264	0,696	0,271	0,673
Model Liberalny												
AUS	0,199	-0,628	-0,408	-0,318	-0,799	-0,917	0,282	0,779	0,507	0,375	0,942	1,083
NZL	0,329	-2,939	-0,175	-0,565	-1,857	-0,654	0,412	3,678	0,282	0,679	2,228	0,785
USA	-0,587	-0,654	-0,369	-0,575	-0,790	-0,748	0,770	0,858	0,483	0,708	0,972	0,921
CAN	0,314	-0,550	-0,989	-0,137	-1,044	-0,566	0,429	0,689	1,239	0,189	1,243	0,675
Model Konserwatywny												
AUT	0,353	-0,126	-0,760	0,028	-0,477	-1,045	0,448	0,207	0,964	0,180	0,570	1,248
FRA	0,236	-0,816	-0,271	-0,657	-0,640	-0,959	0,298	1,030	0,359	0,771	0,750	1,125
CHE	-0,434	0,363	-1,307	-0,717	-0,329	-0,987	0,538	0,447	1,615	0,844	0,398	1,161
DEU	0,442	-0,280	-0,596	-0,367	-0,431	-1,056	0,564	0,375	0,759	0,441	0,518	1,270
Model Południowy												
ITA	0,250	-0,785	-1,726	-0,541	-1,210	-0,398	0,328	0,975	2,147	0,637	1,425	0,470
ESP	0,067	0,037	0,742	-0,549	-1,794	0,040	0,150	0,239	0,956	0,642	2,096	0,738
PRT	0,479	-0,797	-1,136	0,387	-0,780	-1,185	0,614	1,148	1,456	0,460	0,986	1,407
Państwa Beneluksu												
NLD	1,375	-0,041	0,944	-0,516	-0,399	-0,786	1,725	0,219	1,181	0,621	0,480	0,946
BEL	0,685	-0,881	-0,697	-0,414	-1,249	-0,855	0,871	1,150	0,889	0,497	1,498	1,027
Model Liberalny (Europa)												
GBR	0,472	-0,652	-1,449	0,322	-0,898	0,056	0,597	0,867	1,831	0,397	1,083	0,151
IRL	1,327	-0,781	0,727	0,413	-1,001	0,634	1,667	0,980	0,910	0,495	1,198	0,759

Tabela 5.7 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e0

Analiza błędów przedstawionych w tabeli 5.7 pozwala wyciągnąć następujące wnioski:

- Dla populacji mężczyzn, prognozy wyznaczone za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Carter_e0 w 17 z 19 przypadków są niedoszacowane. Największe wartości niedoszacowania dotyczą odpowiednio Norwegii 1,409 roku; Holandii 1,375 roku; Irlandii 1,327 roku oraz Danii 1,279. Jedynie w dwóch przypadkach stwierdzamy przeszacowanie prognoz odpowiednio o 0,587 roku dla Stanów Zjednoczonych oraz 0,434 roku dla Szwajcarii. Zastosowanie modyfikacji modelu Lee-Cartera, polegające na włączeniu do niego efektu kohortowego, doprowadza w dużej mierze do wyeliminowania efektu niedoszacowania. Zauważamy, że 14 błędów średnich jest ujemnych, co oznacza przeszacowanie prognoz, a pozostałe błędy są dodatnie, co świadczy o niedoszacowaniu. Z kolei, wykorzystanie modeli umieralności według procedury przedstawionej przez Niu i Melenberga (Niu-Melenberg_e0) w 14 przypadkach prowadzi do przeszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.
- Analogiczną sytuację obserwujemy w przypadku żeńskiej populacji analizowanych krajów. Zarówno wykorzystanie modelu z efektem kohortowym jak i modelu śmiertelności z czynnikiem gospodarczym pozwala na znaczące wyeliminowanie występowania efektu ryzyka długowieczności.
- Zastosowanie modelu śmiertelności z efektem kohortowym skutkuje zmniejszeniem błędu MAPE w porównaniu z wynikami bazującymi na modelu Lee-Carter bez efektu kohortowego dla 9 na 19 badanych krajów. Natomiast, wykorzystanie modelu z czynnikiem gospodarczym, w odniesieniu do męskiej części populacji badanych krajów, przynosi mniejsze wartości błędów MAPE w 6 przypadkach. Dla populacji kobiet uzyskujemy mniejsze wartości błędów MAPE jedynie dla pięciu krajów w przypadku modeli Ranshaw-Haberman_e0 oraz dla trzech, korzystając z modeli Niu-Melenberg_e0.

e65	Błąd ME mężczyźni			Błąd ME kobiety			Błąd MAPE mężczyźni			Błąd MAPE kobiety		
	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM
Model Skandynawski												
SWE	0,203	-0,275	-0,908	-0,228	-0,078	-1,210	1,073	1,450	4,822	1,068	0,518	5,665
NOR	0,611	0,119	-0,368	-0,008	-0,230	-0,574	3,232	0,695	1,978	0,397	1,076	2,685
FIN	0,146	-0,429	-1,140	-0,274	-0,474	-0,974	0,814	2,410	6,323	1,297	2,190	4,518
DNK	0,590	0,157	-0,478	0,457	0,283	-0,091	3,295	1,185	2,677	2,224	1,412	0,827
Model Liberalny												
AUS	0,052	-0,825	-0,429	-0,290	-0,631	-0,870	0,440	4,180	2,199	1,304	2,821	3,904
NZL	-0,099	-0,998	-0,384	-0,411	-1,117	-0,817	0,724	5,220	2,034	1,934	5,224	3,838
USA	-0,072	-0,452	-0,392	-0,257	-0,428	-0,629	0,486	2,492	2,175	1,248	2,074	3,057
CAN	0,190	-0,397	-0,973	-0,186	-0,484	-0,517	0,985	2,052	5,045	0,840	2,192	2,349

Model Konserwatywny												
AUT	-0,075	0,257	-0,924	-0,213	0,313	-1,004	0,694	1,413	5,097	1,131	1,464	4,709
FRA	0,056	-0,124	-0,880	-0,156	0,158	-0,904	0,415	0,915	4,586	1,019	0,744	3,902
CHE	0,130	-0,184	-0,540	-0,321	-0,169	-1,437	0,793	1,011	2,788	1,435	0,776	6,431
DEU	0,030	-0,145	-0,914	-0,304	0,083	-0,944	0,631	1,030	5,126	1,474	0,544	4,510
Model Południowy												
ITA	-0,011	-0,460	-1,105	-0,499	-0,194	-1,273	0,662	2,425	5,849	2,254	0,920	5,742
ESP	-0,011	-0,277	0,121	-0,140	-0,805	-0,258	0,543	1,462	2,279	0,750	3,529	1,650
PRT	0,209	0,033	-1,090	0,085	-0,135	-1,398	1,156	0,723	6,036	0,472	0,968	6,419
Państwa Beneluksu												
NLD	0,575	-0,256	-0,646	-0,268	-0,490	-0,689	3,139	1,589	3,530	1,275	2,334	3,281
BEL	0,223	-0,503	-0,628	-0,082	-1,441	-1,012	1,250	2,861	3,491	0,715	6,723	4,740
Model Liberalny (Europa)												
GBR	0,045	-0,476	-1,549	-0,234	-0,683	-0,313	0,614	2,616	8,360	1,220	3,262	1,498
IRL	0,335	-0,521	-1,475	0,014	-0,912	-0,054	1,806	2,804	7,968	0,358	4,302	1,043

Tabela 5.8 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e65

Biorąc z kolei pod uwagę wyniki zaprezentowane w tabeli 5.8 stwierdzamy, że prognozy ODDTŻ dla mężczyzn wyznaczone z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e65, dla 14-stu na 19 krajów są w niewielkim stopniu przeszacowane. W odniesieniu do żeńskiej części populacji, dla analizowanych krajów, przeszacowanie prognoz występuje tylko w trzech przypadkach. W kontekście ryzyka długowieczności, stwierdzamy, że dla męskiej części populacji w analizowanych krajach, zarówno włączenie efektu kohortowego jak i wykorzystanie czynnika gospodarczego w modelowaniu umieralności nie przynosi zauważalnej poprawy dokładności prognoz, mierzonej błędem średnim. Generalnie, najczęściej stosowany przez instytucje statystyczne oraz badawcze model Lee-Cartera w średnim okresie prognostycznym, pozwala na osiągnięcie rezultatów bardzo zbliżonych do wartości rzeczywistych. Wysoki stopień precyzji prognoz wyznaczanych za pomocą modeli Lee-Cartera_e65 uważamy za przyczynę braku zauważalnej poprawy wyników w odniesieniu do badanej populacji, osiągniętych za pomocą innych modeli prognostycznych e65. Również w odniesieniu do populacji kobiet, stwierdzamy, że precyzja prognoz, którą mierzymy za pomocą błędów średnich nie ulega znaczącej poprawie przy zastosowaniu modeli umieralności e65 innych niż model Lee-Carter_e65.

Zauważamy jednocześnie, że błędy MAPE dla populacji analizowanych krajów są w znaczącej większości niższe w przypadku zastosowania modelu Lee-Carter_e65 niż przy zastosowaniu pozostałych modeli umieralności e65.

5.1.2 Ryzyko długowieczności w krajach modelu wszechradzkiego

W niniejszym podrozdziale prezentujemy wyniki prognoz dla krajów wchodzących w skład modelu wszechradzkiego. Jak wyżej, nasze rozważania kończymy zestawieniem błędów średnich ex-post (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) dla wszystkich badanych państw Europy Środkowej i Wschodniej, jakie analizujemy. Wyniki prognoz ODDTŻ dla pozostałych państw będących przedmiotem prowadzonych przez nas analiz, przedstawiamy w załączniku nr 1.

Farkas (2016) wyodrębnia model wszechradzki, który stanowi część grupy państw postkomunistycznych. Również u Golinowskiej (2018) zaprezentowany jest podział na grupy, wśród których jest grupa składająca się z Polski, Czech, Słowacji oraz Węgier. Ze względu na brak pełnych danych gospodarczych przed 1985 r. dla państw modelu wszechradzkiego, proponujemy oddzielną analizę prognoz dla tych krajów. To ograniczenie okresu analizy pozwala na skonfrontowanie wyników uzyskanych w modelach, które łączą czynniki demograficzne i gospodarcze z wynikami opracowanymi w modelach bazujących tylko na danych demograficznych. Ujednolicone dane makroekonomiczne dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej dostępne są dopiero od roku 1985. W związku z tym prognozy ODDTŻ dla lat 2011-2018 opracowujemy na podstawie danych z lat 1985-2010. W tabelach 5.9-5.16 przedstawiamy wyniki prognoz, które bazują na wymienionych w podrozdziale 4.2.1 stochastycznych modelach umieralności dla opisanego, skróconego okresu. Parametry poszczególnych modeli oraz prognozy opracowujemy z rozróżnieniem płci. Prezentowane obliczenia uwzględniają dwie grupy prognoz: prognozy wyznaczone za pomocą modeli e_0 oraz modeli e_{65} . Dla każdego z krajów przedstawiamy wartości rzeczywiste ODDTŻ oraz wartości prognozowane za pomocą klasycznego modelu Lee-Cartera jak również za pomocą modyfikacji tego modelu. Prezentujemy również różnice pomiędzy wartościami rzeczywistymi a prognozowanymi. Model wszechradzki stanowi reprezentację grupy państw Europy Środkowo-Wschodniej, dlatego też analizę kończymy zestawieniem błędów ex-post ME i MAPE dla krajów modelu wszechradzkiego oraz dla grupy państw bałtyckich. Wartości rzeczywiste, prognozowane za pomocą poszczególnych modeli umieralności oraz różnice pomiędzy tymi wartościami dla pozostałych państw z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, które poddajemy analizie, prezentujemy w załączniku nr 1.

Podobnie jak dla krajów modelu skandynawskiego, również dla krajów modelu wszechradzkiego, przedstawiamy wyniki prognoz wyznaczonych za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera. Ze względu na swoją popularność model ten stanowi swoisty punkt odniesienia w procesie porównawczym dla prognoz otrzymywanych za pomocą innych

modeli umieralności. Zachowując konwencję, w pierwszej kolejności prezentujemy wartości rzeczywiste ODDTŻ. Następnie podajemy wyniki prognoz punktowych oraz prognozy przedziałowe z zachowaniem 80-cio procentowego przedziału ufności, wyznaczone za pomocą poszczególnych jednopopulacyjnych modeli umieralności oraz ich bezwzględne błędy.

Model Lee-Cartera

Z tabeli 5.9 wynika, że prognozy dla grupy mężczyzn, z państw modelu wyszehradzkiego, ustalone na podstawie modelu Lee-Carter_e0 są niższe od wartości rzeczywistych.

	Kraj	Lee-Carter_e0 mężczyźni				Lee-Carter_e65 Mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	70,32	73,36	68,95	66,65	15,10	15,48	14,04	13,95
	prognoza	70,74	73,87	69,56	67,19	15,10	15,49	14,04	13,95
	max 0.8	71,06	74,41	70,07	67,70	15,09	15,49	14,04	13,92
	błąd prognozy	1,77	0,84	2,70	3,95	0,15	-0,02	0,42	0,18
2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	70,27	73,46	68,71	66,56	15,22	15,64	14,11	14,04
	prognoza	70,80	73,99	69,58	67,16	15,22	15,64	14,11	14,05
	max 0.8	71,29	74,63	70,23	67,90	15,23	15,63	14,16	13,98
	błąd prognozy	1,82	0,96	2,91	4,39	0,04	-0,11	0,44	0,19
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	70,29	73,34	68,55	66,55	15,33	15,80	14,18	14,14
	prognoza	70,86	74,10	69,60	67,12	15,35	15,80	14,19	14,14
	max 0.8	71,48	74,97	70,35	67,95	15,32	15,79	14,24	14,02
	błąd prognozy	2,12	1,03	3,31	5,00	0,02	-0,24	0,47	0,34
2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	70,34	73,47	68,64	66,53	15,47	15,94	14,26	14,24
	prognoza	70,92	74,22	69,61	67,08	15,47	15,95	14,26	14,24
	max 0.8	71,67	75,11	70,35	67,81	15,46	15,96	14,29	14,15
	błąd prognozy	2,74	1,48	3,64	5,17	0,28	-0,03	0,74	0,31
2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	70,42	73,20	68,62	66,28	15,59	16,11	14,32	14,34
	prognoza	70,98	74,34	69,63	67,04	15,59	16,11	14,33	14,34
	max 0.8	72,00	75,38	70,46	67,86	15,55	16,17	14,35	14,26
	błąd prognozy	2,49	1,27	3,46	5,19	-0,02	-0,35	0,62	0,08
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	70,40	73,52	68,49	66,08	15,71	16,24	14,38	14,44
	prognoza	71,04	74,45	69,65	67,00	15,72	16,26	14,41	14,44
	max 0.8	72,04	75,44	70,75	67,89	15,65	16,30	14,33	14,34
	błąd prognozy	2,79	1,57	4,10	5,56	0,14	-0,20	0,79	0,13
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	70,37	73,47	68,48	66,08	15,83	16,41	14,47	14,52
	prognoza	71,10	74,57	69,66	66,96	15,84	16,42	14,48	14,53
	max 0.8	72,12	75,58	70,57	67,84	15,80	16,44	14,49	14,40
	błąd prognozy	2,75	1,40	4,10	5,59	-0,05	-0,36	0,72	-0,10
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	70,43	73,77	68,47	65,65	15,95	16,57	14,55	14,62
	prognoza	71,16	74,68	69,68	66,91	15,96	16,57	14,55	14,63
	max 0.8	72,26	75,80	70,89	67,87	15,92	16,52	14,53	14,54
	błąd prognozy	2,59	1,34	4,15	5,81	-0,26	-0,48	0,80	-0,10

Tabela 5.9 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter_e0 kobiety				Lee-Carter_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	79,76	79,59	78,07	77,80	19,36	18,89	17,98	18,00
	prognoza	80,12	80,17	78,57	78,24	19,36	18,89	17,98	18,00
	max 0.8	80,48	80,85	79,11	78,58	19,36	18,86	17,97	17,98
	błąd prognozy	0,63	0,69	1,09	0,24	0,13	0,05	0,29	-0,01
2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	79,81	79,49	77,97	77,75	19,50	19,04	18,08	18,11
	prognoza	80,25	80,29	78,66	78,35	19,50	19,04	18,08	18,11
	max 0.8	80,68	81,11	79,40	78,82	19,45	18,99	18,04	18,12
	błąd prognozy	0,52	0,69	1,10	0,27	-0,02	-0,02	0,25	-0,12
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	79,82	79,36	77,78	77,79	19,64	19,19	18,17	18,23
	prognoza	80,38	80,40	78,75	78,46	19,64	19,19	18,17	18,23
	max 0.8	80,90	81,56	79,70	79,01	19,58	19,13	18,15	18,20
	błąd prognozy	0,54	0,75	1,24	0,54	-0,09	-0,09	0,43	0,00
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	79,86	79,47	77,62	77,74	19,78	19,33	18,27	18,34
	prognoza	80,50	80,52	78,85	78,56	19,78	19,33	18,27	18,34
	max 0.8	81,15	81,53	79,79	79,30	19,76	19,31	18,30	18,30
	błąd prognozy	0,90	1,20	1,47	0,67	0,17	0,24	0,58	0,05
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	79,97	79,45	77,27	77,72	19,92	19,48	18,36	18,46
	prognoza	80,63	80,63	78,94	78,67	19,92	19,48	18,36	18,46
	max 0.8	81,10	81,77	80,03	79,37	19,94	19,46	18,38	18,42
	błąd prognozy	0,68	0,83	1,17	0,20	-0,15	-0,20	0,32	-0,37
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	79,98	79,61	77,72	77,92	20,06	19,63	18,45	18,57
	prognoza	80,75	80,75	79,03	78,77	20,06	19,63	18,45	18,57
	max 0.8	81,41	81,85	80,20	79,59	20,04	19,59	18,49	18,52
	błąd prognozy	0,97	1,11	1,52	0,80	0,07	0,11	0,57	0,00
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	80,09	79,63	77,68	77,92	20,20	19,77	18,55	18,69
	prognoza	80,87	80,86	79,12	78,88	20,20	19,77	18,55	18,69
	max 0.8	81,46	81,93	80,42	79,77	20,18	19,70	18,53	18,64
	błąd prognozy	0,67	0,98	1,46	0,39	-0,27	-0,15	0,44	-0,41
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	80,00	79,58	77,64	77,97	20,34	19,92	18,64	18,80
	prognoza	80,99	80,97	79,22	78,98	20,34	19,92	18,64	18,80
	max 0.8	81,81	82,19	80,45	80,00	20,33	19,88	18,63	18,73
	błąd prognozy	0,49	0,90	1,38	0,55	-0,44	-0,21	0,44	-0,37

Tabela 5.10 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

W nawiązaniu do wartości zaprezentowanych w tabelach 5.9 i 5.10 wyciągamy poniżej wnioski.

- Średnie błędy prognoz e0 w analizowanym okresie wynoszą: 2,384 roku dla Polski; 1,235 roku dla Czech; 3,546 roku dla Słowacji oraz 5,082 roku dla Węgier (zob. tab. 5.15).
- Dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego, wyniki prognoz, które otrzymujemy z wykorzystaniem modelu Lee-Carter_e65, są bardzo zbliżone do wartości

rzeczywistych. Prognozy ODDTŻ dla grupy wiekowej e65 są średnio niedoszacowane o 0,037 roku dla populacji Polski; przeszacowane o 0,224 roku dla Czech; niedoszacowane o 0,625 roku dla Słowacji oraz przeszacowane o 0,128 roku dla Węgier (zob. tab. 5.16).

- W odróżnieniu od prognoz ODDTŻ, jakie ustalamy dla męskiej części populacji krajów wyszehradzkich, prognozy wykonane z użyciem modelu Lee-Cartera_e0 dla kobiet z tych krajów, są o wiele bardziej zbliżone do wartości rzeczywistych a skala ich niedoszacowania jest nieznaczna. Dla populacji Polski wynosi średnio 0,676 roku, dla Czech 0,893 roku (zob. tab. 5.15).
- W odniesieniu do żeńskiej populacji, w krajach wyszehradzkich, największe niedoszacowanie prognoz e0 obserwujemy dla Słowacji, gdyż wynosi ono średnio 1,303 roku. Natomiast dla Węgier wartość ta jest równa 0,457 roku (zob. tab. 5.15).
- Dane z tabeli 5.10 potwierdzają, że prognozy e65 ODDTŻ kobiet są bliskie wartościom rzeczywistym. Średnia wartość przeszacowania dla kobiet z Polski, jest równa 0,076 roku. W przypadku czeskich kobiet otrzymujemy przeszacowanie na poziomie 0,033 roku. Dla Węgiek to przeszacowanie wynosi 0,154 roku. Jedynie prognozy obejmujące żeńską populację Słowacji są niedoszacowane o 0,415 roku (zob. tab. 5.16).

Model Renshaw-Haberman (Lee-Cartera z efektem kohortowym)

Wartości prognoz w tabelach 5.11-5.12 wyznaczanych za pomocą modelu Lee-Carter_e65 z efektem kohortowym, według procedury Ranshaw-Habermana, w większości przypadków są bardzo bliskie wartościom rzeczywistym.

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 mężczyźni				Renshaw-Haberman_e65 mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	72,38	74,54	71,86	70,49	15,13	15,52	14,14	13,98
	prognoza	72,40	74,59	71,92	70,55	15,16	15,55	14,17	14,01
	max 0.8	72,45	74,63	72,01	70,59	15,18	15,58	14,24	14,06
	błąd prognozy	0,11	0,12	0,34	0,59	0,09	-0,08	0,29	0,12
2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	72,53	74,75	72,03	70,56	15,25	15,72	14,24	14,05
	prognoza	72,55	74,79	72,08	70,62	15,28	15,75	14,28	14,10
	max 0.8	72,60	74,85	72,17	70,66	15,31	15,79	14,34	14,14
	błąd prognozy	0,07	0,16	0,41	0,93	-0,02	-0,22	0,27	0,14
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	72,70	74,97	72,20	70,65	15,39	15,91	14,36	14,14
	prognoza	72,72	75,00	72,27	70,70	15,43	15,96	14,41	14,20
	max 0.8	72,77	75,07	72,35	70,75	15,46	16,00	14,48	14,23
	błąd prognozy	0,26	0,13	0,64	1,42	-0,06	-0,40	0,25	0,28

2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	72,87	75,18	72,39	70,74	15,54	16,11	14,48	14,23
	prognoza	72,89	75,22	72,46	70,79	15,57	16,17	14,53	14,29
	max 0.8	72,95	75,29	72,54	70,84	15,61	16,22	14,61	14,33
	błąd prognozy	0,77	0,48	0,79	1,46	0,18	-0,25	0,47	0,26
2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	73,06	75,40	72,59	70,84	15,68	16,32	14,61	14,33
	prognoza	73,07	75,44	72,66	70,90	15,72	16,39	14,67	14,40
	max 0.8	73,13	75,52	72,75	70,95	15,76	16,45	14,75	14,44
	błąd prognozy	0,40	0,17	0,43	1,33	-0,15	-0,63	0,28	0,02
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	73,23	75,62	72,79	70,95	15,81	16,52	14,73	14,42
	prognoza	73,25	75,66	72,86	71,01	15,86	16,60	14,79	14,49
	max 0.8	73,31	75,74	72,95	71,07	15,90	16,67	14,88	14,53
	błąd prognozy	0,58	0,36	0,89	1,55	0,00	-0,54	0,41	0,08
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	73,42	75,84	73,00	71,08	15,96	16,72	14,85	14,52
	prognoza	73,44	75,88	73,07	71,14	16,01	16,80	14,92	14,59
	max 0.8	73,50	75,97	73,17	71,20	16,06	16,88	15,01	14,65
	błąd prognozy	0,41	0,09	0,69	1,41	-0,22	-0,74	0,28	-0,16
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	73,61	76,07	73,21	71,22	16,09	16,92	14,96	14,62
	prognoza	73,63	76,11	73,29	71,28	16,15	17,01	15,04	14,70
	max 0.8	73,69	76,21	73,40	71,35	16,21	17,10	15,13	14,76
	błąd prognozy	0,12	-0,09	0,54	1,44	-0,45	-0,92	0,31	-0,17

Tabela 5.11 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 kobiety				Renshaw-Haberman_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	80,68	80,82	79,29	78,43	19,57	18,98	18,12	17,98
	prognoza	80,70	80,85	79,37	78,44	19,60	19,01	18,16	18,02
	max 0.8	80,73	80,90	79,41	78,51	19,62	19,04	18,19	18,05
	błąd prognozy	0,05	0,01	0,29	0,04	-0,11	-0,07	0,11	-0,03
2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	80,83	81,00	79,39	78,53	19,80	19,19	18,30	18,10
	prognoza	80,86	81,02	79,52	78,54	19,83	19,22	18,35	18,15
	max 0.8	80,89	81,10	79,53	78,62	19,86	19,27	18,38	18,18
	błąd prognozy	-0,09	-0,04	0,24	0,08	-0,35	-0,20	-0,02	-0,16
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	80,99	81,17	79,54	78,66	20,07	19,40	18,54	18,28
	prognoza	81,04	81,20	79,71	78,69	20,09	19,45	18,60	18,33
	max 0.8	81,06	81,28	79,75	78,75	20,13	19,50	18,63	18,37
	błąd prognozy	-0,12	-0,05	0,28	0,31	-0,54	-0,35	0,00	-0,10
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	81,17	81,35	79,66	78,78	20,34	19,61	18,75	18,41
	prognoza	81,22	81,38	79,87	78,81	20,37	19,67	18,81	18,46
	max 0.8	81,25	81,47	79,93	78,88	20,41	19,72	18,85	18,51
	błąd prognozy	0,18	0,34	0,45	0,42	-0,42	-0,10	0,04	-0,07
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	81,35	81,53	79,80	78,92	20,62	19,82	18,99	18,58
	prognoza	81,40	81,56	80,06	78,96	20,65	19,88	19,06	18,64
	max 0.8	81,44	81,68	80,16	79,04	20,70	19,96	19,11	18,69
	błąd prognozy	-0,09	-0,10	0,05	-0,09	-0,88	-0,60	-0,38	-0,55

2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	81,52	81,72	79,94	79,06	20,89	20,03	19,18	18,70
	prognoza	81,58	81,74	80,22	79,09	20,93	20,11	19,28	18,78
	max 0.8	81,63	81,88	80,36	79,18	20,99	20,19	19,33	18,82
	błąd prognozy	0,14	0,12	0,33	0,48	-0,80	-0,37	-0,26	-0,21
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	81,70	81,88	80,05	79,20	21,20	20,25	19,40	18,86
	prognoza	81,77	81,92	80,40	79,23	21,25	20,34	19,51	18,94
	max 0.8	81,82	82,06	80,56	79,33	21,32	20,44	19,57	18,99
	błąd prognozy	-0,23	-0,08	0,18	0,04	-1,32	-0,72	-0,52	-0,66
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	81,87	82,07	80,21	79,36	21,50	20,44	19,65	19,03
	prognoza	81,95	82,10	80,59	79,39	21,54	20,55	19,77	19,11
	max 0.8	82,02	82,26	80,83	79,50	21,62	20,66	19,83	19,17
	błąd prognozy	-0,47	-0,23	0,01	0,14	-1,64	-0,84	-0,69	-0,68

Tabela 5.12 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

Na podstawie wartości jakie przedstawiamy w Tabeli 5.11 wnioskujemy, że:

- Zastosowanie modelu Renshaw-Haberman_e0 z efektem kohortowym, przynosi poprawę dokładności prognoz ODDTŻ mężczyzn w krajach modelu wyszehradzkiego, mierzoną za pomocą błędu średniego. Wykorzystanie efektu kohorty powoduje niedoszacowanie prognoz dla wszystkich badanych krajów. Dla Polski, Czech, Słowacji i Węgier wynosi ono odpowiednio: 0,341 roku, 0,177 roku, 0,590 roku oraz 1,264 roku (zob. tab. 5.15).
- Stwierdzamy również, że wykorzystanie modyfikacji modelu Lee-Carter_e65, zawierającej efekt kohorty dla populacji mężczyzn (Tabela 5.12), z poszczególnych krajów modelu wyszehradzkiego, przynosi prognozy średnio przeszacowane o 0,078 roku dla Polski; dla Czech 0,472 roku, natomiast dla Słowacji i Węgier średnie niedoszacowanie prognoz odpowiednio o 0,319 roku i 0,071 roku (zob. tab. 5.16).
- Na podstawie wartości w tabeli 5.12 wnioskujemy, że użycie modelu Renshaw-Habermana_e0 z efektem kohortowym dla kobiet e0 z krajów sklasyfikowanych w modelu wyszehradzkim, w badanym okresie generuje dla Polski wartości przeszacowane o 0,079 roku; dla Czech o 0,004 roku; dla Słowacji mówimy o niedoszacowaniu w wysokości 0,230 roku, natomiast dla Węgier wartość niedoszacowania wynosi średnio 0,178 roku (zob. tab. 5.15). Zastosowanie modelu umieralności Ranshaw-Habermana_e65, do prognozowania ODDTŻ dla kobiet z krajów grupy wyszehradzkiej, przynosi przeszacowane wartości prognoz. Średnie wartości na przestrzeni ośmiu lat wynoszą odpowiednio 0,759 roku dla Polski; 0,406 roku dla Czech; 0,215 roku dla Słowacji oraz 0,308 roku dla Węgier (zob. tab. 5.16).

Model Niu-Melenberga

W kolejnym etapie badań, w oparciu o dane z lat 1985-2010, wyznaczamy bazując na modelu Niu-Melenberga, prognozy ODDTŻ dla populacji Polski, Czech, Słowacji i Węgier. Wykorzystanie modelu Niu-Melenberga, prowadzi do poprawy precyzji otrzymywanych prognoz. Ponadto, pozwala również znacząco zredukować RD, ponieważ w wielu przypadkach otrzymane prognozy są nieznacznie przeszacowane.

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 mężczyźni				Niu-Melenberg_e65 mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	72,97	75,09	72,54	70,61	15,71	16,06	14,72	14,45
	prognoza	72,99	75,14	72,86	70,64	15,72	16,07	14,73	14,46
	max 0.8	73,01	75,19	72,98	70,66	15,18	15,58	14,24	14,06
	błąd prognozy	-0,48	-0,43	-0,60	0,50	-0,47	-0,60	-0,27	-0,33
2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	73,20	75,34	72,69	70,67	15,83	16,20	14,78	14,47
	prognoza	73,21	75,37	72,86	70,69	15,84	16,21	14,79	14,48
	max 0.8	73,23	75,40	72,94	70,71	15,31	15,79	14,34	14,14
	błąd prognozy	-0,59	-0,42	-0,37	0,86	-0,58	-0,68	-0,24	-0,24
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	73,43	75,57	72,82	70,71	15,96	16,34	14,83	14,49
	prognoza	73,44	75,60	72,90	70,73	15,96	16,34	14,85	14,49
	max 0.8	73,45	75,62	72,97	70,75	15,46	16,00	14,48	14,23
	błąd prognozy	-0,46	-0,47	0,01	1,39	-0,59	-0,78	-0,19	-0,01
2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	73,66	75,80	72,94	70,74	16,08	16,47	14,89	14,50
	prognoza	73,67	75,82	72,98	70,75	16,09	16,48	14,91	14,50
	max 0.8	73,68	75,83	73,04	70,77	15,61	16,22	14,61	14,33
	błąd prognozy	-0,01	-0,12	0,27	1,50	-0,34	-0,56	0,09	0,05
2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	73,89	76,03	73,05	70,75	16,20	16,61	14,95	14,50
	prognoza	73,89	76,04	73,08	70,77	16,21	16,62	14,97	14,50
	max 0.8	73,90	76,05	73,12	70,78	15,76	16,45	14,75	14,44
	błąd prognozy	-0,42	-0,43	0,01	1,46	-0,64	-0,86	-0,02	-0,08
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	74,11	76,25	73,17	70,76	16,33	16,74	15,01	14,50
	prognoza	74,12	76,26	73,19	70,78	16,34	16,75	15,03	14,51
	max 0.8	74,13	76,27	73,22	70,79	15,90	16,67	14,88	14,53
	błąd prognozy	-0,29	-0,24	0,56	1,78	-0,48	-0,69	0,17	0,06
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	74,34	76,46	73,30	70,77	16,45	16,88	15,07	14,50
	prognoza	74,34	76,47	73,32	70,78	16,47	16,89	15,09	14,51
	max 0.8	74,35	76,49	73,33	70,79	16,06	16,88	15,01	14,65
	błąd prognozy	-0,49	-0,50	0,44	1,77	-0,68	-0,83	0,11	-0,08
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	74,56	76,68	73,43	70,77	16,58	17,01	15,14	14,50
	prognoza	74,57	76,69	73,44	70,78	16,60	17,02	15,16	14,50
	max 0.8	74,57	76,70	73,46	70,79	16,21	17,10	15,13	14,76
	błąd prognozy	-0,82	-0,67	0,39	1,94	-0,90	-0,93	0,19	0,03

Tabela 5.13 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 kobiety				Niu-Melenberg_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	81,34	80,96	80,00	78,96	19,99	19,46	18,71	18,51
	prognoza	81,36	81,12	80,01	79,01	20,00	19,47	18,73	18,52
	max 0.8	81,38	81,13	80,02	79,06	20,01	19,47	18,74	18,53
	błąd prognozy	-0,61	-0,26	-0,35	-0,53	-0,51	-0,53	-0,46	-0,53
2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	81,55	81,40	80,12	78,95	20,23	19,58	18,76	18,54
	prognoza	81,57	81,41	80,13	78,98	20,25	19,59	18,78	18,55
	max 0.8	81,59	81,42	80,15	79,03	20,26	19,60	18,81	18,55
	błąd prognozy	-0,80	-0,43	-0,37	-0,36	-0,77	-0,57	-0,45	-0,56
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	81,77	81,63	80,25	78,93	20,41	19,71	18,82	18,56
	prognoza	81,78	81,64	80,26	78,96	20,42	19,72	18,83	18,56
	max 0.8	81,80	81,64	80,27	79,00	20,43	19,72	18,88	18,57
	błąd prognozy	-0,86	-0,49	-0,27	0,04	-0,87	-0,62	-0,23	-0,33
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	81,98	81,82	80,37	78,92	20,60	19,83	18,88	18,56
	prognoza	82,00	81,83	80,38	78,94	20,61	19,84	18,89	18,57
	max 0.8	82,01	81,84	80,39	78,98	20,63	19,85	18,95	18,58
	błąd prognozy	-0,60	-0,11	-0,06	0,29	-0,66	-0,27	-0,04	-0,18
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	82,19	82,01	80,49	78,91	20,74	19,95	18,95	18,57
	prognoza	82,20	82,01	80,50	78,93	20,76	19,96	18,96	18,57
	max 0.8	82,21	82,02	80,51	78,96	20,77	19,97	19,02	18,58
	błąd prognozy	-0,89	-0,55	-0,39	-0,06	-0,99	-0,68	-0,28	-0,48
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	82,40	82,18	80,61	78,90	20,89	20,08	19,01	18,57
	prognoza	82,41	82,19	80,62	78,92	20,91	20,08	19,02	18,57
	max 0.8	82,42	82,20	80,63	78,94	20,92	20,09	19,09	18,58
	błąd prognozy	-0,69	-0,33	-0,07	0,65	-0,78	-0,34	0,00	0,00
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	82,61	82,35	80,73	78,89	21,01	20,20	19,08	18,57
	prognoza	82,62	82,36	80,74	78,91	21,03	20,21	19,09	18,57
	max 0.8	82,62	82,37	80,75	78,93	21,04	20,21	19,17	18,58
	błąd prognozy	-1,08	-0,52	-0,16	0,36	-1,10	-0,59	-0,10	-0,29
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	82,81	82,52	80,85	78,89	21,14	20,32	19,15	18,56
	prognoza	82,82	82,53	80,86	78,90	21,16	20,33	19,16	18,57
	max 0.8	82,83	82,53	80,87	78,92	21,17	20,34	19,24	18,58
	błąd prognozy	-1,34	-0,66	-0,26	0,63	-1,26	-0,62	-0,08	-0,14

Tabela 5.14 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy

Na podstawie wartości przedstawionych w tabelach 5.13 oraz 5.14 stwierdzamy, że:

- Wykorzystanie prognostycznego modelu umieralności Niu-Melenberga, zawierającego zarówno czynnik demograficzny jak i czynnik gospodarczy w obrębie populacji pojedynczych krajów modelu wyszehradzkiego, przynosi zróżnicowane rezultaty. W odniesieniu do populacji mężczyzn w Polsce stwierdzamy przeszacowanie prognoz e0 średnio o 0,444 roku. Ta sama wielkość dla Czech wynosi 0,410 roku. Natomiast dla

populacji słowackich mężczyzn mówimy o średnim niedoszacowaniu rzędu 0,089 roku, podczas gdy dla Węgier wartość ta jest równa 1,402 roku (zob. tab. 5.15).

- Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn wyznaczone z wykorzystaniem modelu Niu-Melenberg_e65 w analizowanym okresie są przeszacowane. Wartość przeszacowania wynosi średnio 0,585 roku dla Polski; 0,741 roku dla Czech; 0,019 roku dla Słowacji oraz 0,075 roku dla Węgier (zob. tab. 5.16).
- Prognozy jakie wykonujemy bazując na modelu Niu-Melenberga_e0 dla kobiet, które reprezentują populacje poszczególnych krajów modelu wyszehradzkiego są w większości przypadków przeszacowane. Średnia wartość przeszacowania wynosi dla Polski 0,860 roku; dla Czech 0,419 roku a dla Słowacji 0,240 roku. Jedynie w przypadku Węgier mówimy o średnim niedoszacowaniu prognoz w analizowanym okresie o wartości 0,128 roku (zob. tab. 5.15).
- Stwierdzamy, że w odniesieniu do żeńskiej części populacji prognozy, które wykonujemy za pomocą modelu Niu-Melenberga_e65 są przeszacowane. Wartości przeszacowania dla poszczególnych krajów wynoszą odpowiednio: dla Polski 0,867 roku; dla Czech 0,527 roku; dla Słowacji 0,204 roku oraz dla Węgier 0,315 roku (zob. tab. 5.16).

Analiza błędów ex post

Podsumowując prowadzone przez nas analizy prognoz ODDTŻ dla populacji krajów modelu wyszehradzkiego, zestawiamy błędy średnie oraz średnie bezwzględne błędy procentowe dla kobiet i mężczyzn z tych państw. Analogicznie zestawiamy te błędy dla grupy krajów modelu bałtyckiego.

e0	Błąd ME Mężczyźni			Błąd ME kobiety			Błąd MAPE mężczyźni			Błąd MAPE kobiety		
	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM
Model Wyszehradzki												
POL	2,384	0,341	-0,444	0,676	-0,079	-0,860	3,247	0,464	0,607	0,831	0,211	1,059
CZE	1,235	0,177	-0,410	0,893	-0,004	-0,419	1,634	0,264	0,543	1,095	0,149	0,514
SVK	3,546	0,590	0,089	1,303	0,230	-0,240	4,842	0,806	0,452	1,624	0,287	0,300
HUN	5,082	1,264	1,402	0,457	0,178	0,128	7,039	1,749	1,939	0,578	0,253	0,463
Model Bałtycki												
EST	4,016	1,803	3,241	0,824	1,199	2,833	5,512	2,468	4,444	1,007	1,466	3,465
LTU	5,248	2,710	2,606	1,607	1,130	0,853	7,551	3,891	3,743	2,011	1,414	1,066
LVA	4,647	3,806	2,454	2,034	1,326	1,231	6,692	5,481	3,531	2,569	1,675	1,554

Tabela 5.15 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e0

Na podstawie wyników przedstawionych w tabeli 5.15 wnioskujemy, że poprawa precyzji prognoz, mierzona błędem średnim, występuje we wszystkich przypadkach, w których używamy modelu, uwzględniającego efekt kohortowy populacji e0, zarówno dla krajów modelu wyszehradzkiego jak i modelu bałtyckiego. Stwierdzamy, że prognozy bazujące na modelu Renshaw-Haberman_e0 są znacznie bliższe wartościom rzeczywistym w badanym okresie, niż prognozy bazujące na modelu Lee-Carter_e0. Podobną zależność obserwujemy w przypadku błędów średnich jakie obliczamy dla modelu Niu-Melenberg_e0. Model ten również przynosi znaczącą poprawę precyzji prognoz mierzoną błędem średnim. Poprawę otrzymujemy również, badając jakość prognoz błędem MAPE, w szczególności dla państw takich jak Węgry, Słowacja i Litwa, dla których zastosowanie modelu Lee-Carter_e0, przyniosło wysokie błędy MAPE.

e65	Błąd ME mężczyźni			Błąd ME kobiety			Błąd MAPE mężczyźni			Błąd MAPE kobiety		
	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM	LC	RH	NM
Model Wyszehradzki												
POL	0,037	-0,078	-0,585	-0,076	-0,759	-0,867	0,771	0,934	3,760	0,842	3,823	4,381
CZE	-0,224	-0,472	-0,741	-0,033	-0,406	-0,527	1,409	2,970	4,683	0,684	2,084	2,728
SVK	0,625	0,319	-0,019	0,415	-0,215	-0,204	4,171	2,136	1,076	2,208	1,347	1,105
HUN	0,128	0,071	-0,075	-0,154	-0,308	-0,315	1,252	1,064	0,768	0,912	1,683	1,736
Model Bałtycki												
EST	0,621	0,745	0,365	0,327	-0,055	0,074	4,094	4,891	2,632	1,628	0,873	1,271
LTU	0,209	0,594	-0,177	0,278	0,142	-0,300	1,467	4,174	1,502	1,450	0,787	1,574
LVA	0,540	0,549	0,123	0,343	0,255	0,109	3,894	3,954	1,697	1,839	1,370	1,287

Tabela 5.16 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e65

Na podstawie wyników w tabeli 5.16 wnioskujemy, że dla grupy wiekowej e65 krajów wyszehradzkich i bałtyckich, zastosowanie modelu Lee-Cartera_e65 do wyznaczenia prognoz, przynosi wyniki zbliżone do wartości rzeczywistych. Zastosowanie pozostałych dwóch modeli jednopopulacyjnych przynosi poprawę precyzji prognoz mierzoną błędem średnim tylko w wybranych przypadkach. Błędy MAPE wskazują na zauważalną poprawę dokładności prognoz względem modelu Lee-Cartera_e65. W przypadku zastosowania modelu Niu-Melenberga_e65 dla populacji mężczyzn otrzymujemy poprawę w 5 na 7 przypadków. Zbliżony poziom poprawy zauważamy dla wyników, jakie otrzymujemy za pomocą modelu Renshaw-Haberman_e65, dla populacji kobiet e65 Jest to poprawa w 4 na 7 przypadków.

5.2 Ocena ryzyka długowieczności na podstawie wielopopulacyjnych modeli umieralności

W tej części rozdziału piątego analizujemy prognozy, bazujące na dwóch wielopopulacyjnych modelach umieralności. Pierwszy model, opracowany przez Li i Lee, pozwala na uwzględnienie w procesie prognostycznym trendów demograficznych wspólnych dla grupy krajów. Drugi z modeli to koncepcja zaproponowana przez Boonena i Li, która pozwala na uwzględnienie zarówno trendu demograficznego wspólnego dla grupy krajów jak i trendu makroekonomicznego, odzwierciedlającego sytuację gospodarczą, panującą w jej obrębie. W przypadku modelu Li-Lee, korzystamy z procedury obliczeniowej opracowanej przez Robbena i in. (2023), natomiast obliczenia dla modelu Boonen-Li wykonujemy z wykorzystaniem naszej autorskiej procedury opracowanej w środowisku R.

5.2.1 Ryzyko długowieczności w krajach modelu skandynawskiego

Model Li-Lee

Skuteczność prognostyczna wielopopulacyjnego modelu Li-Lee jest zaprezentowana w wielu opracowaniach naukowych, dlatego wykorzystujemy go również w naszych badaniach. Stosujemy go uwzględniając podobne grupy krajów wyłonione:

- w wyniku podziału literaturowego. Skład poszczególnych grup jest przedstawiony w tab. 4.2. Modele szacujemy dla każdego kraju, uwzględniając wspólny trend demograficzny grupy, do której należy dany kraj. W tabelach 5.17 i 5.18 prezentujemy szczegółowe wyniki, odpowiednio, dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu skandynawskiego, uzyskane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 (oszacowanych na podstawie danych z lat 1960-2010, uwzględniających wiek $x_i = 0, \dots, 90$) oraz Li-Lee_e65 (oszacowanych na podstawie danych z lat 1960-2010, uwzględniających wiek $x_i = 65, \dots, 90$). Wyniki dla pozostałych krajów zamieszczamy w załączniku nr 1
- w wyniku zastosowania metody PAM-DTW. W tym przypadku skład poszczególnych grup jest przedstawiony w tab. 4.4. Modele szacujemy dla każdego kraju, analogicznie jak w dla podziału literaturowego, czyli uwzględniając wspólny trend demograficzny grupy otrzymanej metodą PAM-DTW, do której należy dany kraj. W celu zbadania wpływu podziału krajów na uzyskane prognozy ODDTŻ, szczegółowe wyniki prezentujemy także dla krajów modelu skandynawskiego, czyli Szwecji, Norwegii, Finlandii i Dania, oddzielnie dla mężczyzn (tab. 5.19) i kobiet (tab. 5.20). Podkreślamy jednocześnie, że prognozy dla:

- Szwecji i Danii wyznaczamy, z wykorzystaniem modeli Li-Lee, w których uwzględnia się wspólny trend demograficzny grupy DTW1 (należą do niej: Szwecja, Dania, Austria, Holandia, Irlandia, Stany Zjednoczone);
- Finlandii – z wykorzystaniem modeli Li-Lee, w których uwzględnia się wspólny trend demograficzny grupy DTW2 (należą do niej Belgia, Niemcy, Francja, Finlandia, Wielka Brytania, Austria, Kanada);
- Norwegii – z wykorzystaniem modeli Li-Lee, w których uwzględnia się wspólny trend demograficzny grupy DTW3 (należą do niej Norwegię i Szwajcarię).

Również w tym przypadku odpowiednie modele są oszacowane na podstawie danych z lat 1960-2010, osobno uwzględniających wiek $x_i = 0, \dots, 90$ oraz wiek $x_i = 65, \dots, 90$. Oznaczamy je odpowiednio Li-Lee_DTW_e0 oraz Li-Lee_DTW_e65. Odpowiednie wyniki przedstawiamy w tabelach 5.19 i 5.20. Kolor, w jakim są prezentowane wyniki dla danego kraju, odpowiada kolorowi grupy, do której on należy, ustalonym w podrozdziale 4.2.1.2 (*Podział autorski wykorzystujący analizę skupień z miarą podobieństwa DTW*). Wyniki dla pozostałych krajów zamieszczamy w załączniku nr 1.

	Kraj	Li-Lee_e0 Mężczyźni				Li-Lee_e65 mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	79,57	78,92	76,75	77,24	18,05	17,79	17,03	16,85
	prognoza	79,70	79,08	76,96	77,41	18,19	17,92	17,25	16,99
	max 0.8	79,83	79,21	77,21	77,59	18,34	18,05	17,45	17,12
	błąd prognozy	0,10	-0,08	0,23	0,29	0,18	0,13	0,32	0,27
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	79,61	78,96	76,71	77,35	18,06	17,79	16,97	16,95
	prognoza	79,80	79,16	77,04	77,60	18,25	17,97	17,28	17,12
	max 0.8	79,98	79,38	77,36	77,83	18,43	18,15	17,60	17,30
	błąd prognozy	0,07	0,26	0,47	0,47	0,18	0,27	0,35	0,32
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	79,68	78,99	76,78	77,49	18,06	17,84	16,97	17,02
	prognoza	79,91	79,25	77,16	77,77	18,31	18,05	17,31	17,23
	max 0.8	80,13	79,49	77,54	78,06	18,51	18,25	17,63	17,43
	błąd prognozy	0,19	0,41	0,70	0,50	0,37	0,35	0,52	0,38
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	79,73	79,04	76,80	77,63	18,10	17,89	16,98	17,12
	prognoza	80,01	79,33	77,24	77,93	18,36	18,13	17,37	17,35
	max 0.8	80,27	79,59	77,66	78,25	18,58	18,34	17,76	17,60
	błąd prognozy	0,34	0,70	0,94	0,64	0,50	0,53	0,61	0,60
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	79,82	79,12	76,90	77,75	18,13	17,94	16,98	17,20
	prognoza	80,11	79,44	77,34	78,08	18,42	18,20	17,41	17,45
	max 0.8	80,40	79,73	77,79	78,41	18,68	18,45	17,83	17,72
	błąd prognozy	0,21	0,92	1,20	0,69	0,43	0,61	0,69	0,49

2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	79,92	79,18	76,94	77,86	18,20	17,95	16,99	17,27
	prognoza	80,22	79,53	77,44	78,23	18,50	18,26	17,45	17,55
	max 0.8	80,51	79,82	77,93	78,56	18,79	18,52	17,92	17,82
	błąd prognozy	0,35	1,08	1,00	0,72	0,51	0,80	0,60	0,56
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	80,02	79,29	76,96	78,00	18,27	18,04	17,02	17,35
	prognoza	80,34	79,64	77,54	78,38	18,58	18,34	17,51	17,64
	max 0.8	80,66	79,97	78,05	78,71	18,88	18,64	17,98	17,95
	błąd prognozy	0,39	1,28	1,18	0,72	0,56	0,85	0,74	0,50
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	80,07	79,37	77,12	78,13	18,28	18,11	17,07	17,42
	prognoza	80,43	79,75	77,67	78,52	18,63	18,42	17,57	17,73
	max 0.8	80,75	80,09	78,26	78,88	18,94	18,72	18,08	18,06
	błąd prognozy	0,36	1,26	1,24	0,50	0,51	0,91	0,80	0,29

Tabela 5.17 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 kobiety				Li-Lee_e65 Kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	83,11	82,99	83,04	80,97	20,80	20,76	20,89	19,46
	prognoza	83,27	83,16	83,21	81,17	20,93	20,91	21,02	19,61
	max 0.8	83,42	83,33	83,38	81,34	21,06	21,04	21,18	19,75
	błąd prognozy	0,40	0,28	0,33	0,66	0,24	0,29	0,36	0,41
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	83,20	83,08	83,05	81,07	20,88	20,81	20,91	19,57
	prognoza	83,41	83,30	83,30	81,35	21,05	21,00	21,11	19,76
	max 0.8	83,62	83,49	83,54	81,62	21,24	21,19	21,31	19,96
	błąd prognozy	0,12	0,12	0,11	0,69	-0,04	-0,03	0,18	0,37
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	83,32	83,15	83,12	81,20	20,94	20,87	20,95	19,64
	prognoza	83,56	83,43	83,41	81,53	21,16	21,09	21,19	19,89
	max 0.8	83,82	83,68	83,71	81,84	21,37	21,31	21,42	20,14
	błąd prognozy	0,16	0,18	0,41	0,78	0,04	0,15	0,30	0,44
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	83,39	83,23	83,15	81,32	21,00	20,96	21,01	19,76
	prognoza	83,69	83,54	83,50	81,69	21,26	21,20	21,28	20,03
	max 0.8	84,00	83,82	83,82	82,05	21,51	21,42	21,55	20,30
	błąd prognozy	0,36	0,56	0,37	0,98	0,21	0,34	0,17	0,61
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	83,49	83,37	83,23	81,43	21,08	21,05	21,06	19,88
	prognoza	83,83	83,67	83,59	81,87	21,35	21,30	21,36	20,16
	max 0.8	84,17	84,01	83,96	82,23	21,62	21,56	21,67	20,48
	błąd prognozy	0,19	0,47	0,56	0,82	0,05	0,23	0,23	0,47
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	83,61	83,46	83,25	81,58	21,16	21,11	21,11	19,97
	prognoza	83,96	83,81	83,67	82,02	21,46	21,39	21,45	20,29
	max 0.8	84,27	84,14	84,06	82,41	21,73	21,67	21,78	20,63
	błąd prognozy	0,12	0,36	0,45	0,77	0,01	0,19	0,15	0,43
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	83,73	83,59	83,32	81,72	21,22	21,19	21,19	20,08
	prognoza	84,10	83,94	83,77	82,18	21,56	21,50	21,53	20,42
	max 0.8	84,48	84,28	84,18	82,61	21,85	21,79	21,86	20,77
	błąd prognozy	0,02	0,34	0,45	0,94	-0,11	0,08	0,25	0,41

2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	83,84	83,70	83,41	81,87	21,30	21,27	21,26	20,18
	prognoza	84,25	84,07	83,88	82,32	21,65	21,60	21,61	20,53
	max 0.8	84,62	84,43	84,35	82,81	21,97	21,91	21,98	20,91
	błąd prognozy	0,01	0,43	0,43	0,64	-0,09	0,16	0,24	0,16

Tabela 5.18 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

Biorąc pod uwagę wyniki przedstawione w tabelach 5.17 i 5.18, które uzyskujemy w wyniku zastosowania modeli Li-Lee dla grup państw ustalonych na podstawie podziału literaturowego, możemy stwierdzić, że:

- Zastosowanie wielopopulacyjnych modeli Li-Lee_e0, pozwala na uzyskanie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego zbliżonych do wartości rzeczywistych. W tym przypadku, maksymalną wartość ich niedoszacowania obserwujemy dla Norwegii i wynosi ona 1,28 roku. Natomiast w całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz dla Szwecji wynosi 0,252 roku; Norwegii: 0,730 roku; Finlandii: 0,870 roku oraz dla Danii: 0,568 roku (zob. tab. 5.25). Zatem prognozy są niedoszacowane na poziomie nieprzekraczającym kilku miesięcy, co stanowi bardzo dobry wynik.
- Równie niewielki poziom niedoszacowania prognoz, wyznaczonych za pomocą modeli Li-Lee, otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów skandynawskich. Średnie niedoszacowanie prognoz dla Szwecji, Norwegii i Fundlandii wynosi odpowiednio 0,173 roku, 0,342 roku oraz 0,388 roku. Natomiast dla grupy wiekowej e0 kobiet w Danii, średni wynik niedoszacowania obliczonych prognoz wynosi 0,785 roku (zob. tab. 5.25).
- Dla grupy wiekowej e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz kształtują się na relatywnie niskim poziomie, zarówno dla populacji mężczyzn jak i kobiet krajów modelu skandynawskiego. Średni poziom niedoszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi 0,404 roku dla Szwecji; 0,557 roku dla Norwegii; 0,577 roku dla Finlandii oraz 0,427 roku dla Danii. Natomiast dla kobiet wartości te kształtują się na poziomie 0,039 roku dla Szwecji; 0,178 roku dla Norwegii; 0,235 roku dla Finlandii oraz 0,415 roku dla Danii (zob. tab. 5.26).

Z kolei, na podstawie przedstawionych wyników w tabelach 5.19 i 5.20, które otrzymujemy w wyniku zastosowania modeli Li-Lee, oszacowanych dla grup państw, otrzymanych poprzez podział metodą PAM-DTW. W przypadku tej analizowanej grupy krajów w odniesieniu do obu płci i obu grup wiekowych, w większości przypadków otrzymujemy niewielkie niedoszacowanie prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.

		Li-Lee_DTW_e0 mężczyźni				Li-Lee_DTW_e65 mężczyźni			
Kraj		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	79,24	78,95	76,72	76,85	18,07	17,82	17,12	16,86
	prognoza	79,36	79,12	76,89	77,02	18,17	17,96	17,36	16,99
	max 0.8	79,49	79,29	77,05	77,19	18,27	18,11	17,58	17,12
	błąd prognozy	0,44	-0,12	0,30	0,68	0,20	0,09	0,21	0,27
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	79,30	79,04	76,83	76,95	18,10	17,86	17,19	16,97
	prognoza	79,47	79,27	77,07	77,18	18,24	18,05	17,47	17,13
	max 0.8	79,63	79,51	77,28	77,39	18,38	18,26	17,73	17,28
	błąd prognozy	0,40	0,15	0,44	0,89	0,19	0,19	0,16	0,31
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	79,38	79,13	76,98	77,07	18,15	17,93	17,28	17,08
	prognoza	79,57	79,42	77,26	77,32	18,31	18,15	17,59	17,27
	max 0.8	79,78	79,71	77,52	77,58	18,48	18,40	17,90	17,44
	błąd prognozy	0,53	0,24	0,60	0,95	0,37	0,25	0,24	0,34
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	79,43	79,24	77,14	77,18	18,21	17,98	17,36	17,17
	prognoza	79,68	79,57	77,42	77,46	18,38	18,25	17,67	17,39
	max 0.8	79,91	79,89	77,72	77,73	18,57	18,51	18,01	17,58
	błąd prognozy	0,67	0,46	0,76	1,11	0,48	0,41	0,31	0,56
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	79,53	79,37	77,27	77,30	18,26	18,06	17,46	17,27
	prognoza	79,79	79,71	77,60	77,60	18,47	18,36	17,80	17,49
	max 0.8	80,02	80,08	77,92	77,92	18,67	18,64	18,11	17,69
	błąd prognozy	0,53	0,65	0,94	1,17	0,38	0,45	0,30	0,45
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	79,62	79,47	77,42	77,42	18,32	18,13	17,52	17,35
	prognoza	79,88	79,87	77,76	77,75	18,53	18,44	17,91	17,59
	max 0.8	80,16	80,25	78,11	78,07	18,75	18,74	18,24	17,82
	błąd prognozy	0,69	0,74	0,68	1,20	0,48	0,62	0,14	0,52
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	79,69	79,61	77,56	77,54	18,39	18,19	17,61	17,44
	prognoza	79,98	80,01	77,95	77,89	18,62	18,54	17,99	17,68
	max 0.8	80,27	80,43	78,33	78,22	18,84	18,85	18,37	17,94
	błąd prognozy	0,75	0,91	0,77	1,21	0,52	0,65	0,26	0,46
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	79,79	79,72	77,70	77,68	18,46	18,28	17,68	17,51
	prognoza	80,09	80,15	78,13	78,03	18,71	18,64	18,08	17,78
	max 0.8	80,41	80,57	78,49	78,36	18,93	18,97	18,50	18,04
	błąd prognozy	0,70	0,86	0,78	0,99	0,43	0,69	0,29	0,24

Tabela 5.19 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

		Li-Lee_DTW_e0 kobiety				Li-Lee_DTW_e65 kobiety			
Kraj		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	83,09	82,92	83,22	81,00	20,71	20,81	20,82	19,46
	prognoza	83,23	83,09	83,42	81,12	20,83	20,96	21,00	19,58
	max 0.8	83,23	83,09	83,42	81,12	20,97	21,10	21,16	19,67
	błąd prognozy	0,44	0,35	0,12	0,71	0,34	0,24	0,38	0,44
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	83,09	83,00	83,26	81,06	20,69	20,89	20,82	19,51
	prognoza	83,30	83,24	83,53	81,24	20,86	21,10	21,05	19,65
	max 0.8	83,30	83,24	83,53	81,24	21,04	21,30	21,27	19,80
	błąd prognozy	0,23	0,18	-0,12	0,80	0,15	-0,13	0,24	0,48

2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	83,13	83,10	83,34	81,13	20,67	20,97	20,86	19,56
	prognoza	83,35	83,40	83,64	81,34	20,88	21,23	21,12	19,75
	max 0.8	83,35	83,40	83,64	81,34	21,08	21,46	21,38	19,92
	błąd prognozy	0,37	0,21	0,18	0,97	0,32	0,01	0,37	0,58
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	83,13	83,23	83,40	81,20	20,69	21,07	20,88	19,61
	prognoza	83,41	83,54	83,75	81,45	20,92	21,34	21,17	19,83
	max 0.8	83,41	83,54	83,75	81,45	21,14	21,62	21,47	20,02
	błąd prognozy	0,64	0,56	0,12	1,22	0,55	0,20	0,28	0,81
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	83,18	83,34	83,49	81,27	20,71	21,17	20,94	19,68
	prognoza	83,48	83,68	83,84	81,56	20,96	21,48	21,25	19,90
	max 0.8	83,48	83,68	83,84	81,56	21,20	21,75	21,55	20,11
	błąd prognozy	0,54	0,46	0,31	1,13	0,44	0,05	0,34	0,73
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	83,22	83,47	83,57	81,37	20,75	21,28	20,97	19,72
	prognoza	83,54	83,82	83,98	81,68	21,01	21,58	21,32	19,97
	max 0.8	83,54	83,82	83,98	81,68	21,25	21,89	21,64	20,21
	błąd prognozy	0,54	0,35	0,14	1,11	0,46	0,00	0,28	0,75
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	83,31	83,58	83,67	81,46	20,78	21,38	21,04	19,80
	prognoza	83,61	83,96	84,10	81,78	21,08	21,70	21,39	20,04
	max 0.8	83,61	83,96	84,10	81,78	21,33	22,06	21,74	20,31
	błąd prognozy	0,51	0,32	0,12	1,34	0,37	-0,12	0,39	0,79
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	83,38	83,68	83,75	81,52	20,85	21,48	21,10	19,84
	prognoza	83,70	84,10	84,21	81,89	21,12	21,83	21,48	20,12
	max 0.8	83,70	84,10	84,21	81,89	21,43	22,18	21,84	20,40
	błąd prognozy	0,56	0,40	0,10	1,07	0,44	-0,07	0,37	0,57

Tabela 5.20 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

W oparciu o dane przedstawione w tabelach 5.19 i 5.20 uwzględniające prognozy bazujące na podziale z wykorzystaniem metody PAM-DTW wyciągamy szereg wniosków.

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Li-Lee_DTW_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego zbliżonych do wartości rzeczywistych. W tym przypadku, maksymalną wartość ich niedoszacowania obserwujemy dla Danii i wynosi ona 1,24 roku. Natomiast w przypadku Norwegii mamy do czynienia z przeszacowaniem prognoz wielkości 0,12 roku. W całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz dla Szwecji wynosi 0,588 roku; Norwegii: 0,486 roku; Finlandii: 0,659 roku oraz dla Danii: 1,023 roku (zob. tab. 5.25). Zatem z wyjątkiem Danii prognozy są niedoszacowane na poziomie nieprzekraczającym kilku miesięcy.
- Nieznacznie niższy poziom niedoszacowania prognoz, wyznaczonych za pomocą modeli Li-Lee_DTW_e0, otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów skandynawskich. Średni poziom niedoszacowania prognoz w ich przypadku w odniesieniu do populacji Szwecji, Norwegii i Finlandii i wynosi odpowiednio 0,480 roku, 0,353 roku oraz

0,121 roku. Natomiast dla żeńskiej populacji Danii, średni wynik niedoszacowania obliczonych prognoz wynosi 1,043 roku (zob. tab. 5.25).

- Dla grupy wiekowej e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz kształtują się na relatywnie niskim poziomie, zarówno dla populacji mężczyzn jak i kobiet krajów modelu skandynawskiego. Średni poziom niedoszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi 0,382 roku dla Szwecji; 0,419 roku dla Norwegii; 0,238 roku dla Finlandii oraz 0,395 roku dla Danii. Natomiast dla kobiet wartości te kształtują się na poziomie 0,384 roku dla Szwecji; 0,022 roku dla Norwegii; 0,328 roku dla Finlandii oraz 0,644 roku dla Danii (zob. tab. 5.26).

Model Boonen-Li

Poniżej prezentujemy wyniki analizy ODDTŻ, uzyskane z wykorzystaniem wielopopulacyjnego stochastycznego modelu umieralności, którego założenia koncepcyjne pochodzą od Boonena i Li. Analiza, którą prowadzimy, opiera się na opracowanej przez nas autorskiej procedurze obliczeniowej, w toku której wyznaczamy poszczególne parametry modelu, bazując na danych demograficznych dla grupy krajów oraz PKB. Analogicznie, jak w przypadku modelu Li-Lee, wyznaczamy prognozy ODDTŻ za pomocą oszacowanych modeli Boonen-Li, z uwzględnieniem grup krajów wyłonionych w wyniku podziału literaturowego (tab. 4.2) oraz za pomocą metody PAM-DTW (tab. 4.2). Oszacowane modele bazujące na podziale literaturowym, zgodnie z konwencją oznaczamy Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65, natomiast bazujące na metodzie PAM-DTW oznaczamy Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65. Szczegółowe wyniki przedstawiamy tylko dla krajów modelu skandynawskiego w tabelach 5.21 – 5.24.

	Kraj	Boonen-Li_e0 mężczyźni				Boonen-Li_e65 Mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	80,17	79,92	76,11	78,86	17,92	18,08	16,18	17,35
	prognoza	80,39	80,14	76,38	79,07	19,17	19,27	17,49	18,63
	max 0.8	80,41	80,18	76,45	79,13	19,69	19,78	18,07	19,15
	błąd prognozy	-0,59	-1,14	0,81	-1,37	-0,80	-1,22	0,08	-1,37
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	80,41	80,18	76,21	79,14	17,98	18,17	16,19	17,49
	prognoza	80,64	80,42	76,51	79,39	19,38	19,49	17,68	18,89
	max 0.8	80,67	80,46	76,58	79,43	19,95	20,07	18,31	19,48
	błąd prognozy	-0,77	-1,00	1,00	-1,32	-0,95	-1,25	-0,05	-1,45
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	80,67	80,43	76,33	79,47	17,98	18,27	16,18	17,62
	prognoza	80,92	80,70	76,65	79,74	19,52	19,72	17,80	19,16
	max 0.8	80,95	80,74	76,73	79,79	20,13	20,34	18,50	19,80
	błąd prognozy	-0,82	-1,04	1,21	-1,47	-0,84	-1,32	0,03	-1,55

2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	80,91	80,68	76,43	79,78	18,14	18,37	16,32	17,75
	prognoza	81,19	80,97	76,78	80,08	19,81	19,94	18,06	19,42
	max 0.8	81,22	81,02	76,87	80,13	20,47	20,62	18,82	20,11
	błąd prognozy	-0,84	-0,94	1,40	-1,51	-0,95	-1,28	-0,08	-1,47
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	81,15	80,92	76,53	80,09	18,13	18,46	16,25	17,88
	prognoza	81,46	81,23	76,91	80,41	19,94	20,17	18,17	19,68
	max 0.8	81,49	81,28	77,00	80,47	20,64	20,89	18,99	20,42
	błąd prognozy	-1,14	-0,87	1,63	-1,64	-1,09	-1,36	-0,07	-1,74
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	81,39	81,16	76,64	80,40	18,25	18,56	16,35	18,01
	prognoza	81,72	81,49	77,05	80,74	20,20	20,39	18,40	19,94
	max 0.8	81,75	81,55	77,13	80,79	20,95	21,16	19,28	20,73
	błąd prognozy	-1,15	-0,88	1,39	-1,79	-1,19	-1,33	-0,35	-1,83
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	81,63	81,39	76,75	80,69	18,29	18,65	16,39	18,13
	prognoza	81,97	81,75	77,18	81,06	20,37	20,62	18,56	20,20
	max 0.8	82,01	81,81	77,28	81,12	21,16	21,43	19,49	21,02
	błąd prognozy	-1,24	-0,83	1,54	-1,96	-1,23	-1,43	-0,31	-2,06
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	81,86	81,63	76,87	80,98	18,37	18,75	16,40	18,27
	prognoza	82,23	82,01	77,32	81,38	20,58	20,84	18,75	20,46
	max 0.8	82,26	82,07	77,42	81,44	21,41	21,69	19,73	21,31
	błąd prognozy	-1,44	-1,00	1,59	-2,36	-1,44	-1,51	-0,38	-2,44

Tabela 5.21 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 kobiety				Boonen-Li_e65 kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	84,15	84,38	83,01	82,78	21,82	21,99	20,84	21,13
	prognoza	84,17	84,40	83,04	82,80	21,87	22,05	21,02	21,18
	max 0.8	84,18	84,41	83,08	82,82	22,12	22,29	21,15	21,46
	błąd prognozy	-0,50	-0,96	0,50	-0,97	-0,70	-0,85	0,36	-1,16
2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	84,26	84,39	83,08	82,88	21,92	22,01	20,94	21,26
	prognoza	84,27	84,40	83,11	82,89	21,96	22,06	21,05	21,30
	max 0.8	84,28	84,41	83,13	82,91	22,12	22,21	21,15	21,47
	błąd prognozy	-0,74	-0,98	0,30	-0,85	-0,95	-1,09	0,24	-1,17
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	84,38	84,45	83,16	82,96	22,03	22,07	21,02	21,36
	prognoza	84,39	84,45	83,19	82,97	22,06	22,10	21,11	21,40
	max 0.8	84,40	84,46	83,22	82,99	22,17	22,20	21,16	21,51
	błąd prognozy	-0,67	-0,84	0,63	-0,66	-0,86	-0,86	0,38	-1,07
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	84,51	84,53	83,26	83,07	22,14	22,14	21,12	21,47
	prognoza	84,52	84,53	83,28	83,08	22,17	22,17	21,17	21,50
	max 0.8	84,52	84,54	83,31	83,09	22,24	22,23	21,21	21,57
	błąd prognozy	-0,47	-0,43	0,59	-0,41	-0,70	-0,63	0,28	-0,86
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	84,64	84,63	83,36	83,18	22,26	22,23	21,22	21,57
	prognoza	84,65	84,63	83,39	83,19	22,28	22,26	21,25	21,60
	max 0.8	84,66	84,64	83,42	83,20	22,32	22,29	21,29	21,64
	błąd prognozy	-0,63	-0,49	0,76	-0,50	-0,88	-0,73	0,34	-0,97
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	84,78	84,74	83,48	83,30	22,38	22,33	21,30	21,67
	prognoza	84,79	84,74	83,51	83,31	22,39	22,35	21,34	21,70
	max 0.8	84,79	84,75	83,53	83,32	22,42	22,37	21,38	21,73
	błąd prognozy	-0,71	-0,57	0,61	-0,52	-0,92	-0,77	0,26	-0,98

2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	84,92	84,86	83,60	83,42	22,49	22,43	21,41	21,77
	prognoza	84,92	84,87	83,63	83,43	22,51	22,45	21,43	21,80
	max 0.8	84,93	84,87	83,66	83,44	22,52	22,46	21,47	21,82
	błąd prognozy	-0,80	-0,59	0,59	-0,31	-1,06	-0,87	0,35	-0,97
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	85,06	84,99	83,72	83,56	22,60	22,53	21,51	21,88
	prognoza	85,06	84,99	83,76	83,57	22,62	22,55	21,53	21,90
	max 0.8	85,07	85,00	83,79	83,57	22,63	22,56	21,56	21,92
	błąd prognozy	-0,80	-0,49	0,55	-0,61	-1,06	-0,79	0,32	-1,21

Tabela 5.22 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy

Tabele 5.21 i 5.22 zawierają wyniki, odpowiednio, dla mężczyzn i kobiet, otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65.

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Boonen-Li_DTW_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego w większości przypadków przeszacowanych. Maksymalną wartość ich przeszacowania obserwujemy dla Danii i wynosi ona 2,36 roku. Natomiast w przypadku Norwegii mamy do czynienia z kolejnym ekstremum w postaci niedoszacowania prognoz na poziomie 1,63 roku. W całym analizowanym okresie, średni poziom przeszacowania prognoz dla Szwecji wynosi 0,999 roku; Norwegii: 0,963 roku; Danii: 1,678 roku, natomiast dla Finlandii są one niedoszacowane o 1,322 roku (zob. tab. 5.25). Zatem z wyjątkiem Finlandii prognozy są przeszacowane na poziomie kilkunastu miesięcy.
- Przeszacowanie prognoz dla kobiet z grupy wiekowej e0 w odniesieniu do populacji Szwecji, Norwegii i Danii wynosi odpowiednio 0,664 roku, 0,671 roku oraz 0,603 roku. Natomiast dla Finlandii, średnie niedoszacowanie wynosi 0,567 roku (zob. tab. 5.25).
- Dla grupy wiekowej e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz dla mężczyzn kształtują się na poziomie przekraczającym 12 miesięcy. Średni poziom przeszacowania prognoz wynosi odpowiednio 1,061 roku dla Szwecji, 1,337 roku dla Norwegii, 1,741 roku dla Danii. Wyjątek stanowi męska populacja Finlandii, gdzie przeszacowanie wynosi 0,141 roku (zob. tab. 5.26). Natomiast dla populacji kobiet średni poziom przeszacowania prognoz wynosi 0,891 roku dla Szwecji; 0,823 roku dla Norwegii; 1,050 roku dla Danii. W przypadku Finlandii występuje niedoszacowanie wysokości 0,316 roku (zob. tab. 5.26).

Zwracamy uwagę na fakt, że w większości analizowanych przypadków prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li w obrębie grup państw określonych na podstawie przeglądu literatury obserwujemy ich przeszacowanie. Taka sytuacja pozwala znacząco ograniczyć występowanie ryzyka długowieczności wynikające z niedoszacowania prognoz ODDTŻ.

W tabelach 5.23 oraz 5.24 przedstawiamy wyniki prognoz ODDTŻ dla kobiet i mężczyzn, wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li_DTW_e0 oraz Boonen-Li_DTW_e65 stosujemy oznaczenie kolorystyczne, grup krajów, wyznaczonych metodą PAM-DTW.

	Kraj	Boonen-Li_DTW_e0 mężczyźni				Boonen-Li_DTW_e65 mężczyźni			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	79,80	79,00	77,19	77,70	18,37	18,05	17,57	17,26
	min 0.8	78,85	78,27	73,90	77,19	17,50	18,94	16,09	17,44
	prognoza	79,07	78,49	74,17	77,40	17,83	19,27	16,68	17,79
	max 0.8	79,09	78,53	74,24	77,46	18,86	19,80	18,04	18,84
	błąd prognozy	0,73	0,51	3,02	0,30	0,54	-1,22	0,89	-0,53
2012	rzeczywiste	79,87	79,42	77,51	78,07	18,43	18,24	17,63	17,44
	min 0.8	78,98	78,41	74,06	77,32	17,60	19,08	15,94	17,56
	prognoza	79,22	78,65	74,36	77,57	17,93	19,36	16,65	17,91
	max 0.8	79,24	78,69	74,43	77,61	18,94	20,01	18,25	18,93
	błąd prognozy	0,65	0,77	3,15	0,50	0,50	-1,12	0,98	-0,47
2013	rzeczywiste	80,10	79,66	77,86	78,27	18,68	18,40	17,83	17,61
	min 0.8	79,11	78,54	74,22	77,47	17,74	19,10	15,94	17,69
	prognoza	79,37	78,81	74,53	77,74	18,04	19,44	16,71	18,02
	max 0.8	79,40	78,86	74,62	77,79	19,00	20,12	18,43	18,99
	błąd prognozy	0,73	0,85	3,33	0,53	0,64	-1,04	1,12	-0,41
2014	rzeczywiste	80,35	80,03	78,18	78,57	18,86	18,66	17,98	17,95
	min 0.8	79,24	78,68	74,37	77,61	17,88	19,17	15,94	17,85
	prognoza	79,52	78,97	74,72	77,90	18,17	19,53	16,76	18,14
	max 0.8	79,55	79,01	74,81	77,95	19,04	20,24	18,61	19,04
	błąd prognozy	0,83	1,06	3,46	0,67	0,69	-0,87	1,22	-0,19
2015	rzeczywiste	80,32	80,36	78,54	78,77	18,85	18,81	18,10	17,94
	min 0.8	79,37	78,81	74,53	77,75	18,05	19,28	15,91	18,01
	prognoza	79,67	79,12	74,91	78,07	18,30	19,62	16,81	18,28
	max 0.8	79,70	79,17	74,99	78,12	19,08	20,40	18,81	19,07
	błąd prognozy	0,65	1,24	3,63	0,70	0,55	-0,81	1,29	-0,34
2016	rzeczywiste	80,57	80,61	78,44	78,95	19,01	19,06	18,05	18,11
	min 0.8	79,49	78,94	74,68	77,89	18,22	19,32	15,89	18,19
	prognoza	79,82	79,28	75,09	78,23	18,44	19,70	16,86	18,41
	max 0.8	79,85	79,33	75,18	78,29	19,10	20,53	19,01	19,10
	błąd prognozy	0,75	1,33	3,35	0,72	0,57	-0,64	1,19	-0,30
2017	rzeczywiste	80,73	80,92	78,72	79,10	19,14	19,19	18,25	18,14
	min 0.8	79,62	79,07	74,84	78,03	18,41	19,39	15,89	18,37
	prognoza	79,97	79,43	75,27	78,40	18,58	19,79	16,91	18,56
	max 0.8	80,00	79,49	75,36	78,45	19,11	20,64	19,19	19,11
	błąd prognozy	0,76	1,49	3,45	0,70	0,56	-0,60	1,34	-0,42
2018	rzeczywiste	80,79	81,01	78,91	79,02	19,14	19,33	18,37	18,02
	min 0.8	79,74	79,20	75,00	78,16	18,60	19,48	15,86	18,56
	prognoza	80,11	79,58	75,45	78,56	18,72	19,88	16,96	18,71
	max 0.8	80,15	79,65	75,55	78,62	19,12	20,79	19,38	19,12
	błąd prognozy	0,68	1,43	3,46	0,46	0,42	-0,55	1,41	-0,69

Tabela 5.23 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_DTW_e0 kobiety				Boonen-Li_DTW_e65 kobiety			
		SWE	NOR	FIN	DNK	SWE	NOR	FIN	DNK
2011	rzeczywiste	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	84,22	84,12	81,35	82,53	20,18	23,28	20,18	20,06
	prognoza	84,24	84,14	81,39	82,55	20,51	23,34	21,12	20,26
	max 0.8	84,25	84,15	81,42	82,57	20,98	23,56	21,57	20,45
	błąd prognozy	-0,57	-0,70	2,15	-0,72	0,66	-2,14	0,26	-0,24

2012	rzeczywiste	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	84,38	84,28	81,50	82,71	20,28	23,44	20,13	20,18
	prognoza	84,39	84,29	81,53	82,72	20,58	23,49	21,29	20,36
	max 0.8	84,40	84,30	81,55	82,73	21,08	23,67	21,83	20,54
	błąd prognozy	-0,86	-0,87	1,88	-0,68	0,43	-2,52	0,00	-0,23
2013	rzeczywiste	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	84,54	84,44	81,68	82,87	20,38	23,60	20,14	20,28
	prognoza	84,54	84,44	81,71	82,88	20,66	23,63	21,41	20,44
	max 0.8	84,55	84,45	81,74	82,90	21,18	23,78	22,00	20,60
	błąd prognozy	-0,82	-0,83	2,11	-0,57	0,54	-2,39	0,08	-0,11
2014	rzeczywiste	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	84,69	84,59	81,84	83,04	20,48	23,74	20,18	20,38
	prognoza	84,69	84,60	81,87	83,05	20,73	23,78	21,54	20,53
	max 0.8	84,70	84,60	81,90	83,06	21,28	23,89	22,17	20,67
	błąd prognozy	-0,64	-0,50	2,00	-0,38	0,74	-2,24	-0,09	0,11
2015	rzeczywiste	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	84,84	84,74	82,01	83,21	20,58	23,88	20,17	20,48
	prognoza	84,84	84,75	82,04	83,22	20,79	23,92	21,68	20,62
	max 0.8	84,85	84,75	82,06	83,22	21,38	24,01	22,37	20,74
	błąd prognozy	-0,82	-0,61	2,11	-0,53	0,61	-2,39	-0,09	0,01
2016	rzeczywiste	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	84,99	84,89	82,17	83,37	20,67	24,02	20,19	20,58
	prognoza	84,99	84,90	82,20	83,38	20,87	24,05	21,81	20,70
	max 0.8	85,00	84,90	82,23	83,39	21,47	24,13	22,55	20,82
	błąd prognozy	-0,91	-0,73	1,92	-0,59	0,60	-2,47	-0,21	0,02
2017	rzeczywiste	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	85,14	85,05	82,34	83,53	20,76	24,16	20,21	20,68
	prognoza	85,14	85,05	82,37	83,54	20,94	24,19	21,94	20,79
	max 0.8	85,15	85,06	82,40	83,55	21,56	24,25	22,73	20,89
	błąd prognozy	-1,02	-0,77	1,85	-0,42	0,51	-2,61	-0,16	0,04
2018	rzeczywiste	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	85,29	85,20	82,50	83,70	20,86	24,29	20,22	20,77
	prognoza	85,29	85,20	82,53	83,71	21,02	24,32	22,07	20,87
	max 0.8	85,30	85,20	82,56	83,71	21,65	24,37	22,91	20,97
	błąd prognozy	-1,03	-0,70	1,78	-0,75	0,54	-2,56	-0,22	-0,18

Tabela 5.24 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

Zastosowanie do wyznaczenia prognoz ODDTŻ modelu Boonen-Li opartego o grupowanie metodą PAM-DTW zaowocowało wyciągnięciem opisanych poniżej wniosków.

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Boonen-Li_DTW_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego zbliżonych do wartości rzeczywistych. Na podstawie wartości przedstawionych w tabeli 5.25 zauważamy, że wyjątek stanowi męska populacja Finlandii, gdzie średnie niedoszacowanie przekracza okres 3 lat. Z tych samych danych wynika, że w całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz dla Szwecji wynosi 0,723 roku; Norwegii: 1,086 roku oraz dla Danii: 0,573 roku. Zatem z wyjątkiem Finlandii prognozy są niedoszacowane na poziomie od kilku do kilkunastu miesięcy.
- W odniesieniu do prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li_DTW_e0 jakie otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów skandynawskich zauważamy, że są one w większości przypadków przeszacowane. Wyjątek stanowi populacja Finlandii, gdzie są one niedoszacowane średnio o 1,977 roku. Przeszacowanie prognoz w odniesieniu do

populacji Szwecji, Norwegii i Danii wynosi odpowiednio 0,837 roku, 0,713 roku oraz 0,580 roku (zob. tab. 5.25).

- Dla grupy wiekowej e65, średni poziom niedoszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi dla Szwecji 0,558 roku dla Finlandii 1,181 (zob. tab. 5.26). roku. Jednocześnie dla Norwegii i Danii występuje przeszacowanie prognoz na poziomie odpowiednio 0,855 roku i 0,417 roku. Natomiast dla kobiet z grupy wiekowej e65 średnie wartości przeszacowanie prognoz kształtują się na poziomie 2,414 roku dla Norwegii; 0,052 roku dla Finlandii; 0,074 roku dla Danii. W przypadku Szwecji występuje niedoszacowanie na średnim poziomie 0,578 roku (zob. tab. 5.25).

Analiza błędów ex post

Przeprowadzoną dotychczas analizę błędów wzbogacamy o rezultaty badań jakie przeprowadzamy dla pozostałych wysokorozwiniętych państw członkowskich OECD, które zaliczamy do następujących modeli państwa opiekuńczego: liberalnego, konserwatywnego, południowego oraz krajów Beneluksu. Wyniki błędów prognoz ex-post otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli e0 i e65 oraz jednopopulacyjnego modelu Lee-Cartera prezentujemy odpowiednio w tabelach 5.25 oraz 5.26.

e0	Błąd ME mężczyźni					Błąd ME kobiety					Błąd MAPE mężczyźni					Błąd MAPE kobiety				
	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW
Model Skandynawski																				
SWE	0,491	0,252	-0,999	0,588	0,723	-0,166	0,173	-0,664	0,480	-0,837	0,611	0,313	1,242	0,732	0,901	0,214	0,206	0,791	0,571	0,997
NOR	1,409	0,730	-0,963	0,486	1,086	0,046	0,342	-0,671	0,353	-0,713	1,754	0,931	1,202	0,640	1,352	0,160	0,407	0,800	0,420	0,849
FIN	0,601	0,870	1,322	0,659	3,357	0,160	0,388	0,567	0,121	1,977	0,768	1,109	1,689	0,841	4,294	0,210	0,462	0,676	0,181	2,356
DNK	1,279	0,568	-1,678	1,023	0,573	0,576	0,785	-0,603	1,043	-0,580	1,626	0,722	2,134	1,301	0,729	0,696	0,950	0,732	1,263	0,703
Model Liberalny																				
AUS	0,199	0,413	1,180	0,332	3,785	-0,318	0,402	1,028	0,337	2,971	0,282	0,512	1,464	0,411	4,699	0,375	0,474	1,214	0,397	3,510
NZL	0,329	0,367	-0,603	0,004	4,865	-0,565	0,364	0,459	-0,391	3,317	0,412	0,478	0,755	0,185	6,103	0,679	0,505	0,629	0,486	3,984
USA	-0,587	-0,794	-0,987	-0,598	-0,682	-0,575	-0,501	-1,253	-0,429	-1,261	0,770	1,041	1,294	0,784	0,894	0,708	0,617	1,543	0,528	1,553
CAN	0,314	0,880	0,042	-0,301	0,920	-0,137	0,148	-0,124	-0,084	0,981	0,429	1,104	0,137	0,377	1,154	0,189	0,199	0,148	0,168	1,169
Model Konserwatywny																				
AUT	0,353	0,279	-0,220	0,177	1,014	0,028	0,176	-0,483	0,266	-0,411	0,448	0,354	0,294	0,231	1,287	0,180	0,211	0,577	0,318	0,491
FRA	0,236	0,312	-0,490	0,315	0,676	-0,657	0,194	-0,693	0,254	-0,579	0,298	0,395	0,620	0,398	0,855	0,771	0,253	0,813	0,298	0,679
CHE	-0,434	0,721	0,005	0,732	0,992	-0,717	0,109	-0,707	0,420	-0,817	0,538	0,889	0,155	0,903	1,225	0,844	0,159	0,832	0,494	0,961
DEU	0,442	-0,020	-0,214	-0,044	0,316	-0,367	-0,232	-0,808	-0,072	-1,089	0,564	0,174	0,373	0,168	0,403	0,441	0,348	0,973	0,273	1,310
Model Południowy																				
ITA	0,250	0,419	-1,025	0,430	2,685	-0,541	-0,210	-1,260	-0,177	2,185	0,328	0,521	1,275	0,535	3,341	0,637	0,286	1,484	0,276	2,574
ESP	0,067	-0,104	-1,791	0,316	1,335	-0,549	0,022	-1,986	0,079	0,558	0,150	0,195	2,239	0,395	1,669	0,642	0,188	2,323	0,198	0,652
PRT	0,479	0,224	-1,363	0,461	5,918	0,387	0,418	-1,924	0,600	1,424	0,614	0,287	1,746	0,591	7,590	0,460	0,497	2,285	0,712	1,691
Państwa Beneluksu																				
NLD	1,375	0,229	-1,418	0,765	1,800	-0,516	-0,008	-0,801	0,365	-0,662	1,725	0,301	1,779	0,960	2,257	0,621	0,184	0,964	0,439	0,796
BEL	0,685	0,099	-0,227	-0,163	2,165	-0,414	0,332	0,229	-0,114	0,783	0,871	0,339	0,295	0,254	2,757	0,497	0,398	0,465	0,211	0,939
Model Liberalny (Europa)																				
GBR	0,472	0,116	-0,447	0,223	1,023	0,322	-0,136	-0,035	-0,137	-0,802	0,597	0,278	0,565	0,350	1,294	0,397	0,284	0,144	0,302	0,968
IRL	1,327	0,547	-1,813	0,956	1,805	0,413	0,720	0,177	0,379	0,614	1,667	0,686	2,279	1,201	2,270	0,495	0,862	0,598	0,454	0,735

Tabela 5.25 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera e0 oraz wielopopulacyjnych modeli e0, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW

e65	Błąd ME mężczyźni					Błąd ME kobiety					Błąd MAPE mężczyźni					Błąd MAPE kobiety				
	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW	LC	LL	BL	LL DTW	BL DTW
Model Skandynawski																				
SWE	0,203	0,404	-1,061	0,382	0,558	-0,228	0,039	-0,891	0,384	0,578	1,073	2,139	5,629	2,022	2,970	1,068	0,456	4,173	1,794	2,707
NOR	0,611	0,557	-1,337	0,419	-0,855	-0,008	0,178	-0,823	0,022	-2,414	3,232	2,944	7,139	2,212	4,600	0,397	0,858	3,848	0,475	11,268
FIN	0,146	0,577	-0,141	0,238	1,181	-0,274	0,235	0,316	0,328	-0,052	0,814	3,200	0,937	1,322	6,561	1,297	1,089	1,465	1,522	0,635
DNK	0,590	0,427	-1,741	0,395	-0,417	0,457	0,415	-1,050	0,644	-0,074	3,295	2,392	9,754	2,209	2,345	2,224	2,023	5,127	3,136	0,585
Model Liberalny																				
AUS	0,052	0,678	-0,393	0,575	2,902	-0,290	0,588	0,708	0,488	1,726	0,440	3,432	1,984	2,912	14,802	1,304	2,623	3,162	2,177	7,734
NZL	-0,099	0,674	-1,685	0,194	0,731	-0,411	0,611	-0,853	-0,168	-2,924	0,724	3,518	8,840	1,064	3,838	1,934	2,857	4,011	1,034	13,709
USA	-0,072	-0,183	-0,782	-0,114	0,123	-0,257	-0,039	-0,860	-0,002	-1,108	0,486	1,011	4,331	0,628	1,146	1,248	0,336	4,177	0,283	5,377
CAN	0,190	0,404	-0,951	0,066	0,852	-0,186	0,498	1,278	0,102	-1,441	0,985	2,094	4,921	0,407	4,423	0,840	2,260	5,800	0,672	6,536
Model Konserwatywny																				
AUT	-0,075	0,159	-0,472	0,044	1,143	-0,213	0,171	-0,583	0,271	-0,191	0,694	0,953	2,602	0,490	6,311	1,131	0,803	2,732	1,269	1,164
FRA	0,056	0,278	-0,511	0,156	1,227	-0,156	0,333	-0,596	0,332	0,516	0,415	1,449	2,669	0,813	6,398	1,019	1,436	2,575	1,434	2,232
CHE	0,130	1,635	-0,278	0,420	0,773	-0,321	1,308	-0,865	0,208	-0,693	0,793	8,415	1,437	2,148	3,971	1,435	5,864	3,875	0,932	3,102
DEU	0,030	-1,238	-0,410	-0,023	0,859	-0,304	-1,314	-0,802	0,038	-0,755	0,631	6,949	2,295	0,679	4,817	1,474	6,277	3,830	0,841	3,604
Model Południowy																				
ITA	-0,011	0,220	-1,244	0,211	0,449	-0,499	0,008	-1,232	0,009	0,493	0,662	1,154	6,585	1,110	2,372	2,254	0,767	5,555	0,804	2,220
ESP	-0,011	0,054	-1,370	0,056	-0,120	-0,140	0,288	-1,154	0,297	-0,076	0,543	0,550	7,253	0,561	0,748	0,750	1,265	5,070	1,304	0,516
PRT	0,209	0,298	-1,352	0,466	0,771	0,085	0,452	-0,982	0,626	0,118	1,156	1,650	7,485	2,580	4,265	0,472	2,081	4,522	2,878	0,926
Państwa Beneluksu																				
NLD	0,575	0,358	-0,272	0,476	2,550	-0,268	-0,132	-0,346	0,248	-0,362	3,139	1,948	1,512	2,595	13,969	1,275	0,974	1,653	1,182	1,725
BEL	0,223	0,244	-1,952	0,112	0,654	-0,082	0,261	-0,635	0,132	-0,542	1,250	1,474	10,829	0,957	3,614	0,715	1,220	2,993	0,658	2,538
Model Liberalny (Europa)																				
GBR	0,045	0,044	-1,841	0,214	1,095	-0,234	0,085	-0,139	0,130	-1,612	0,614	0,570	9,936	1,161	5,922	1,220	0,715	0,759	0,750	7,711
IRL	0,335	0,422	-2,343	0,765	-1,495	0,014	0,506	0,264	0,547	-0,074	1,806	2,278	12,683	4,129	8,077	0,358	2,395	1,620	2,583	1,071

Tabela 5.26 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e65 oraz wielopopulacyjnych modeli e65, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW.

Na podstawie zaprezentowanych w tabeli 5.25 średnich błędów prognoz ODDTŻ, wyznaczonych za pomocą wielopopulacyjnych modeli e_0 dla populacji 19-stu wybranych krajów członkowskich OECD, wyciągamy opisane poniżej wnioski:

- Dla grupy wiekowej e_0 mężczyzn, prognozy ODDTŻ wyznaczone za pomocą modelu Li-Lee_ e_0 w obrębie grup państw, należących do poszczególnych modeli państwa opiekuńczego, w 12 z 19 przypadków powodują obniżenie wielkości błędów ME względem błędów otrzymanych w oparciu o klasyczny model Lee-Cartera_ e_0 . Zauważamy, że w przypadku Stanów Zjednoczonych, Niemiec i Hiszpanii w całym analizowanym okresie dla mężczyzn z grupy wiekowej e_0 są przeszacowane odpowiednio o 0,794 roku, 0,020 roku oraz 0,104 roku. Natomiast w pozostałych przypadkach dostrzegamy niedoszacowanie prognoz, przy czym jest ono najwyższe w przypadku męskiej populacji Kanady, gdzie wynosi 0,888 roku a najniższe w przypadku mężczyzn w Belgii, gdzie jest równe średnio 0,099 roku. Wykorzystanie do wyznaczenia prognoz ODDTŻ dla mężczyzn modelu Li-Lee_DTW_ e_0 bazującego na grupach państw wyznaczonych za pomocą metody PAM-DTW zaowocowało otrzymaniem błędów ME niższych niż w przypadku modelu Lee-Cartera dla 12 z 19 analizowanych państwach. Natomiast w 4 krajach dostrzegamy przeszacowanie prognoz. Zatem wykorzystanie wielopopulacyjnego modelu Li-Lee do prognozowania ODDTŻ mężczyzn opartego o oba sposoby grupowania państw znacząco przyczynia się do zmniejszenia wielkości błędów ME względem modelu Lee-Cartera.
- Średnie błędy prognozy, otrzymane na podstawie prognoz wyznaczonych dla mężczyzn za pomocą modeli Boonen-Li_ e_0 w oparciu o grupy państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, wskazują na to, że w całym analizowanym okresie w 15 z 19 krajów występuje przeszacowanie prognoz średnio o 0,951 roku. Natomiast dla męskiej populacji pozostałych krajów średnie niedoszacowanie prognoz w analizowanym okresie wynosi odpowiednio: dla Finlandii 1,322 roku, dla Australii 1,180 roku, dla Kanady 0,042 roku, dla Szwajcarii 0,005 roku. Natomiast wykorzystanie modelu Boonen_Li_DTW_ e_0 dla mężczyzn w zdecydowanej większości krajów powoduje niedoszacowanie prognoz, przy czym jest ono największe w Portugalii, gdzie wynosi średnio 5,918 roku a najniższe w Niemczech, gdzie jest równe 0,316 roku.
- Dla grupy wiekowej e_0 kobiet, prognozy wyznaczone za pomocą modelu Li-Lee_ e_0 w obrębie grup państw, należących do poszczególnych modeli państwa opiekuńczego, w zdecydowanej większości przypadków nie dostrzegamy obniżenia wielkości błędów prognoz ME względem błędów, obliczonych na podstawie modelu Lee-Cartera.

Natomiast zastosowanie modelu Li-Lee_DTW_e0 powoduje obniżenie wielkości błędów ME względem modelu Lee-Cartera w 3 z 19 analizowanych krajów.

- Średnie błędy prognozy, otrzymane na podstawie prognoz wyznaczonych dla kobiet za pomocą modeli Boonen-Li_e0 w oparciu o wyłonione za pomocą przeglądu literatury modele państwa opiekuńczego, wskazują na to, że w całym analizowanym okresie w 15 z 19 krajów występuje przeszacowanie prognoz średnio o 0,862 roku. Natomiast dla żeńskiej populacji pozostałych krajów średnie niedoszacowanie prognoz w analizowanym okresie wynosi odpowiednio: dla Finlandii 0,567 roku, dla Australii 1,028 roku, dla Belgii 0,229 roku, dla Irlandii 0,177 roku. Wykorzystanie modelu Boonen_Li_DTW_e0 dla kobiet w 10 z 19 krajów powoduje przeszacowanie prognoz, przy czym jest ono największe w Stanach Zjednoczonych, gdzie wynosi średnio 1,253 roku a najniższe w Austrii, gdzie jest równe 0,483 roku. W pozostałych krajach dostrzegamy niedoszacowanie prognoz, przy czym najwyższe jest ono w Nowej Zelandii, gdzie wynosi 3,317 roku a najniższe w Hiszpanii, gdzie wynosi 0,558 roku.

W odniesieniu do przedstawionych w tabeli 5.26 średnich błędów prognoz ODDTŻ, wyznaczonych za pomocą wielopopulacyjnych modeli e65 dla populacji 19-stu wybranych krajów członkowskich OECD, wyciągamy opisane poniżej wnioski:

- Dla grupy wiekowej e65 mężczyzn prognozy ODDTŻ wyznaczone za pomocą modelu Li-Lee_e65 w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury w 6 z 19 przypadków powodują obniżenie wielkości błędów ME względem błędów ME dla modelu Lee-Cartera_e65. Błędy ME wskazują, że dla 17 krajów doszło do niedoszacowania prognoz. Największa wartość niedoszacowania występuje w Szwajcarii, gdzie wynosi 1,635 roku, a najmniejsze w Wielkiej Brytanii, gdzie wynosi 0,04 roku. Wykorzystanie modelu Li-Lee_DTW_e65 doprowadziło do błędów ME niższych niż w przypadku modelu Lee-Cartera w 12 z 19 analizowanych państwach. Natomiast w 2 krajach dostrzegamy przeszacowanie prognoz. Zatem wykorzystanie wielopopulacyjnego modelu Li-Lee do prognozowania ODDTŻ mężczyzn opartego o oba sposoby grupowania państw znacząco przyczynia się do zmniejszenia wielkości błędów ME względem modelu Lee-Cartera.
- Średnie błędy prognozy, otrzymane na podstawie prognoz wyznaczonych dla mężczyzn za pomocą modeli Boonen-Li_e65 w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, wskazują na to, że w całym analizowanym okresie we wszystkich analizowanych krajach występuje przeszacowanie prognoz średnio o 1,032 roku.

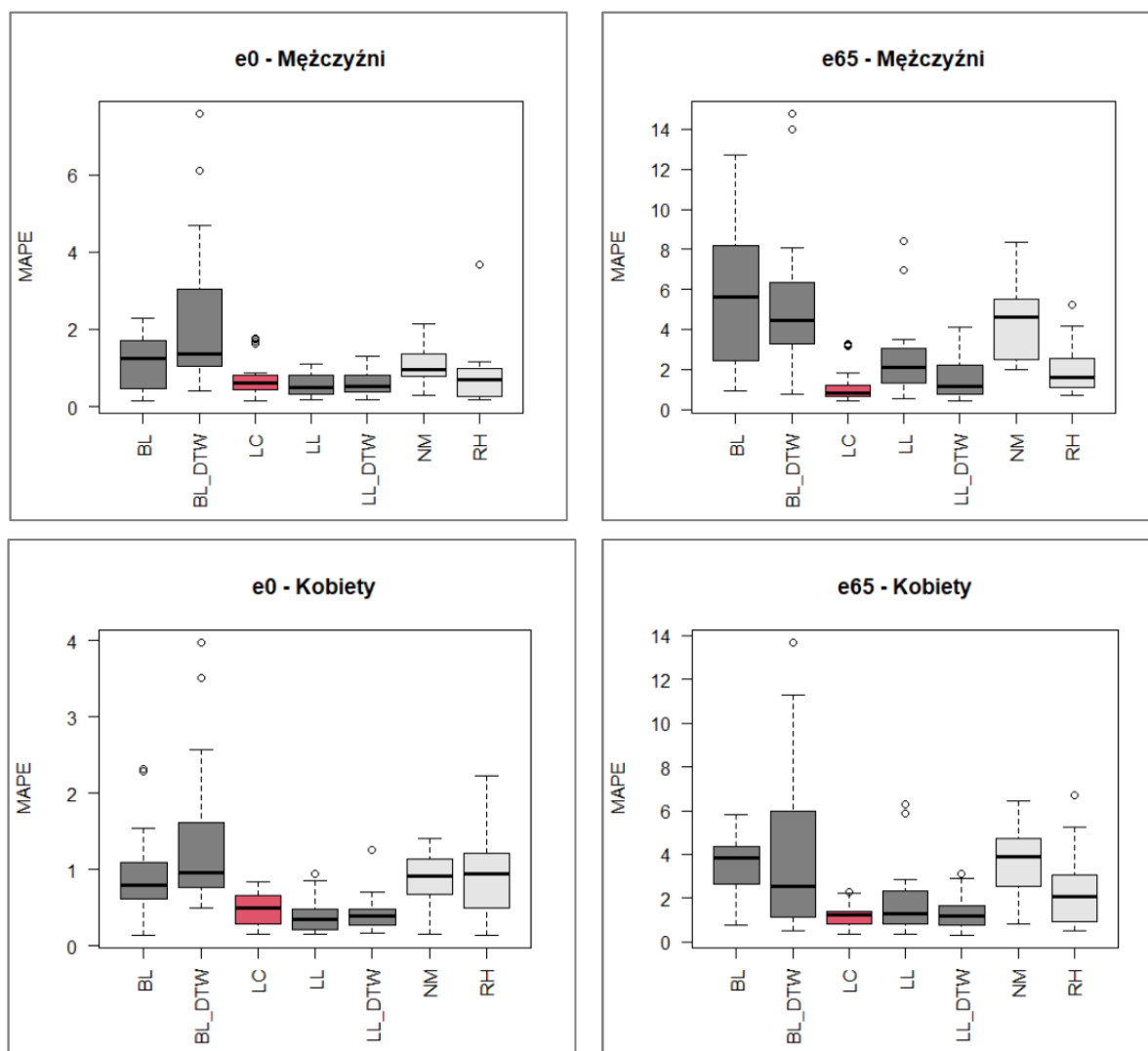
Natomiast wykorzystanie modelu Boonen_Li_DTW_e65 dla mężczyzn dla 15 krajów przynosi niedoszacowane prognozy ODDTŻ. Największą wielkość ich niedoszacowania obserwujemy w Australii, gdzie jest ona równa średnio 2,9 roku, najmniejszą w wysokości 0,12 roku w Stanach Zjednoczonych. W przypadku 4 krajów dochodzi do przeszacowania prognoz.

- Dla grupy wiekowej e65 kobiet, prognozy wyznaczone za pomocą modelu Li-Lee_e65 w obrębie grup państw, wyłonionych na podstawie przeglądu literatury w 16 krajach, zauważamy niedoszacowanie prognoz ODDTŻ na średnim poziomie 0,374 roku. W trzech pozostałych przypadkach obserwujemy przeszacowanie prognoz, przy czym jest ono najwyższe dla Niemiec, gdzie wynosi 1,31 roku. Jednocześnie zauważamy, że w przypadku kobiet wykorzystanie modelu Li-Lee_DTW_e65 przynosi poprawę dokładności prognoz, ponieważ dla 17-stu krajów są one niedoszacowane średnio o 0,281 roku a jedynie w dwóch przypadkach prognozy ODDTŻ są przeszacowane.
- Średnie błędy prognozy, otrzymane na podstawie prognoz wyznaczonych dla kobiet za pomocą modeli Boonen-Li_e65 w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, wskazują na to, że w całym analizowanym okresie w 16 z 19 krajów występuje przeszacowanie prognoz średnio o 0,721 roku. Natomiast dla żeńskiej populacji pozostałych krajów średnie niedoszacowanie prognoz w analizowanym okresie wynosi odpowiednio: dla Finlandii 0,316 roku, dla Australii 0,708 roku, dla Kanady 1,278 roku.
- Natomiast wykorzystanie modelu Boonen_Li_DTW_e65 dla kobiet w 14 z 19 krajów powoduje przeszacowanie prognoz, przy czym jest ono największe w Nowej Zelandii, gdzie wynosi średnio 2,921 roku a najniższe w Finlandii, gdzie jest równe 0,052 roku.

Analiza błędów MAPE

Poniżej przedstawiamy analizę średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE), których wartości otrzymane za pomocą poszczególnych wielopopulacyjnych modeli umieralności oraz za pomocą modelu Lee-Cartera zamieszczamy w tabelach 5.25 oraz 5.26. Analiza ta służy weryfikacji postawionej przez nas hipotezy pomocniczej H1 o następującym brzmieniu: *Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności, są obarczone mniejszym błędem w porównaniu z analogicznymi prognozami uzyskanymi za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera.* Zatem poniższe rozważania zmierzają do jej weryfikacji dla grupy 19-stu wysokorozwiniętych krajów członkowskich OECD.

Rysunek 5.1 przedstawia wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Wartości tych błędów są podane w tabelach 5.25 i 5.26.



Rysunek 5.1 Wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności

W celu sprawdzenia, czy za pomocą modeli wielopopulacyjnych otrzymujemy prognozy o mniejszym błędzie MAPE w porównaniu z prognozami uzyskanymi z wykorzystaniem modelu Lee-Cartera, stosujemy nieparametryczny test U Manna-Whitneya z prawostronnym obszarem krytycznym. W teście tym stawiamy hipotezę, że średnia błędów MAPE dla modelu LC jest równa średniej błędów MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego (tj. LL, LL_DTW, BL, BL_DTW) wobec hipotezy alternatywnej, że średnia ta jest większa (hipoteza alternatywna oznacza, że za pomocą modelu LC otrzymujemy

prognozy obarczone większym błędem MAPE). W tabeli 5.27 prezentujemy wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania tego testu do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego. Na tej podstawie stwierdzamy, że w przypadku badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD zastosowanie modeli wielopopulacyjnych nie przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ.

Model	e0-Mężczyźni	e65-Mężczyźni	e0-Kobiety	e65-Kobiety
LL	0.1418	0.9983	0.1007	0.8709
LL_DTW	0.2090	0.9044	0.1172	0.6354
BS	0.9186	0.9999	0.9985	0.9999
BS_DTW	0.9999	0.9999	0.9999	0.9972

Tabela 5.27 Wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania testu U Manna-Whitneya do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego w przypadku badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD

5.2.2 Ryzyko długowieczności w krajach modelu wyszehradzkiego

W tej części pracy zestawiamy wyniki prognoz, otrzymanych za pomocą wielopopulacyjnych stochastycznych modeli umieralności, które opracowane są dla krajów modelu wyszehradzkiego. Kraje modelu wyszehradzkiego, podobnie jak kraje modelu bałtyckiego, stanowią przedmiot osobnej analizy, ponieważ prognozy ODDTŻ, jakie dla nich obliczamy, otrzymujemy na podstawie danych z lat 1985-2010. Taką sytuację, uzasadniamy wcześniej a wynika ona przede wszystkim z dostępności danych gospodarczych dla analizowanej grupy krajów.

Podobnie, jak w przypadku krajów skandynawskich, wyznaczamy prognozy ODDTŻ za pomocą wielopopulacyjnych modeli Li-Lee oraz Boonena-Li. Model Li-Lee szacujemy z uwzględnieniem:

- podziału literaturowego krajów (tab.4.2). Tzn. szacujemy go, na podstawie danych z lat 1985-2010, dla każdego kraju wyszehradzkiego (Polski, Czech, Słowacji i Węgier) uwzględniając ich wspólny trend demograficzny. Przy czym, jak wcześniej, uwzględniamy wiek $x_i = 0, \dots, 90$ oraz wiek $x_i = 65, \dots, 90$ i oznaczamy oszacowane modele odpowiednio Li-Lee_e0 oraz Li-Lee_e65.
- podziału metodą PAM-DTW (Tab.4.4). Szacujemy go, na podstawie danych z lat 1985-2010, dla każdego kraju z grupy DTW 4 (Polski, Czech, Słowacji, Węgier, Litwy, Łotwy, Estonii i Portugalii) uwzględniając ich wspólny trend demograficzny. Również w tym przypadku uwzględniamy wiek $x_i = 0, \dots, 90$ oraz wiek $x_i = 65, \dots, 90$ a oszacowane modele oznaczamy odpowiednio Li-Lee_DTW_e0 oraz Li-Lee_DTW_e65. W niniejszym rozdziale szczegółowo prezentujemy wyniki uzyskane

za pomocą tych modeli tylko dla krajów wyszehradzkich. Odpowiednie wyniki dla pozostałych krajów grupy DTW4 zamieszczamy w załączniku nr 1

W analogiczny sposób szacujemy model Boonen-Li, uwzględniając dodatkowo wspólny trend gospodarczy, w postaci pierwszej składowej głównej PKB dla odpowiednich grup krajów, tj. grupy wyszehradzkiej i grupy DTW4. W adekwatny sposób oznaczamy oszacowane modele, tj. Boonen-Li_e0, Boonen-Li_e65 dla podziału literaturowego oraz Boonen-Li_DTW_e0, Boonen-Li_DTW_e65 dla podziału metodą PAM-DTW. Wyniki otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0, Boonen-Li_DTW_e65 szczegółowo prezentujemy tylko dla krajów wyszehradzkich. Pozostałe zamieszczamy w załączniku nr 1

Model Li-Lee

Rozpoczynamy od prezentacji wyników, jakie otrzymujemy, stosując wielopopulacyjny model Li-Lee. W tabelach 5.28 i 5.29, odpowiednio dla mężczyzn i kobiet, przedstawiamy prognozy ODDTŻ oraz ich błędy, otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65, czyli uwzględniających wspólny trend demograficzny krajów zaliczanych do modelu wyszehradzkiego.

	Kraj	Li-Lee_e0 mężczyźni				Li-Lee_e65 mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	Rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	72,21	74,38	71,66	70,45	15,03	15,28	14,07	13,89
	prognoza	72,43	74,59	71,79	70,64	15,03	15,41	14,17	14,02
	max 0.8	72,63	74,76	71,91	70,85	15,03	15,52	14,30	14,14
	błąd prognozy	0,08	0,12	0,47	0,50	0,22	0,06	0,29	0,11
2012	Rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	72,35	74,53	71,88	70,54	15,14	15,37	14,20	14,00
	prognoza	72,64	74,79	72,02	70,86	15,14	15,54	14,35	14,17
	max 0.8	72,88	75,04	72,21	71,13	15,14	15,69	14,49	14,34
	błąd prognozy	-0,02	0,16	0,47	0,69	0,12	-0,01	0,20	0,07
2013	Rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	72,58	74,66	72,07	70,60	15,26	15,47	14,35	14,15
	prognoza	72,86	74,97	72,25	71,06	15,26	15,66	14,51	14,34
	max 0.8	73,11	75,27	72,48	71,41	15,26	15,87	14,67	14,53
	błąd prognozy	0,12	0,16	0,66	1,06	0,11	-0,10	0,15	0,14
2014	Rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	72,66	74,82	72,25	70,82	15,38	15,58	14,47	14,25
	prognoza	73,06	75,15	72,49	71,27	15,38	15,79	14,66	14,47
	max 0.8	73,41	75,47	72,72	71,70	15,38	16,02	14,86	14,68
	błąd prognozy	0,60	0,55	0,76	0,98	0,37	0,13	0,34	0,08
2015	Rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	72,83	74,98	72,46	71,05	15,50	15,66	14,59	14,35
	prognoza	73,27	75,31	72,71	71,46	15,50	15,91	14,81	14,61
	max 0.8	73,62	75,69	72,98	71,97	15,50	16,16	15,00	14,84
	błąd prognozy	0,20	0,30	0,38	0,77	0,07	-0,15	0,14	-0,19
2016	Rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	73,00	75,09	72,63	71,25	15,62	15,75	14,75	14,50
	prognoza	73,45	75,49	72,93	71,67	15,62	16,02	14,96	14,75
	max 0.8	73,90	75,91	73,23	72,29	15,62	16,29	15,20	15,01
	błąd prognozy	0,38	0,53	0,82	0,89	0,24	0,04	0,24	-0,18

2017	Rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	73,20	75,18	72,87	71,36	15,74	15,83	14,86	14,59
	prognoza	73,65	75,68	73,15	71,87	15,74	16,14	15,08	14,87
	max 0.8	74,11	76,06	73,52	72,43	15,74	16,41	15,31	15,14
	błąd prognozy	0,20	0,29	0,61	0,68	0,05	-0,08	0,12	-0,44
2018	Rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	73,32	75,40	73,01	71,63	15,86	15,94	14,98	14,71
	prognoza	73,86	75,85	73,36	72,09	15,86	16,26	15,22	15,00
	max 0.8	74,35	76,24	73,69	72,72	15,86	16,53	15,46	15,29
	błąd prognozy	-0,11	0,17	0,47	0,63	-0,16	-0,17	0,13	-0,47

Tabela 5.28 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 kobiety				Li-Lee_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	Rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	80,37	80,54	79,16	78,16	19,12	18,62	17,83	17,80
	prognoza	80,49	80,70	79,30	78,31	19,23	18,76	17,95	17,95
	max 0.8	80,59	80,87	79,42	78,48	19,34	18,88	18,07	18,09
	błąd prognozy	0,26	0,16	0,36	0,17	0,26	0,18	0,32	0,04
2012	Rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	80,53	80,66	79,32	78,24	19,20	18,72	17,95	17,91
	prognoza	80,68	80,85	79,50	78,47	19,35	18,88	18,12	18,12
	max 0.8	80,81	81,07	79,70	78,74	19,50	19,03	18,26	18,31
	błąd prognozy	0,09	0,13	0,26	0,15	0,13	0,14	0,21	-0,13
2013	Rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	80,68	80,80	79,52	78,36	19,28	18,79	18,12	18,08
	prognoza	80,87	80,99	79,71	78,63	19,45	19,00	18,29	18,31
	max 0.8	81,02	81,26	79,93	78,94	19,62	19,18	18,47	18,52
	błąd prognozy	0,05	0,16	0,28	0,37	0,10	0,10	0,31	-0,08
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	80,84	80,87	79,66	78,45	19,38	18,89	18,25	18,22
	prognoza	81,06	81,15	79,93	78,79	19,56	19,12	18,45	18,47
	max 0.8	81,24	81,41	80,16	79,15	19,76	19,33	18,64	18,70
	błąd prognozy	0,34	0,57	0,39	0,44	0,39	0,45	0,40	-0,08
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	81,01	80,90	79,87	78,52	19,47	18,98	18,39	18,35
	prognoza	81,25	81,29	80,12	78,92	19,68	19,23	18,61	18,62
	max 0.8	81,46	81,53	80,39	79,25	19,90	19,47	18,83	18,88
	błąd prognozy	0,06	0,17	-0,01	-0,05	0,09	0,05	0,07	-0,53
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	81,15	81,11	80,06	78,69	19,57	19,09	18,54	18,48
	prognoza	81,43	81,45	80,31	79,06	19,80	19,34	18,76	18,78
	max 0.8	81,68	81,70	80,62	79,47	20,03	19,60	19,00	19,04
	błąd prognozy	0,29	0,41	0,24	0,51	0,33	0,40	0,26	-0,21
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	81,30	81,30	80,17	78,78	19,68	19,20	18,65	18,60
	prognoza	81,61	81,62	80,50	79,19	19,92	19,46	18,91	18,91
	max 0.8	81,83	81,92	80,77	79,65	20,17	19,73	19,12	19,19
	błąd prognozy	-0,07	0,22	0,08	0,08	0,01	0,16	0,08	-0,63
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	81,47	81,41	80,39	78,90	19,75	19,30	18,80	18,76
	prognoza	81,80	81,77	80,70	79,34	20,04	19,58	19,06	19,05
	max 0.8	82,02	82,06	80,95	79,80	20,29	19,84	19,31	19,35
	błąd prognozy	-0,32	0,10	-0,10	0,19	-0,14	0,13	0,02	-0,62

Tabela 5.29 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 i ich bezwzględne błędy

Biorąc pod uwagę wyniki prognoz ODDTŻ przedstawione w tabelach 5.28 i 5.29, które uzyskujemy w wyniku zastosowania modeli Li-Lee, oszacowanych z uwzględnieniem podziału literaturowego, możemy stwierdzić, że:

- Zastosowanie wielopopulacyjnych modeli Li-Lee_e0, pozwala na uzyskanie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego zbliżonych do wartości rzeczywistych. W tym przypadku, maksymalną wartość ich niedoszacowania obserwujemy dla Węgier i wynosi ona 1,06 roku. Natomiast w całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz dla Polski wynosi 0,181 roku; Czech: 0,285 roku; Słowacji: 0,581 roku oraz dla Węgier: 0,776 roku (zob. tab. 5.36). Zatem prognozy są niedoszacowane na poziomie nieprzekraczającym kilku miesięcy, co stanowi dobry wynik.
- Równie niewielki poziom niedoszacowania prognoz, wyznaczonych za pomocą modeli Li-Lee, otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów wyszehradzkich. Niedoszacowanie prognoz w ich przypadku jest niemalże o połowę mniejsza w odniesieniu do populacji Polski, Czech i Słowacji i wynosi odpowiednio 0,087 roku, 0,240 roku oraz 0,188 roku. Natomiast dla żeńskiej populacji e0 Węgier, średni wynik niedoszacowania obliczonych prognoz wynosi 0,233 roku (zob. tab. 5.36).
- Dla grupy wiekowej e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz kształtują się na relatywnie niskim poziomie, zarówno dla populacji mężczyzn jak i kobiet krajów modelu skandynawskiego. Średni poziom niedoszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi 0,129 roku dla Polski; 0,202 roku dla Słowacji; jednocześnie dostrzegamy przeszacowanie prognoz o 0,036 roku dla Czech oraz 0,11 roku dla Węgier. Natomiast dla kobiet wartości niedoszacowania kształtują się na poziomie 0,147 roku dla Polski; 0,202 roku dla Czech; 0,210 roku dla Słowacji. W przypadku Węgier przeszacowanie prognoz ODDTŻ wynosi oraz 0,280 (zob. tab. 5.37).

Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia oraz ich błędy, otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65, czyli uwzględniających wspólny trend demograficzny krajów zaliczanych do grupy DTW4, prezentujemy w tabelach 5.30 i 5.31, odpowiednio dla mężczyzn i kobiet.

	Kraj	Li-Lee_DTW_e0 mężczyźni				Li-Lee_DTW_e65 mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	72,26	74,45	71,69	70,78	14,92	15,30	14,05	13,93
	prognoza	72,43	74,63	71,80	70,93	15,00	15,42	14,17	14,05
	max 0.8	72,63	74,81	71,92	71,09	15,09	15,55	14,28	14,17
	błąd prognozy	0,08	0,08	0,46	0,21	0,25	0,05	0,29	0,08

2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	72,41	74,56	71,88	70,93	15,00	15,39	14,20	14,05
	prognoza	72,65	74,82	72,04	71,14	15,12	15,54	14,34	14,22
	max 0.8	72,91	75,09	72,20	71,35	15,25	15,72	14,50	14,38
	błąd prognozy	-0,03	0,13	0,45	0,41	0,14	-0,01	0,21	0,02
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	72,58	74,72	72,09	71,08	15,10	15,47	14,34	14,18
	prognoza	72,89	75,03	72,28	71,36	15,25	15,67	14,50	14,37
	max 0.8	73,18	75,33	72,47	71,62	15,40	15,87	14,68	14,56
	błąd prognozy	0,09	0,10	0,63	0,76	0,12	-0,11	0,16	0,11
2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	72,73	74,87	72,29	71,26	15,19	15,57	14,48	14,32
	prognoza	73,08	75,22	72,51	71,55	15,37	15,80	14,66	14,52
	max 0.8	73,44	75,55	72,72	71,85	15,55	16,04	14,85	14,74
	błąd prognozy	0,58	0,48	0,74	0,70	0,38	0,12	0,34	0,03
2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	72,90	75,04	72,48	71,44	15,30	15,69	14,62	14,43
	prognoza	73,27	75,42	72,73	71,76	15,48	15,93	14,81	14,68
	max 0.8	73,66	75,80	72,98	72,08	15,69	16,19	15,00	14,92
	błąd prognozy	0,20	0,19	0,36	0,47	0,09	-0,17	0,14	-0,26
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	73,08	75,19	72,69	71,62	15,39	15,79	14,72	14,55
	prognoza	73,46	75,59	72,95	71,99	15,60	16,05	14,95	14,81
	max 0.8	73,89	76,00	73,23	72,32	15,82	16,32	15,14	15,05
	błąd prognozy	0,37	0,43	0,80	0,57	0,26	0,01	0,25	-0,24
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	73,24	75,39	72,88	71,80	15,49	15,90	14,86	14,65
	prognoza	73,67	75,79	73,17	72,17	15,72	16,18	15,08	14,94
	max 0.8	74,12	76,20	73,45	72,53	15,95	16,48	15,29	15,21
	błąd prognozy	0,18	0,18	0,59	0,38	0,07	-0,12	0,12	-0,51
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	73,42	75,57	73,09	71,97	15,60	16,00	14,98	14,78
	prognoza	73,89	75,98	73,39	72,38	15,84	16,30	15,20	15,05
	max 0.8	74,31	76,39	73,68	72,76	16,08	16,61	15,44	15,35
	błąd prognozy	-0,14	0,04	0,44	0,34	-0,14	-0,21	0,15	-0,52

Tabela 5.30 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_DTW_e0 kobiety				Li-Lee_DTW_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	80,35	80,57	79,18	78,26	19,10	18,64	17,84	17,84
	prognoza	80,47	80,72	79,31	78,41	19,21	18,78	17,95	17,97
	max 0.8	80,47	80,72	79,31	78,41	19,32	18,90	18,07	18,12
	błąd prognozy	0,28	0,14	0,35	0,07	0,28	0,16	0,32	0,02
2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	80,50	80,66	79,36	78,41	19,18	18,72	17,98	17,98
	prognoza	80,66	80,87	79,54	78,62	19,33	18,88	18,13	18,17
	max 0.8	80,66	80,87	79,54	78,62	19,49	19,05	18,29	18,34
	błąd prognozy	0,11	0,11	0,22	0,00	0,15	0,14	0,20	-0,18
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	80,67	80,76	79,54	78,58	19,28	18,79	18,14	18,14
	prognoza	80,86	81,02	79,75	78,81	19,45	19,00	18,31	18,35
	max 0.8	80,86	81,02	79,75	78,81	19,62	19,19	18,49	18,56
	błąd prognozy	0,06	0,13	0,24	0,19	0,10	0,10	0,29	-0,12
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	80,84	80,89	79,72	78,75	19,35	18,89	18,29	18,30
	prognoza	81,05	81,17	79,97	79,01	19,56	19,11	18,47	18,52
	max 0.8	81,05	81,17	79,97	79,01	19,77	19,36	18,68	18,74
	błąd prognozy	0,35	0,55	0,35	0,22	0,39	0,46	0,38	-0,13

2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	80,98	81,03	79,90	78,91	19,46	19,01	18,44	18,41
	prognoza max 0.8	81,23	81,33	80,16	79,21	19,67	19,25	18,65	18,69
	błąd prognozy	0,08	0,13	-0,05	-0,34	0,10	0,03	0,03	-0,60
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	81,14	81,15	80,10	79,08	19,58	19,13	18,57	18,58
	prognoza max 0.8	81,43	81,46	80,37	79,41	19,80	19,36	18,78	18,84
	błąd prognozy	0,29	0,40	0,18	0,16	0,33	0,38	0,24	-0,27
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	81,31	81,33	80,30	79,24	19,67	19,23	18,71	18,69
	prognoza max 0.8	81,62	81,65	80,57	79,59	19,94	19,49	18,94	18,98
	błąd prognozy	-0,08	0,19	0,01	-0,32	-0,01	0,13	0,05	-0,70
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	81,49	81,47	80,46	79,44	19,77	19,33	18,86	18,82
	prognoza max 0.8	81,80	81,81	80,78	79,78	20,05	19,61	19,08	19,13
	błąd prognozy	-0,32	0,06	-0,18	-0,25	-0,15	0,10	0,00	-0,70

Tabela 5.31 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

W oparciu o wartości zaprezentowane w tabelach 5.30 oraz 5.32 odnoszące się do prognoz ODDTŻ wyznaczonych za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności Li-Lee bazujących na grupach krajów wyznaczonych z wykorzystaniem metody PAM-DTW wyciągamy następujące wnioski:

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Li-Lee_DTW_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego zbliżonych do wartości rzeczywistych. W tym przypadku, maksymalną wartość ich niedoszacowania obserwujemy dla Słowacji i wynosi ona 0,80 roku. Natomiast w przypadku Polski mamy do czynienia z przeszacowaniem prognoz wielkości 0,14 roku. W całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz dla Polski wynosi 0,166 roku; Czech: 0,201 roku; Słowacji: 0,557 roku oraz dla Węgier: 0,479 roku (zob. tab. 5.36) Zatem prognozy ODDTŻ są niedoszacowane na poziomie nieprzekraczającym kilku miesięcy.
- Nieznacznie niższy poziom niedoszacowania prognoz, wyznaczonych za pomocą modeli Li-Lee_DTW_e0, otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów wyszehradzkich. Na podstawie wartości z tabeli 5.36 zauważamy, że średnie niedoszacowanie prognoz w ich przypadku w odniesieniu do populacji Polski, Czech i Słowacji i wynosi odpowiednio 0,096 roku, 0,214 roku oraz 0,141 roku. Natomiast dla żeńskiej populacji Węgier, średni wynik przeszacowania obliczonych prognoz wynosi 0,033 roku.

- Dla populacji e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz kształtują się na relatywnie niskim poziomie, zarówno dla populacji mężczyzn jak i kobiet krajów modelu wyszehradzkiego. Średni poziom niedoszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi 0,145 roku dla Polski; 0,206 roku dla Słowacji. Jednocześnie przeszacowanie prognoz wynosi 0,056 roku dla Czech oraz 0,161 roku dla Węgier. Natomiast dla kobiet wartości niedoszacowania kształtują się na poziomie 0,149 roku dla Polski; 0,189 roku dla Czech; 0,188 roku dla Słowacji. Dla Węgier dostrzegamy przeszacowanie prognoz o 0,334 roku (zob. tab. 5.37).

Model Boonen-Li

W tej części niniejszej rozprawy zestawiamy wyniki prognoz ODDTŻ dla grup wiekowych e0 oraz e65. Prognozy te wykonujemy z wykorzystaniem wielopopulacyjnego modelu umieralności, według opracowanej przez nas procedury obliczeniowej, bazującej na koncepcji opisanej przez Boonena i Li. Na podstawie wyników prognoz, które otrzymujemy, stwierdzamy, że w bardzo wielu przypadkach obejmujących kraje modelu wyszehradzkiego prognozy są nieznacznie wyższe od wartości rzeczywistych z lat 2011-2018. Taka sytuacja pozwala na uniknięcie negatywnych konsekwencji wynikających z wystąpienia RD. Szczegółowe wyniki dla krajów modelu wyszehradzkiego przedstawiamy w tabeli 5.32 oraz 5.33. Natomiast wyniki dla pozostałych krajów Europy Środkowej i Wschodniej przedstawiamy w załączniku nr 1.

	Kraj	Boonen-Li_e0 mężczyźni				Boonen-Li_e65 Mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	73,16	74,28	73,09	71,44	15,69	15,47	15,17	15,01
	prognoza	73,16	74,32	73,10	71,45	15,74	15,50	15,30	15,04
	max 0.8	73,17	74,34	73,11	71,46	15,81	15,58	17,49	15,11
	błąd prognozy	-0,65	0,39	-0,84	-0,31	-0,49	-0,03	-0,84	-0,91
2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	73,37	74,49	73,19	71,44	15,81	15,60	15,28	15,12
	prognoza	73,38	74,52	73,20	71,44	15,85	15,63	15,39	15,14
	max 0.8	73,39	74,54	73,21	71,45	15,91	15,70	17,62	15,21
	błąd prognozy	-0,76	0,43	-0,71	0,11	-0,59	-0,10	-0,84	-0,90
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	73,53	74,70	73,30	71,68	15,92	15,72	15,36	15,22
	prognoza	73,54	74,73	73,31	71,68	15,96	15,75	15,48	15,25
	max 0.8	73,55	74,75	73,32	71,69	16,02	15,81	17,71	15,30
	błąd prognozy	-0,56	0,40	-0,40	0,44	-0,59	-0,19	-0,82	-0,77
2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	73,68	74,90	73,46	71,92	16,04	15,84	15,46	15,33
	prognoza	73,69	74,93	73,46	71,92	16,08	15,86	15,58	15,36
	max 0.8	73,69	74,96	73,47	71,93	16,13	15,92	17,80	15,41
	błąd prognozy	-0,03	0,77	-0,21	0,33	-0,33	0,06	-0,58	-0,81

2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	73,84	75,11	73,64	72,15	16,15	15,96	15,56	15,45
	prognoza	73,85	75,14	73,64	72,16	16,19	15,98	15,68	15,47
	max 0.8	73,86	75,16	73,65	72,17	16,24	16,03	17,89	15,51
	błąd prognozy	-0,38	0,47	-0,55	0,07	-0,62	-0,22	-0,73	-1,05
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	74,03	75,31	73,84	72,38	16,27	16,07	15,66	15,56
	prognoza	74,04	75,34	73,84	72,39	16,31	16,09	15,79	15,59
	max 0.8	74,04	75,36	73,85	72,40	16,35	16,14	17,98	15,62
	błąd prognozy	-0,21	0,68	-0,09	0,17	-0,45	-0,03	-0,59	-1,02
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	74,24	75,51	74,05	72,61	16,39	16,19	15,77	15,68
	prognoza	74,24	75,54	74,06	72,62	16,43	16,21	15,90	15,70
	max 0.8	74,25	75,56	74,06	72,63	16,46	16,25	18,06	15,73
	błąd prognozy	-0,39	0,43	-0,30	-0,07	-0,64	-0,15	-0,70	-1,27
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	74,45	75,70	74,26	72,84	16,51	16,31	15,88	15,80
	prognoza	74,46	75,73	74,27	72,85	16,54	16,32	16,01	15,82
	max 0.8	74,46	75,76	74,28	72,86	16,58	16,36	18,15	15,85
	błąd prognozy	-0,71	0,29	-0,44	-0,13	-0,84	-0,23	-0,66	-1,29

Tabela 5.32 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 kobiety				Boonen-Li_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	81,17	81,09	80,64	79,38	19,85	19,38	19,15	18,89
	prognoza	81,18	81,19	80,65	79,39	19,90	19,42	19,19	18,94
	max 0.8	81,19	81,30	80,66	79,40	19,91	19,43	19,22	18,96
	błąd prognozy	-0,43	-0,33	-0,99	-0,91	-0,41	-0,48	-0,92	-0,95
2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	81,37	81,26	80,82	79,60	19,99	19,51	19,27	19,04
	prognoza	81,37	81,36	80,83	79,61	20,03	19,55	19,31	19,08
	max 0.8	81,38	81,48	80,84	79,61	20,04	19,56	19,35	19,11
	błąd prognozy	-0,60	-0,38	-1,07	-0,99	-0,55	-0,53	-0,98	-1,09
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	81,56	81,44	81,00	79,81	20,13	19,64	19,41	19,20
	prognoza	81,57	81,53	81,01	79,82	20,17	19,67	19,45	19,23
	max 0.8	81,57	81,65	81,02	79,83	20,18	19,68	19,48	19,26
	błąd prognozy	-0,65	-0,38	-1,02	-0,82	-0,62	-0,57	-0,85	-1,00
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	81,75	81,61	81,18	80,02	20,28	19,76	19,54	19,35
	prognoza	81,76	81,71	81,19	80,03	20,30	19,78	19,58	19,38
	max 0.8	81,77	81,83	81,20	80,04	20,32	19,79	19,61	19,41
	błąd prognozy	-0,36	0,01	-0,87	-0,80	-0,35	-0,21	-0,73	-0,99
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	81,94	81,78	81,36	80,23	20,43	19,88	19,68	19,51
	prognoza	81,95	81,88	81,37	80,24	20,44	19,90	19,71	19,53
	max 0.8	81,96	82,00	81,38	80,25	20,45	19,91	19,75	19,56
	błąd prognozy	-0,64	-0,42	-1,26	-1,37	-0,67	-0,62	-1,03	-1,44
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	82,13	81,95	81,54	80,44	20,57	20,01	19,81	19,66
	prognoza	82,14	82,05	81,55	80,45	20,58	20,01	19,85	19,68
	max 0.8	82,15	82,17	81,56	80,46	20,59	20,02	19,88	19,70
	błąd prognozy	-0,42	-0,19	-1,00	-0,88	-0,45	-0,27	-0,83	-1,11

2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	82,32	82,12	81,72	80,65	20,71	20,13	19,95	19,81
	prognoza	82,33	82,22	81,73	80,66	20,72	20,14	19,98	19,83
	max 0.8	82,33	82,34	81,74	80,66	20,72	20,15	20,02	19,85
	błąd prognozy	-0,79	-0,38	-1,15	-1,39	-0,79	-0,52	-0,99	-1,55
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	82,50	82,30	81,90	80,85	20,85	20,26	20,08	19,96
	prognoza	82,51	82,39	81,91	80,86	20,85	20,26	20,12	19,97
	max 0.8	82,52	82,51	81,92	80,87	20,86	20,27	20,15	19,99
	błąd prognozy	-1,03	-0,52	-1,31	-1,33	-0,95	-0,55	-1,04	-1,54

Tabela 5.33 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy

W oparciu o wartości odnoszące się do prognoz ODDTŻ, wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li, które prezentujemy w tabelach 5.32 i 5.33 oraz wartości błędów prognoz ukazanych w tabelach 5.36 i 5.37 wyciągamy następujące konkluzje:

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Boonen-Li_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego w przypadku Polski i Słowacji przeszacowanych o odpowiednio o 0,460 roku i 0,444 roku (zob. tab. 5.36). Natomiast w przypadku Czech i Węgier mamy do czynienia z niedoszacowaniem prognoz wielkości 0,483 roku i 0,075 roku (zob. tab. 5.36).
- W odniesieniu do prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li_e0, otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów wyszehradzkiego przeszacowane wartości dla każdego z badanych krajów. Średnie przeszacowanie prognoz w odniesieniu do populacji Polski, Czech, Słowacji i Węgier wynosi odpowiednio 0,615 roku, 0,323 roku, 1,084 roku oraz 1,016 roku (zob. tab. 5.36).
- Dla grupy wiekowej e65, wartości bezwzględnych błędów prognoz dla mężczyzn kształtują się na poziomie nieprzekraczającym 12 miesięcy. Poziom przeszacowania prognoz wynosi odpowiednio 0,570 roku dla Polski, 0,110 roku dla Czech, 0,719 roku dla Słowacji oraz 1,003 roku dla Węgier (zob. tab. 5.37). Natomiast dla populacji kobiet średni poziom przeszacowania prognoz wynosi 0,598 roku dla Polski; 0,468 roku dla Czech; 0,922 roku dla Słowacji oraz 1,208 roku dla Węgier. Zwracamy uwagę na fakt, że w większości analizowanych przypadków prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li w obrębie grup państw, określonych na podstawie przeglądu literatury, obserwujemy ich przeszacowanie względem wartości rzeczywistych. Taka sytuacja pozwala znacząco ograniczyć występowanie ryzyka długowieczności wynikające z niedoszacowania prognoz ODDTŻ.

W tabelach 5.34 oraz 5.35 przedstawiamy wyniki prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla kobiet i mężczyzn, wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li_DTW_e0 oraz Boonen-Li_DTW_e65. Ponownie stosujemy oznaczenie kolorystyczne, odnoszące się do grup krajów, wyznaczonych za pomocą metody PAM-DTW.

	Kraj	Boonen-Li_DTW_e0 mężczyźni				Boonen-Li_DTW_e65 mężczyźni			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	72,51	74,71	72,26	71,14	15,25	15,47	14,46	14,13
	min 0.8	73,31	74,73	73,14	71,63	15,77	15,31	14,95	14,76
	prognoza	73,32	74,77	73,15	71,63	16,07	15,62	15,26	15,07
	max 0.8	73,33	74,79	73,16	71,64	16,18	15,69	15,36	15,17
	błąd prognozy	-0,81	-0,06	-0,89	-0,49	-0,82	-0,15	-0,80	-0,94
2012	rzeczywiste	72,62	74,95	72,49	71,55	15,26	15,53	14,55	14,24
	min 0.8	73,46	74,87	73,29	71,78	15,90	15,43	15,08	14,89
	prognoza	73,47	74,89	73,30	71,78	16,20	15,74	15,39	15,20
	max 0.8	73,48	74,92	73,30	71,79	16,31	15,81	15,49	15,30
	błąd prognozy	-0,85	0,06	-0,81	-0,23	-0,94	-0,21	-0,84	-0,96
2013	rzeczywiste	72,98	75,13	72,91	72,12	15,37	15,56	14,66	14,48
	min 0.8	73,57	74,96	73,39	71,88	15,95	15,48	15,12	14,93
	prognoza	73,58	74,99	73,40	71,89	16,24	15,78	15,43	15,25
	max 0.8	73,59	75,02	73,41	71,90	16,36	15,86	15,53	15,34
	błąd prognozy	-0,60	0,14	-0,49	0,23	-0,87	-0,22	-0,77	-0,77
2014	rzeczywiste	73,66	75,70	73,25	72,25	15,75	15,92	15,00	14,55
	min 0.8	73,65	75,03	73,46	71,96	15,96	15,49	15,14	14,95
	prognoza	73,65	75,06	73,47	71,97	16,26	15,80	15,45	15,26
	max 0.8	73,66	75,08	73,48	71,98	16,37	15,88	15,55	15,36
	błąd prognozy	0,01	0,64	-0,22	0,28	-0,51	0,12	-0,45	-0,71
2015	rzeczywiste	73,47	75,61	73,09	72,23	15,57	15,76	14,95	14,42
	min 0.8	73,70	75,08	73,52	72,02	15,97	15,50	15,15	14,96
	prognoza	73,71	75,11	73,52	72,02	16,26	15,80	15,46	15,27
	max 0.8	73,72	75,13	73,53	72,03	16,38	15,88	15,56	15,37
	błąd prognozy	-0,24	0,50	-0,43	0,21	-0,69	-0,04	-0,51	-0,85
2016	rzeczywiste	73,83	76,02	73,75	72,56	15,86	16,06	15,20	14,57
	min 0.8	73,74	75,11	73,55	72,06	15,97	15,50	15,15	14,96
	prognoza	73,75	75,14	73,56	72,06	16,27	15,81	15,46	15,27
	max 0.8	73,75	75,17	73,57	72,07	16,38	15,88	15,56	15,37
	błąd prognozy	0,08	0,88	0,19	0,50	-0,41	0,25	-0,26	-0,70
2017	rzeczywiste	73,85	75,97	73,76	72,55	15,79	16,06	15,20	14,43
	min 0.8	73,77	75,14	73,58	72,09	15,97	15,50	15,15	14,96
	prognoza	73,78	75,17	73,59	72,09	16,27	15,81	15,46	15,27
	max 0.8	73,78	75,19	73,60	72,10	16,38	15,88	15,56	15,37
	błąd prognozy	0,07	0,80	0,17	0,46	-0,48	0,25	-0,26	-0,84
2018	rzeczywiste	73,75	76,02	73,83	72,72	15,70	16,09	15,35	14,53
	min 0.8	73,79	75,16	73,60	72,11	15,97	15,50	15,15	14,96
	prognoza	73,80	75,19	73,61	72,11	16,27	15,81	15,46	15,27
	max 0.8	73,80	75,21	73,62	72,12	16,38	15,89	15,56	15,37
	błąd prognozy	-0,05	0,83	0,22	0,61	-0,57	0,28	-0,11	-0,74

Tabela 5.34 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_DTW_e0 kobiety				Boonen-Li_DTW_e65 kobiety			
		POL	CZE	SVK	HUN	POL	CZE	SVK	HUN
2011	rzeczywiste	80,75	80,86	79,66	78,48	19,49	18,94	18,27	17,99
	min 0.8	81,50	83,24	80,91	79,81	19,63	19,09	20,74	19,83
	prognoza	81,51	83,34	80,92	79,82	19,76	19,20	20,88	19,92
	max 0.8	81,52	83,45	80,93	79,83	20,01	19,46	21,11	20,20
	błąd prognozy	-0,76	-2,48	-1,26	-1,34	-0,27	-0,26	-2,61	-1,93

2012	rzeczywiste	80,77	80,98	79,76	78,62	19,48	19,02	18,33	17,99
	min 0.8	81,63	83,35	81,04	79,95	19,78	19,24	20,97	20,02
	prognoza	81,64	83,45	81,05	79,96	19,90	19,34	21,09	20,11
	max 0.8	81,65	83,57	81,06	79,97	20,16	19,60	21,33	20,39
	błąd prognozy	-0,87	-2,47	-1,29	-1,34	-0,42	-0,32	-2,76	-2,12
2013	rzeczywiste	80,92	81,15	79,99	79,00	19,55	19,10	18,60	18,23
	min 0.8	81,73	83,44	81,14	80,05	19,83	19,29	21,02	20,08
	prognoza	81,74	83,53	81,15	80,06	19,96	19,39	21,16	20,17
	max 0.8	81,75	83,65	81,15	80,07	20,21	19,65	21,39	20,45
	błąd prognozy	-0,82	-2,38	-1,16	-1,06	-0,41	-0,29	-2,56	-1,94
2014	rzeczywiste	81,40	81,72	80,32	79,23	19,95	19,57	18,85	18,39
	min 0.8	81,80	83,50	81,20	80,12	19,85	19,31	21,02	20,09
	prognoza	81,81	83,59	81,21	80,13	19,98	19,41	21,16	20,18
	max 0.8	81,82	83,71	81,22	80,14	20,23	19,67	21,39	20,46
	błąd prognozy	-0,41	-1,87	-0,89	-0,90	-0,03	0,16	-2,31	-1,79
2015	rzeczywiste	81,31	81,46	80,11	78,87	19,77	19,28	18,68	18,09
	min 0.8	81,85	83,54	81,25	80,17	19,86	19,32	21,01	20,08
	prognoza	81,86	83,64	81,26	80,18	19,98	19,42	21,14	20,17
	max 0.8	81,87	83,76	81,27	80,19	20,24	19,68	21,37	20,45
	błąd prognozy	-0,55	-2,18	-1,15	-1,31	-0,21	-0,14	-2,46	-2,08
2016	rzeczywiste	81,72	81,86	80,55	79,57	20,13	19,74	19,02	18,57
	min 0.8	81,89	83,57	81,29	80,21	19,86	19,32	20,97	20,06
	prognoza	81,90	83,67	81,30	80,22	19,99	19,42	21,11	20,16
	max 0.8	81,90	83,79	81,31	80,23	20,24	19,68	21,34	20,43
	błąd prognozy	-0,18	-1,81	-0,75	-0,65	0,14	0,32	-2,09	-1,59
2017	rzeczywiste	81,54	81,84	80,58	79,27	19,93	19,62	18,99	18,28
	min 0.8	81,91	83,60	81,31	80,24	19,86	19,32	20,95	20,04
	prognoza	81,92	83,69	81,32	80,25	19,99	19,42	21,08	20,14
	max 0.8	81,93	83,81	81,33	80,26	20,24	19,68	21,31	20,42
	błąd prognozy	-0,38	-1,85	-0,74	-0,98	-0,06	0,20	-2,09	-1,86
2018	rzeczywiste	81,48	81,87	80,60	79,53	19,90	19,71	19,08	18,43
	min 0.8	81,93	83,62	81,33	80,26	19,86	19,32	20,91	20,03
	prognoza	81,94	83,71	81,34	80,27	19,99	19,42	21,04	20,12
	max 0.8	81,95	83,83	81,35	80,28	20,24	19,68	21,28	20,40
	błąd prognozy	-0,46	-1,84	-0,74	-0,74	-0,09	0,29	-1,96	-1,69

Tabela 5.35 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

Jak zobrazowano w tabelach 5.34 i 5.35 wykorzystanie grupowania państw za pomocą metody PAM-DTW, połączone z użyciem modeli umieralności Boonen-Li, przynosi następującymi konkluzjami:

- Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli Boonen-Li_DTW_e0 pozwala na wyznaczenie prognoz ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego zbliżonych do wartości rzeczywistych W całym analizowanym okresie, średni poziom niedoszacowania prognoz wynosi dla Czech i Węgier odpowiednio 0,473 roku i 0,194 roku. W przypadku Polski i Słowacji przeszacowanie wynosi 0,298 roku oraz 0,283 roku (zob. tab. 5.36)
- W odniesieniu do prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Boonen-Li_DTW_e0 jakie otrzymujemy dla populacji kobiet z krajów wyszehradzkich zauważamy, że są one we wszystkich przypadkach przeszacowane. Przeszacowanie prognoz w odniesieniu do

populacji Polski, Czech, Słowacji i Węgier wynosi odpowiednio 0,554 roku, 2,110 roku, 0,998 roku oraz 1,041 roku (zob. tab. 5.36).

- Dla grupy wiekowej e65, średni poziom przeszacowania prognoz dla mężczyzn w okresie, który analizujemy wynosi 0,660 roku dla Polski, 0,499 roku dla Słowacji oraz 0,815 roku dla Węgier. W przypadku Czech obserwujemy niedoszacowanie prognoz wysokości 0,038 roku (zob. tab. 5.37). Natomiast dla kobiet z grupy wiekowej e65, średnie przeszacowanie prognoz kształtuje się na poziomie 0,168 roku dla Polki; 0,007 roku dla Czech; 2,353 roku dla Słowacji oraz 1,877 roku dla Węgier (zob. tab. 5.37).

Analiza błędów ex post

Badanie możliwości wykorzystania modeli wielopopulacyjnych w modelowaniu RD kończymy analizą błędów prognoz ODDTŻ, jakie za ich pomocą otrzymujemy dla krajów z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej. Prezentując odpowiednie wartości błędów uwzględniamy podział krajów, otrzymany w wyniku, dokonanego w rozdziale II, przeglądu literatury. Ponadto zaznaczamy, że zarówno kraje przypisane do modelu wyszehradzkiego jak i bałtyckiego zostały przypisane za pomocą metody PAM-DTW do jednej grupy krajów DTW IV. Wyniki błędów prognoz ex-post, otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli e0 i e65, prezentujemy odpowiednio w tabelach 5.36 oraz 5.37. W każdej z tabel przedstawiamy również wartości błędów prognoz wyznaczonych za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera. Ponadto pogrubioną czcionką zaznaczamy ujemne wartości błędów ME, gdyż odnoszą się one do przeszacowania prognoz a tym samym do wyeliminowania RD.

	Błąd ME mężczyźni					Błąd ME kobiety					Błąd MAPE mężczyźni					Błąd MAPE kobiety				
	LCe0	LLe0	BLe0	LLe0 DTW	BLe0 DTW	LCe0	LLe0	BLe0	LLe0 DTW	BLe0 DTW	LCe0	LLe0	BLe0	LLe0 DTW	BLe0 DTW	LCe0	LLe0	BLe0	LLe0 DTW	BLe0 DTW
Model Wyszehradzki																				
POL	2,384	0,181	-0,460	0,166	-0,298	0,676	0,087	-0,615	0,096	-0,554	3,247	0,291	0,629	0,283	0,464	0,831	0,229	0,757	0,240	0,683
CZE	1,235	0,285	0,483	0,201	0,473	0,893	0,240	-0,323	0,214	-2,110	1,634	0,377	0,639	0,266	0,643	1,095	0,294	0,401	0,262	2,592
SVK	3,546	0,581	-0,444	0,557	-0,283	1,303	0,188	-1,084	0,141	-0,998	4,842	0,793	0,609	0,761	0,588	1,624	0,267	1,351	0,247	1,245
HUN	5,082	0,776	0,075	0,479	0,194	0,457	0,233	-1,061	-0,033	-1,041	7,039	1,075	0,282	0,664	0,520	0,578	0,310	1,342	0,247	1,318
Model Bałtycki																				
EST	4,016	1,143	5,061	1,121	4,109	0,824	0,472	2,608	0,952	2,813	5,512	1,567	6,951	1,532	5,638	1,007	0,579	3,187	1,164	3,440
LTU	5,248	1,648	1,856	0,957	0,594	1,607	0,504	1,152	0,377	0,833	7,551	2,358	2,865	1,371	1,236	2,011	0,630	1,440	0,472	1,041
LVA	4,647	1,328	3,226	0,596	2,061	2,034	0,719	1,898	0,465	1,211	6,692	1,911	4,644	0,858	2,966	2,569	0,907	2,395	0,588	1,529

Tabela 5.36 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów OECD z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e0 oraz wielopopulacyjnych modeli e0, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW.

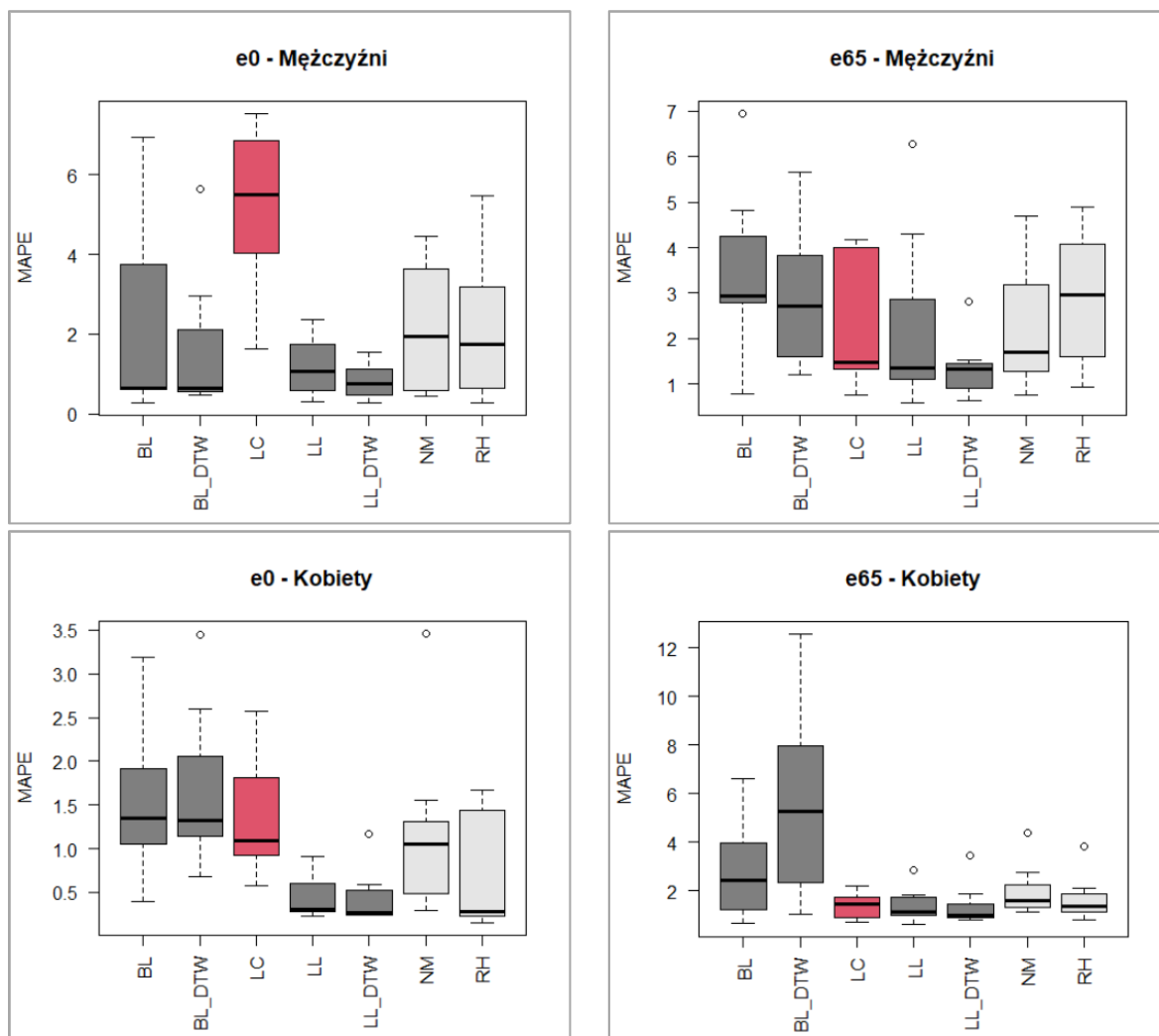
	Błąd ME mężczyźni					Błąd ME kobiety					Błąd MAPE mężczyźni					Błąd MAPE kobiety				
	LC e65	LL e65	BL e65	LL e65 DTW	BL e65 DTW	LC e65	LL e65	BL e65	LL e65 DTW	BL e65 DTW	LC e65	LL e65	BL e65	LL e65 DTW	BL e65 DTW	LC e65	LL e65	BL e65	LL e65 DTW	BL e65 DTW
Model Wyszehradzki																				
POL	0,037	0,129	-0,570	0,145	-0,660	-0,076	0,147	-0,598	0,149	-0,168	0,771	1,077	3,661	1,155	4,257	0,842	0,916	3,024	0,952	1,037
CZE	-0,224	-0,036	-0,110	-0,056	0,038	-0,033	0,202	-0,468	0,189	-0,007	1,409	0,581	0,790	0,636	1,207	0,684	1,039	2,422	0,973	1,270
SVK	0,625	0,202	-0,719	0,206	-0,499	0,415	0,210	-0,922	0,188	-2,353	4,171	1,357	4,830	1,386	3,379	2,208	1,125	4,923	1,013	12,590
HUN	0,128	-0,110	-1,003	-0,161	-0,815	-0,154	-0,280	-1,208	-0,334	-1,877	1,252	1,445	6,957	1,520	5,662	0,912	1,595	6,619	1,854	10,297
Model Bałtycki																				
EST	0,621	0,953	0,430	0,428	0,386	0,327	0,569	-0,117	0,692	-1,050	4,094	6,270	2,824	2,822	2,704	1,628	2,827	0,630	3,439	5,236
LTU	0,209	0,158	-0,389	0,034	-0,185	0,278	0,099	-0,156	-0,047	-1,075	1,467	1,117	2,764	0,684	1,526	1,450	0,591	0,950	0,836	5,627
LVA	0,540	0,596	0,376	-0,026	0,122	0,343	0,337	-0,266	-0,005	-0,620	3,894	4,293	2,935	1,339	1,695	1,839	1,809	1,436	0,810	3,341

Tabela 5.37 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów OECD z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e65 oraz wielopopulacyjnych modeli e65, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW.

Analiza błędów MAPE

Poniżej przedstawiamy analizę średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE), których wartości, otrzymane za pomocą poszczególnych wielopopulacyjnych modeli umieralności oraz za pomocą modelu Lee-Cartera, zamieszczamy w tabelach 5.36 oraz 5.27. Analiza ta służy podobnie jak w przypadku 19-stu wysokorozwiniętych krajów członkowskich OECD weryfikacji postawionej przez nas hipotezy pomocniczej H1.

Rysunek 5.2 przedstawia wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności. Wartości tych błędów są podane w tabelach 5.36 i 5.37



Rysunek 5.2 Wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności

W tabeli 5.36 prezentujemy wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania testu U Manna-Whitneya do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego

modelu wielopopulacyjnego. Test ten stosujemy w analogiczny sposób, jak w przypadku analizy prowadzonej dla 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD. Na tej podstawie stwierdzamy, że w przypadku badanych 7-miu krajów z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, zastosowanie modeli wielopopulacyjnych przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ. W odniesieniu do prognoz dla mężczyzn z grupy wiekowej e0 dostrzegamy poprawę występującą w wyniku zastosowania zarówno modelu LL jak i BL. Poprawa występuje zarówno w przypadku prognoz ODDTŻ, wyznaczonych w obrębie grup krajów wyłonionych na podstawie przeglądu literatury jak również wyznaczonych za pomocą metody PAM-DTW. W odniesieniu do grupy wiekowej e0 kobiet poprawę mierzoną mniejszym błędem MAPE dostrzegamy przy zastosowaniu modeli LL i LL_DTW. Natomiast w odniesieniu do grupy wiekowej e65 stwierdzamy, że zauważalna poprawa występuje jedynie dla mężczyzn w wyniku zastosowania modelu LL_DTW. Stwierdzamy również, że zastosowanie pozostałych modeli wielopopulacyjnych nie przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ dla grupy wiekowej e65 zarówno dla kobiet jak i dla mężczyzn.

Model	e0-Mężczyźni	e65-Mężczyźni	e0-Kobiety	e65-Kobiety
LL	0.0012	0.3552	0.0035	0.5492
LL_DTW	0.0003	0.0825	0.0055	0.5000
BL	0.0189	0.8086	0.5976	0.8957
BL_DTW	0.0055	0.8086	0.7721	0.9869

Tabela 5.38 Wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania testu U Manna-Whitneya do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego w przypadku badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej

5.3 Podsumowanie

W niniejszym rozdziale koncentrujemy się wokół prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia wyznaczonych za pomocą trzech różnych jednopopulacyjnych oraz dwóch wielopopulacyjnych stochastycznych modeli umieralności. Prognozy te dotyczą kobiet i mężczyzn żyjących na obszarze każdego z 26 badanych przez nas krajów członkowskich OECD i są podzielone na dwie grupy wiekowe: grupę e0 oraz grupę e65. Prowadzona przez nas analiza oraz sposób prezentacji otrzymanych wyników zostały oparte o grupy krajów wyłonione na podstawie przeglądu literatury zakresu modeli państwa opiekuńczego, który przeprowadzamy w rozdziale II. Ponadto wyznaczając prognozy ODDTŻ za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności wykorzystujemy do ich oszacowania podział badanych krajów na grupy powstałe na podstawie przeglądu literatury oraz wyznaczone za pomocą metody PAM-DTW, które oznaczamy kolorami odpowiadającymi poszczególnym grupom państw przedstawionym w tabeli 4.4.

Prognozy ODDTŻ wyznaczone w trakcie prowadzonych przez nas badań, których wartości prezentujemy w niniejszym rozdziale, wykorzystujemy przede wszystkim do oszacowania finansowych skutków, wynikających z wystąpienia RD spowodowanego niedoszacowaniem prognoz. Jednak prowadzone przez nas badania mają również na celu zweryfikowanie hipotezy pomocniczej H1, której stawiamy tezę, że

Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia, otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności, są obarczone mniejszym błędem w porównaniu z analogicznymi prognozami uzyskanymi za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera.

Dlatego w pierwszej kolejności wyznaczamy prognozy ODDTŻ za pomocą modelu umieralności Lee-Cartera. Następnie wykorzystujemy model Ranshaw-Habermana, stanowiący modyfikację modelu Lee-Cartera, która uwzględnia efekt kohortowy. Posługujemy się również modelem bazującym na opracowanej przez nas w środowisku „R” autorskiej procedurze obliczeniowej, pozwalającej na wyznaczenie prognoz ODDTŻ, w oparciu o koncepcję przedstawioną przez Niu i Melenberga, polegającą na włączeniu do procesu prognostycznego zarówno czynnika demograficznego jak i czynnika gospodarczego. W kontekście RD, stanowiącego główny przedmiot prowadzonych przez nas badań, kluczowe staje się znalezienie odpowiedzi na pytanie czy zastosowanie jednopopulacyjnych modeli umieralności prowadzi do ograniczenia RD. Zatem na podstawie prognoz wyznaczonych za pomocą jednopopulacyjnych modeli umieralności przedstawionych w niniejszym rozdziale stwierdzamy, że:

- Prognozy ODDTŻ wyznaczone za pomocą modelu Lee-Cartera w większości badanych przypadków są niedoszacowanie co powoduje wystąpienie RD. Natomiast w grupie wiekowej e_0 są one przeszacowane w 2 z 26 badanych krajach dla mężczyzn oraz 12 z 26 badanych krajach dla kobiet (zob. tab. 5.7 oraz tab. 5.15). W odniesieniu do grupy wiekowej e_{65} są one przeszacowane w 6 przypadkach dla mężczyzn oraz w 19-stu przypadkach dla kobiet (zob. tab. 5.8 oraz tab. 5.16). Zwracamy uwagę, że zdecydowana większość przeszacowanych prognoz ODDTŻ dotyczy grupy 19-stu wysokorozwiniętych krajów członkowskich OECD, natomiast w grupie krajów z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej w dużej mierze otrzymujemy niedoszacowane prognozy.
- Wykorzystanie modelu Ranshaw-Habermana przeszacowane prognozy w 20 przypadkach dla kobiet i 14 przypadkach dla mężczyzn z grupy wiekowej e_0 (zob. tab. 5.7 oraz tab. 5.15). Przeszacowanie prognoz obserwujemy również w 17 badanych

krajach dla mężczyzn oraz 20-stu krajach dla kobiet z grupy wiekowej e65 (zob. tab. 5.8 oraz tab. 5.16).

- Znaczący wpływ na ograniczenie występowania RD ma wykorzystanie w procesie prognostycznym modelu Niu-Melenberga, gdyż prognozy otrzymane za jego pomocą są przeszacowane w 18-stu przypadkach dla kobiet oraz 16-stu przypadkach dla mężczyzn z grupy wiekowej e0 (zob. tab. 5.7 oraz tab. 5.15). Oraz w zdecydowanej większości przypadków dla mężczyzn i kobiet z grupy wiekowej e65 (zob. tab. 5.8 oraz tab. 5.16).
- W odniesieniu do prognoz ODDTŻ, jakie otrzymujemy z wykorzystaniem wielopopulacyjnych modeli umieralności, zwracamy szczególną uwagę na precyzję prognoz mierzoną za pomocą średniego absolutnego błędu procentowego MAPE. Na podstawie wyników błędów MAPE, stwierdzamy, że zastosowanie wielopopulacyjnego modelu umieralności Li-Lee, w obrębie grup państw wyznaczonych na podstawie przeglądu literatury, zaowocowało uzyskaniem poprawy dokładności prognoz ODDTŻ dla grupy wiekowej e0, w 17-stu przypadkach dla kobiet oraz 14-stu przypadkach dla mężczyzn. Zauważamy również, że zastosowanie modelu Boonen-Li przynosi poprawę precyzji prognoz mierzoną błędem MAPE dla oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla grupy wiekowej e0, w 10 przypadkach dla mężczyzn oraz 6-ciu przypadkach dla kobiet. Poprawa dokładności prognoz dla grupy wiekowej e65 następuje przy wykorzystaniu modelu Li-Lee w 6-ciu przypadkach dla populacji mężczyzn oraz 12-stu przypadkach dla populacji kobiet. Natomiast wykorzystanie wielopopulacyjnego modelu Boonen-Li pozwala na poprawę dokładności prognoz w jednym przypadku dla mężczyzn i w dwóch przypadkach dla kobiet.

Prognozy ODDTŻ, zaprezentowane w tym rozdziale, stanowią podstawę do oszacowania wielkości kosztów ryzyka długowieczności, jakie występuje w poszczególnych badanych przez nas krajach członkowskich OECD. Jednak kluczowym wnioskiem jaki wyciągamy na podstawie analizy przeprowadzonej w niniejszym rozdziale jest częściowe potwierdzenie postawionej przez nas hipotezy H1. Hipoteza, w której stwierdzamy, że prognozy ODDTŻ otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności są obarczone mniejszym błędem niż prognozy otrzymane za pomocą modelu Lee-Cartera została potwierdzona za pomocą testu U Manna-Whitneya dla grupy wiekowej e0 mężczyzn i kobiet z badanych krajów z obszaru Europy środkowej i wschodniej. Natomiast została ona odrzucona dla pozostałych badanych krajów.

ROZDZIAŁ VI

KOSZTY RYZYKA DŁUGOWIECZNOŚCI

W niniejszym rozdziale analizujemy finansowe konsekwencje ryzyka długowieczności. Uwagę skupiamy na dwóch kategoriach strumieni wydatków publicznych, biorąc pod uwagę ich zróżnicowanie ze względu na grupy wiekowe. Pierwszą kategorią są wydatki ponoszone z tytułu wypłaty świadczeń emerytalnych, drugą wydatki związane z zapewnieniem opieki zdrowotnej osobom starszym. Proces szacowania skutków RD dla wskazanych kategorii wydatkowych, opieramy o prognozy współczynników umieralności, otrzymane za pomocą tych samych stochastycznych modeli umieralności, które zostały wykorzystane do wyznaczenia prognoz ODDTŻ, przedstawionych w rozdziale piątym. Ponieważ za pomocą współczynników umieralności wyznaczana jest ODDTŻ, więc błędy w ich prognozach w sposób jednoznaczny determinują błąd prognozy ODDTŻ. Biorąc to pod uwagę, w niniejszym rozdziale, uzyskane wyniki dotyczące oszacowań finansowych skutków RD odnosimy do niedoszacowania prognoz ODDTŻ. Dodatkowo, w prowadzonej analizie jako punkt odniesienia stanowi dla nas powszechnie stosowany przez instytucje statystyczne oraz bardzo dobrze opisany w literaturze model Lee-Cartera.

Szósty rozdział rozpoczynamy od dokładnego opisu, przedstawionej powyżej w zarysie, procedury szacowania finansowych skutków RD, na przykładzie krajów należących do modelu skandynawskiego oraz modelu wyszehradzkiego. Następnie w sposób syntetyczny prezentujemy i analizujemy koszty związane z RD dla wszystkich badanych krajów. Ponadto w toku prowadzonych analiz wprowadzamy Miernik d_1^* , który wskazuje na dokładność oszacowań finansowych skutków RD uzyskanych na podstawie modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych w ramach danego modelu państwa opiekuńczego. Zamieszczamy również wykresy pudełkowe rozkładu miernika d_1^* .

6.1 Procedura szacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności na przykładzie modelu skandynawskiego oraz modelu wyszehradzkiego

Zgodnie z działaniami, jakie podejmujemy w rozdziale drugim, przyjmujemy, że w danym roczniku, inaczej nazywanym kohortą, średnia długość życia będzie dłuższa, niż oczekiwano. Ryzyko to wynika głównie z niewłaściwego oszacowania przyszłego trendu współczynnika umieralności. Aby zaprezentować ustaloną procedurę szacowania jego finansowych skutków oraz otrzymane, w wyniku badań wnioski, posługujemy się przykładem sytuacji demograficznej jaka miała miejsce w 2013 roku oraz dwoma reprezentatywnymi

modelami państwa opiekuńczego: modelem skandynawskim oraz modelem wyszehradzkim. Punkt wyjścia stanowi dla nas poziom publicznych wydatków emerytalnych w relacji do PKB oraz poziom publicznych wydatków zdrowotnych, również w relacji do PKB, które przedstawiamy w rozdziale trzecim, odpowiednio w tabelach 3.2 i 3.3.

W kilku następujących zdaniach chcemy uzasadnić wybór reprezentatywnego roku 2013 do analizy finansowych skutków RD. Po pierwsze, analiza ex-post, jaką przeprowadzamy, zarówno w przypadku prognoz ODDTŻ, jak i wynikających z niedoszacowania tych prognoz, finansowych skutków, obejmuje lata 2011-2018. Jest to okres prognostyczny, stanowiący kompromis zapewniający rzetelność, otrzymanych prognoz zarówno w przypadku zmiennych gospodarczych jak i demograficznych (zob. 4.2.3). Wskazane lata to okres, w którym w większości badanych przez nas państw, panowała względna stabilizacja gospodarcza i epidemiologiczna. Wybrany przedział przypada na okres po globalnym kryzysie finansowym z roku 2008, związanym z upadkiem banku „Lehman Brothers”, a wybuchem pandemii wirusa Sars-CoV-2, która znacząco wpłynęła na zmianę trendów umieralności. Po drugie, ważną przesłanką jest dostępność danych, dotyczących wydatków emerytalnych oraz zdrowotnych, których źródłem dla poszczególnych grup wiekowych jest baza danych OECD. W przypadku wydatków zdrowotnych są to dane OECD, uzupełnione o wartości opublikowane przez Komisję Europejską, dla których szczegółowe szacunki są dostępne dla roku 2013. Zdecydowaliśmy o wykonaniu gruntownej analizy kosztów RD w 2013 roku, odzwierciedlając przepływ strumieni finansowych w sposób, który jest w naszym przekonaniu najbardziej zbliżony do rzeczywistości. Wartości wydatków emerytalnych wyrażonych w relacji do PKB, które są przypisane do poszczególnych grup wiekowych, publikowane są w formie następujących, pięcioletnich, przedziałów wiekowych: do 54 roku; 55-59 lat, 60-64 lata, 65-69 lat, 70-74 lat, 75 i więcej lat. Ich szczegółowe wartości dla poszczególnych przedziałów wiekowych w 2013 roku podajemy w tabeli 3.2. Natomiast dane dotyczące wysokości publicznych wydatków zdrowotnych w relacji do PKB, dostępne dla 5-cio letnich przedziałów wiekowych, podane są w taki sposób, że ostatni pięcioletni przedział obejmuje osoby w wieku 80-84 lata, a wydatki dotyczące osób w wieku powyżej 85 lat, publikowane są w sposób zbiorczy. Szczegółowe wartości publicznych wydatków zdrowotnych w 2013 roku, przypisanych do grup wiekowych, podajemy w tabeli 3.3.

Według danych ONZ w 2013 roku, we wszystkich krajach należących do modelu skandynawskiego, ogólna liczba zgonów wśród osób w wieku powyżej 60 lat wyniosła 211 787, w tym około 53% kobiet a około 47% mężczyzn. Ta sytuacja wynika zarówno z liczebności populacji poszczególnych płci oraz z różnic w oczekiwanej długości życia kobiet i

mężczyzn. Podobna sytuacja ma miejsce w grupie krajów modelu wyszehradzkiego, gdzie liczba wszystkich zgonów w 2013 roku obejmuje 558 714 osób, 53% to kobiety a 47% mężczyźni. Jednak dla prowadzonych przez nas badań, zasadnicze znaczenie ma różnica między rzeczywistą a prognozowaną liczbą zgonów dla danego kraju w danej grupie wiekowej. Rzeczywistą liczbę zgonów ustalamy na podstawie danych ONZ [www2]. Natomiast, prognozy liczby zgonów otrzymujemy na podstawie prognoz wskaźników umieralności dla odpowiednich lat, otrzymanych z wykorzystaniem oszacowanych stochastycznych modeli umieralności wskazanych w rozdziale czwartym (tab. 4.5 i 4.6). Ujemna różnica wskazuje na przeszacowanie liczby zgonów, które jest związane z niedoszacowaniem prognoz oczekiwanego dalszego trwania życia, czyli wystąpieniem RD.

W tabeli 6.1 przedstawiamy przeszacowane liczby zgonów w 2013 roku (dla mężczyzn i kobiet), dla krajów modelu skandynawskiego i krajów modelu wyszehradzkiego, wynikające z prognoz wskaźników umieralności, wyznaczonych za pomocą odpowiednich modeli umieralności Lee-Cartera (LCe0). Wyniki prezentujemy wedle następującej konwencji:

- *max*, oznacza przeszacowaną liczbę zgonów otrzymaną na podstawie górnych granic prognoz przedziałowych współczynników umieralności (na poziomie ufności 0,80). Determinują one dolną granicę prognozy przedziałowej ODDTŻ.
- *prognoza*, oznacza przeszacowaną liczbę zgonów otrzymaną na podstawie prognoz punktowych współczynników umieralności. Determinują one prognozy punktowe ODDTŻ.
- *min*, oznacza przeszacowaną liczbę zgonów otrzymaną na podstawie dolnych granic prognoz przedziałowych współczynników umieralności (na poziomie ufności 0,80). Determinują one górną granicę prognozy przedziałowej ODDTŻ.
- symbol „-”, oznacza, że w danym przedziale wiekowym nie odnotowano przeszacowania liczby zgonów.

Przeszacowana liczba zgonów w 2013 roku – modele Lee-Carter_e0							
Model Skandynawski				Model Wyszehradzki			
		80-84	75-79	75-79	80-84	65-69	70-74
Kraj		Kobiety	Mężczyźni	Kraj	Kobiety	Mężczyźni	
max	SWE	1,83	1,56	POL	15,12	-	- 10,49
prognoza	SWE	0,74	0,62	POL	-	11,6	- 7,97
min	SWE	-	-	POL	-	8,61	- 6,01
max	NOR	1,26	1,02	CZE	3,41	-	- 2,42
prognoza	NOR	0,68	0,59	CZE	-	1,9	- 1,33
min	NOR	0,11	0,1	CZE	-	0,32	- 0,23

max	FIN	1,86	1,33	HUN	9,56	-	8,42	-
prognoza	FIN	0,56	0,4	HUN	9,09	-	7,82	-
min	FIN	-	-	HUN	7,31	-	6,51	-
max	DNK	1,58	1,44	SVK	2,86	-	2,71	-
prognoza	DNK	0,93	0,85	SVK	2,27	-	2,12	-
min	DNK	0,2	0,19	SVK	1,87	-	-	1,67

Tabela 6.1 Przeszacowana liczba zgonów dla 2013 roku, wyznaczona z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0, dla krajów modelu skandynawskiego i wyszehradzkiego (w tysiącach)

Źródło: Opracowanie własne

Stosując dotychczas opisane podejście, określamy granice przedziału w jakim mieści się liczba zgonów wynikająca z błędnego określenia przyszłego trendu umieralności dla przedstawicieli obu płci łącznie. Otrzymujemy następujące wyniki:

- dla krajów modelu skandynawskiego:
 - Szwecja: 1360 - 3390,
 - Norwegia: 210 - 2280,
 - Finlandia: 960 - 3190,
 - Dania: 390 - 3020.
- dla krajów modelu wyszehradzkiego:
 - Polska: 14620 - 25610,
 - Czechy: 560 - 5820,
 - Węgry: 13820 - 17980,
 - Słowacja: 3540 - 5570.

W kolejnym kroku ustalamy kwotę wydatków przypadającą na jedną osobę z danego przedziału wiekowego. Obliczenia przeprowadzamy dla każdej płci z osobna, na podstawie wielkości strumieni wydatków emerytalnych w relacji do PKB, przypisanych do konkretnych grup wiekowych, wskazanych w tabeli 3.4 oraz strumieni wydatków zdrowotnych, przedstawionych w tabeli 3.3. Ostatecznie, znając te kwoty oraz przeszacowane liczby zgonów, określamy wielkość finansowych skutków RD w relacji do PKB.

W tabeli 6.2 prezentujemy oceny finansowych skutków RD dla poszczególnych krajów modelu skandynawskiego i krajów modelu wyszehradzkiego, uzyskane z wykorzystaniem odpowiednich modeli Lee-Carter_e0 (na podstawie przeszacowanej liczby zgonów z tabeli 6.1). Wynika z nich, że problemy RD w mniejszym stopniu dotyczą kraje modelu skandynawskiego niż wyszehradzkiego. Jest to oczywiście związane z tym, że prognozy ODDTŻ, jakie wyznaczamy dla krajów skandynawskich, są w większości przypadków zdecydowanie bardziej zbliżone do wartości rzeczywistych niż prognozy uzyskane dla krajów modelu wyszehradzkiego.

	Model Skandynawski			Model Wyszehradzki				
	Kraj	Kobiety	Mężczyźni	Kraj	Kobiety		Mężczyźni	
		80-84	75-79		75-79	80-84	65-69	70-74
Max prognoza Max	SWE	0,0107	0,0089	POL	0,0275	-	-	0,0261
	SWE	0,0044	0,0035	POL	-	0,0211	-	0,0198
	SWE	-	-	POL	-	0,0157	-	0,0149
Max prognoza Min	NOR	0,0136	0,0108	CZE	0,0191	-	-	0,0144
	NOR	0,0074	0,0062	CZE	-	0,0107	-	0,0080
	NOR	0,0012	0,0010	CZE	-	0,0018	-	0,0014
Max prognoza Min	FIN	0,0220	0,0155	HUN	0,0583	-	0,0441	-
	FIN	0,0067	0,0046	HUN	0,0554	-	0,0410	-
	FIN	-	-	HUN	0,0446	-	0,0341	-
Max prognoza Min	DNK	0,0167	0,0149	SVK	0,0319	-	0,0229	-
	DNK	0,0098	0,0088	SVK	0,0253	-	0,0179	-
	DNK	0,0021	0,0019	SVK	0,0208	-	-	0,0199

Tabela 6.2 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla krajów modelu skandynawskiego i wyszehradzkiego w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0

Źródło: Opracowanie własne

Publiczne wydatki emerytalne w 2013 roku, wyrażone w relacji do PKB, w krajach modelu skandynawskiego kształtują się na podobnym poziomie jak w krajach modelu wyszehradzkiego i wynoszą średnio 9,94% oraz 9,58%. Jednocześnie poziom publicznych wydatków związanych z nakładami ponoszonymi z tytułu ochrony zdrowia, w modelu skandynawskim, wynoszą przeciętnie 8,26% PKB, natomiast w krajach modelu wyszehradzkiego stanowią one średnio zaledwie 5,33% PKB. Pomimo zróżnicowania poziomu wymienionych kategorii wydatków w relacji do PKB, jakie występują pomiędzy dwoma analizowanymi grupami krajów stwierdzamy, że rozmiar kosztów wynikających z zaistnienia RD w krajach skandynawskich jest relatywnie mniejszy niż w krajach modelu wyszehradzkiego. Wynika to z faktu, że wzrost ODDTŻ w krajach modelu skandynawskiego jest wolniejszy niż w krajach modelu wyszehradzkiego. W konsekwencji, w krajach skandynawskich nakłady na systemy emerytalne i opiekę zdrowotną rosną wolniej niż w krajach modelu wyszehradzkiego. Uważamy, że w kolejnych latach wykraczających poza badany przez nas zakres lat, wielkość kosztów wynikających z zaistnienia RD będzie się w dalszym ciągu zwiększać w obu grupach krajów. Naszą tezę stawiamy biorąc pod uwagę:

- trendy demograficzne i zmiany w strukturze wiekowej społeczeństwa, zaprezentowanych w rozdziale pierwszym,
- prognozy ODDTŻ, przedstawione w rozdziale piątym i załączniku nr 1,
- wielkości kosztów ryzyka długowieczności przedstawionych w tabelach 6.6, 6.7 oraz w załączniku nr 2.

Jednakże, w krajach modelu skandynawskiego wzrost ten będzie prawdopodobnie łagodniejszy niż w krajach modelu wyszehradzkiego.

Pomocna w wyjaśnieniu zaistniałych różnic pomiędzy państwami modelu wyszehradzkiego i skandynawskiego wynikających z wielkości kosztów ryzyka długowieczności związanych z kosztami wypłaty świadczeń emerytalnych jest publikacja OECD Pensions Outlook 2020 (OECD 2020). Na jej podstawie, wnioskujemy, że kraje skandynawskie mają tendencję do stosowania bardziej liberalnych systemów emerytalnych, które opierają się na indywidualnych kontach emerytalnych. Takie systemy są bardziej odporne na wzrost ODDTŻ, ponieważ osoby pracujące mają większą kontrolę nad swoimi oszczędnościami emerytalnymi. Jednocześnie na podstawie raportu danych zawartych w raporcie Health at a Glance (2022) wnioskujemy, że kraje skandynawskie mają również tendencję do stosowania bardziej efektywnych systemów opieki zdrowotnej. Takie systemy są w stanie ograniczyć wzrost kosztów opieki zdrowotnej, nawet w przypadku starzejącego się społeczeństwa. Tezę tę potwierdzają autorzy opracowania Nordic Medico-Statistical Committee (2017).

Podsumowując, wielkość kosztów wynikających z zaistnienia RD jest mniejsza w przypadku krajów modelu skandynawskiego niż w przypadku krajów modelu wyszehradzkiego. Jest to spowodowane kilkoma czynnikami, w tym wolniejszym wzrostem ODDTŻ, bardziej liberalnymi systemami emerytalnymi oraz bardziej efektywnymi systemami opieki zdrowotnej. Po przeprowadzeniu analizy potencjalnych kosztów wynikających z zaistnienia ryzyka długowieczności w 2013 roku, powstałego w wyniku niedoszacowania ODDTŻ dla populacji w chwili narodzin, z wykorzystaniem prognoz wyznaczonych za pomocą modelu Lee-Cartera, dostrzegamy ich duże zróżnicowanie. Na podstawie prognoz ODDTŻ, jakie wykonujemy dla 2013 roku, finansowe konsekwencje dla krajów modelu skandynawskiego, powstałe w wyniku ich niedoszacowania, określamy sumarycznie dla obu płci. Mieszczą się one w następujących przedziałach:

- Szwecja: od 0,008% do 0,020% PKB,
- Norwegia: od 0,002 do 0,024% PKB,
- Finlandia: od 0,011 do 0,038% PKB,
- Dania: od 0,004 do 0,032% PKB.

W krajach modelu wyszehradzkiego ze względu na o wiele większą skalę niedoszacowania prognoz, wartości te w relacji do PKB są znacznie wyższe i wynoszą odpowiednio:

- dla Polski od 0,031% do 0,054% PKB

- dla Czech od 0,003 do 0,034% PKB
- dla Węgier od 0,079% do 0,102% PKB
- dla Słowacji od 0,041 do 0,055% PKB.

Problem błędnego oszacowania przyszłych trendów współczynnika umieralności oraz wynikającego z niego niedoszacowania ODDTŻ, kształtuje się inaczej dla prognoz uzyskanych na podstawie modeli e65. W tabeli 6.4 zamieszczamy informacje o przeszacowanej liczbie zgonów, jaką ustalamy stosując model Lee-Cartera_e65.

Przeszacowana liczba zgonów - Model Lee-Cartera e65 w 2013 roku								
Model Skandynawski					Model Wyszehradzki			
		80-84	85+	75-79	80-84	80-84	75-79	80-84
Kraj		Kobiety		Mężczyźni		kraj	Kobiety	Mężczyźni
max prognoza min	SWE	-	0,98	-	0,78	POL	0,28	- 0,19
	SWE	-	0,38	-	0,30	POL	0,18	- 0,12
	SWE	-	-	-	-	POL	0,36	- 0,24
max prognoza min	NOR	-	0,71	-	0,55	CZE	-	- -
	NOR	-	0,35	-	0,27	CZE	-	- -
	NOR	-	-	-	-	CZE	-	- -
max prognoza min	FIN	-	0,8	-	0,56	HUN	0,91	0,57 -
	FIN	-	0,21	-	0,15	HUN	0,9	0,57 -
	FIN	-	-	-	-	HUN	1,24	0,78 -
max prognoza min	DNK	0,84	-	-	0,76	SVK	0,52	0,33 -
	DNK	0,45	-	-	0,41	SVK	0,52	0,33 -
	DNK	-	0,06	-	0,06	SVK	0,46	0,29 -

Tabela 6.3 Przeszacowana liczba zgonów, obliczona na podstawie prognoz przyszłych współczynników umieralności, wyznaczonych dla osób w wieku 65 lat, za pomocą modelu Lee-Cartera, dla roku 2013, w krajach modelu skandynawskiego i krajach modelu wyszehradzkiego (w tysiącach)

Źródło: Opracowanie własne

Z tabeli 6.3 wynika, że bazując na prognozach opracowanych za pomocą modelu Lee-Cartera dla osób w wieku 65 lat, całkowita, przeszacowana liczba zgonów jest zauważalnie niższa niż w przypadku prognoz wykonywanych dla populacji w chwili narodzin. Obserwacja ta odnosi się zarówno do krajów modelu skandynawskiego jak i krajów modelu wyszehradzkiego. Ponadto zauważamy, że liczby zgonów dla Czech, odnoszące się zarówno do kobiet jak i mężczyzn, są niedoszacowane, co skutkuje eliminacją zjawiska RD. Zwracamy również uwagę na fakt, że przedziały wiekowe, w których odnotowujemy wystąpienie zjawiska przeszacowania liczby zgonów, uległy zmianie względem prognoz wyznaczanych w chwili narodzin. Jest to spowodowane tym, że rzeczywisty koniec życia następuje średnio w późniejszym wieku. W tabeli 6.4 prezentujemy finansowe skutki RD, wynikające z faktu przeszacowania liczby zgonów przedstawionych w tabeli 6.3.

Model Skandynawski						Model Wyszehradzki			
		80-84	85+	75-79	80-84	80-84		75-79	80-84
Kraj		Kobiety		Mężczyźni		kraj	Kobiety	Mężczyźni	
max	SWE	-	0,0058	-	0,0047	POL	0,0005	-	0,0003
prognoza	SWE	-	0,0022	-	0,0018	POL	0,0003	-	0,0002
min	SWE	-	-	-	-	POL	0,0007	-	0,0005
max	NOR	-	0,0078	-	0,0078	CZE	-	-	-
prognoza	NOR	-	0,0038	-	0,0031	CZE	-	-	-
min	NOR	-	-	-	-	CZE	-	-	-
max	FIN	-	0,0095	-	0,0069	HUN	0,0056	0,0035	-
prognoza	FIN	-	0,0025	-	0,0018	HUN	0,0056	0,0035	-
min	FIN	-	-	-	-	HUN	0,0077	0,0048	-
max	DNK	0,0088	-	-	0,0083	SVK	0,0058	0,0037	-
prognoza	DNK	0,0047	-	-	0,0044	SVK	0,0058	0,0037	-
min	DNK	-	0,0007	-	0,0006	SVK	0,0051	0,0033	-

Tabela 6.4 Koszty wynikające z niedoszacowania prognoz ODDTŻ wyznaczonych za pomocą modelu Lee-Cartera_e65 dla roku 2013 (podane jako procent PKB)

Źródło: Opracowanie własne

Prezentując wartości kosztów, wynikających z niedoszacowania prognoz ODDTŻ, wyznaczonych z wykorzystaniem modelu umieralności Lee-Cartera_e65, domykamy obraz całościowego procesu obliczania kosztów, związanych z RD. Na podstawie prognoz uzyskanych za pomocą modelu e65, otrzymujemy niższe wartości kosztów wynikających z ich niedoszacowania. Zaproponowaną procedurę szacowania kosztów, z wykorzystaniem wartości jakie przedstawiamy w tabelach od 6.1 do 6.4, powtarzamy dla pozostałych grup krajów, z jednoczesnym zachowaniem rozróżnienia na poszczególne grupy wiekowe. W procesie wyznaczania finansowych skutków RD, spowodowanych przeszacowaniem prognoz przyszłych współczynników umieralności, wykorzystujemy wszystkie modele umieralności, których wyboru dokonujemy w rozdziale czwartym (tabela 4.5 i 4.6) naszej pracy. Takie podejście pozwala nam na uzyskanie całościowego obrazu skali finansowych konsekwencji, spowodowanych ryzykiem długowieczności.

6.2 Finansowe skutki ryzyka długowieczności – wyniki badań

Przedstawiony dotychczas, dla grup państw skandynawskich oraz wyszehradzkich, proces szacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności ma uniwersalny charakter. Został zobrazony na przykładzie prognoz uzyskanych z wykorzystaniem powszechnie stosowanego modelu umieralności Lee-Cartera (modele Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65),

jednak podkreślamy, że analogiczną procedurę stosujemy dla wszystkich 26-ciu badanych przez nas krajów członkowskich OECD i pozostałych modeli wskazanych w tabelach 4.5 i 4.6. Rezultaty tak przeprowadzonej analizy dla 2013 roku, na podstawie prób uwzględniających wiek $x_i = 0, \dots, 90$ (modele e0) oraz prób uwzględniających wiek $x_i = 65, \dots, 90$ (modele e65) prezentujemy odpowiednio w tabeli 6.5 i 6.6. Wyniki dla pozostałych lat z okresu 2011-2018 zamieszczamy w załączniku 3. Prezentowane oszacowania finansowych skutków RD dla każdego z badanych krajów OECD odnoszą się sumarycznie do populacji obu płci i są, jak wcześniej, wyrażone jako procent PKB. Prezentując wyniki, kraje grupujemy według przyjętego w nich modelu państwa opiekuńczego oraz stosujemy oznaczenie kolorystyczne, odpowiadające konkretnej grupie krajów, wyznaczonych za pomocą procedury PAM-DTW. Symbole „*min*” i „*max*” oznaczają to samo, co w tabeli 6.2. Występujące w tabelach braki, świadczą o tym, że w przypadku państw i modeli prognostycznych do których się one odnoszą, dochodzi do sytuacji, w której nie odnotowano finansowych skutków RD. Sytuacja ta występuje najczęściej w przypadku wykorzystania modelu prognostycznego z czynnikiem kohortowym oraz modeli, uwzględniających czynnik gospodarczy w procesie prognozowania ODDTŻ. Taka sytuacja prowadzi do przeszacowania prognoz ODDTŻ. Zaznaczamy jednak, że wielkość przeszacowania prognoz znajduje się na akceptowalnym poziomie, który w zdecydowanej większości przypadków nie przekracza okresu jednego roku.

2013	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-Li_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
Kraj	min	max	Min	max	min	max	min	Max	min	max	min	max	min	Max
SWE	0,0079	0,0196	-	-	-	-	0,0033	0,0070	-	-	0,0055	0,0122	0,0119	0,0167
NOR	0,0022	0,0245	0,0005	0,0013	0,0104	0,0129	0,0021	0,0083	-	-	0,0029	0,0065	0,0099	0,0137
FIN	0,0113	0,0376	0,0047	0,0076	0,0051	0,0088	0,0064	0,0195	0,0206	0,0285	0,0068	0,0174	0,0633	0,0721
DNK	0,0040	0,0316	0,0070	0,0091	-	-	0,0036	0,0130	-	-	0,0115	0,0195	0,0080	0,0134
AUS	0,0032	0,0072	-	-	-	-	0,0015	0,0066	0,0085	0,0102	0,0008	0,0062	0,0269	0,0284
NZL	0,0047	0,0112	-	-	0,0003	0,0010	0,0011	0,0071	0,0001	0,0001	0,0002	0,0043	0,0368	0,0383
USA	0,0012	0,0012	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0002	0,0072	-	-	-	-	0,0069	0,0091	0,0009	0,0012	0,0011	0,0011	0,0072	0,0086
AUT	0,0068	0,0219	-	-	-	-	0,0043	0,0109	0,0020	0,0020	0,0019	0,0079	0,0181	0,0244
FRA	0,0042	0,0127	-	-	-	-	0,0010	0,0104	-	-	0,0012	0,0101	0,0115	0,0180
CHE	0,0013	0,0013	0,0009	0,0025	-	-	0,0058	0,0081	0,0019	0,0019	0,0029	0,0090	0,0087	0,0108
DEU	0,0083	0,0178	-	-	-	-	0,0057	0,0057	0,0027	0,0027	0,0041	0,0041	0,0051	0,0114
ITA	0,0098	0,0269	-	-	-	-	0,0049	0,0198	-	-	0,0058	0,0200	0,0472	0,0659
ESP	0,0049	0,0149	0,0054	0,0075	0,0088	0,0098	0,0016	0,0058	-	-	0,0052	0,0130	0,0110	0,0343
PRT	0,0092	0,0236	-	-	-	-	0,0037	0,0117	-	-	0,0037	0,0150	0,1026	0,1354
NLD	0,0069	0,0230	0,0003	0,0008	0,0055	0,0069	0,0016	0,0055	-	-	0,0046	0,0112	0,0152	0,0200
BEL	0,0074	0,0190	-	-	-	-	0,0022	0,0022	-	-	-	-	0,0261	0,0326
GBR	0,0007	0,0127	-	-	-	-	0,0030	0,0064	-	-	0,0018	0,0073	0,0101	0,0146
IRL	0,0009	0,0193	-	-	0,0026	0,0051	0,0031	0,0076	-	-	0,0035	0,0109	0,0130	0,0174
POL	0,0306	0,0536	0,0046	0,0062	-	-	0,0027	0,0088	-	-	0,0020	0,0088	-	-
CZE	0,0032	0,0335	0,0012	0,0032	-	-	0,0032	0,0091	0,0074	0,0085	0,0018	0,0081	0,0022	0,0033
HUN	0,0787	0,1024	0,0319	0,0343	0,0319	0,0328	0,0172	0,0354	0,0103	0,0107	0,0121	0,0237	0,0053	0,0057
SVK	0,0407	0,0548	0,0096	0,0122	0,0001	0,0016	0,0074	0,0145	-	-	0,0076	0,0142	-	-
EST	0,0358	0,0817	0,0292	0,0322	0,0417	0,0434	0,0115	0,0406	0,0841	0,0880	0,0080	0,0346	0,0513	0,0544
LTU	0,0346	0,0536	0,0262	0,0286	0,0261	0,0278	0,0124	0,0296	0,0129	0,0151	0,0086	0,0237	-	-
LVA	0,0470	0,0656	0,0545	0,0583	0,0351	0,0369	0,0046	0,0391	0,0540	0,0571	0,0135	0,0306	0,0304	0,0319

Tabela 6.5 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla analizowanych krajów OECD w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0.

Źródło: Obliczenia własne

2013	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-Li_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
Kraj	min	max	min	max	min	max	min	Max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0041	0,0105	-	-	-	-	0,0034	0,0129	0,0143	0,0143	0,0041	0,0109	0,0131	0,0194
NOR	0,0069	0,0140	0,0003	0,0013	-	-	0,0027	0,0100	0,0023	0,0023	0,0044	0,0084	-	-
FIN	0,0043	0,0163	-	-	-	-	0,0049	0,0215	0,0008	0,0392	0,0059	0,0137	0,0262	0,0454
DNK	0,0013	0,0172	0,0031	0,0051	-	-	0,0034	0,0111	-	-	0,0033	0,0101	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0009	0,0055	-	-	-	-	0,0025	0,0086	0,0077	0,0077	0,0020	0,0077	0,0188	0,0305
NZL	0,0002	0,0064	-	-	-	-	0,0036	0,0100	-	-	0,0001	0,0052	0,0088	0,0255
USA	0,0029	0,0029	-	-	-	-	0,0005	0,0005	0,0019	0,0019	0,0013	0,0013	0,0035	0,0081
CAN	0,0019	0,0036	-	-	-	-	0,0022	0,0046	0,0021	0,0021	0,0011	0,0025	0,0072	0,0138
Model Konserwatywny														
AUT	0,0135	0,0135	0,0025	0,0060	-	-	0,0044	0,0128	0,0003	0,0003	0,0009	0,0084	0,0275	0,0486
FRA	0,0010	0,0121	-	-	-	-	0,0057	0,0136	-	-	0,0028	0,0105	0,0259	0,0451
CHE	0,0007	0,0060	-	-	-	-	0,0175	0,0245	0,0015	0,0015	0,0037	0,0079	0,0008	0,0146
DEU	0,0098	0,0098	-	-	-	-	-	-	0,0008	0,0008	0,0041	0,0041	0,0166	0,0325
Model Południowy														
ITA	0,0016	0,0142	-	-	-	-	0,0075	0,0152	0,0363	0,0363	0,0003	0,0149	0,0155	0,0581
ESP	0,0029	0,0157	-	-	-	-	0,0041	0,0114	0,0247	0,0247	0,0045	0,0115	0,0005	0,0352
PRT	0,0047	0,0242	0,0005	0,0032	-	-	0,0069	0,0164	0,0298	0,0298	0,0046	0,0173	0,0040	0,0413
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0008	0,0125	-	-	-	-	0,0034	0,0070	0,0081	0,0081	0,0011	0,0088	0,0206	0,0402
BEL	0,0091	0,0091	-	-	-	-	0,0056	0,0056	-	-	0,0041	0,0041	0,0078	0,0248
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0013	0,0067	-	-	-	-	0,0014	0,0057	0,0158	0,0158	0,0034	0,0077	0,0147	0,0259
IRL	0,0024	0,0100	-	-	-	-	0,0035	0,0080	0,0054	0,0054	0,0026	0,0105	0,0486	0,0602
Model Wyszehradzki														
POL	0,0006	0,0011	-	-	-	-	0,0027	0,0059	-	-	0,0029	0,0065	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0020	0,0020	-	-	0,0021	0,0021	0,0019	0,0019
HUN	0,0091	0,0125	0,0067	0,0092	-	-	0,0039	0,0090	-	-	0,0028	0,0079	-	-
SVK	0,0084	0,0095	0,0036	0,0059	-	-	0,0031	0,0062	-	-	0,0031	0,0065	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0097	0,0107	0,0097	0,0129	0,0017	0,0045	0,0093	0,0193	0,0020	0,0085	0,0030	0,0129	0,0005	0,0005
LTU	0,0031	0,0042	0,0067	0,0099	-	-	0,0029	0,0105	0,0021	0,0021	0,0011	0,0086	-	-
LVA	0,0126	0,0129	0,0104	0,0144	0,0026	0,0033	0,0070	0,0211	0,0091	0,0214	0,0049	0,0113	-	-

Tabela 6.6 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla analizowanych krajów OECD w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

Źródło: Obliczenia własne

W celu sprawdzenia czy wykorzystanie proponowanej metody PAM-DTW wpływa na oszacowania finansowych skutków RD, wyznaczamy dla każdego kraju długości dwóch przedziałów $d_{1,i}$ i $d_{2,i}$ ($i = 1, \dots, 26$):

- Długość pierwszego $d_{1,i}$ stanowi różnica między najwyższym a najniższym oszacowaniem finansowych skutków RD uzyskanym na podstawie modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych w ramach podziału literaturowego (np. dla 2013 roku jest to różnica między najwyższą a najniższą wartością znajdującą się w wierszu odpowiadającemu danemu krajowi z kolumn od 2 do 11, z tabeli 6.5 dla modeli e0 lub z tabeli 6.7 dla modeli e65).
- Długość drugiego $d_{2,i}$ stanowi różnica między najwyższym a najniższym oszacowaniem finansowych skutków RD uzyskanym na podstawie modeli wielopopulacyjnych w ramach podziału metodą PAM-DTW (np. dla 2013 roku jest to różnica między najwyższą a najniższą wartością znajdującą się w wierszu odpowiadającemu danemu krajowi z kolumn od 12 do 15, z tabeli 6.6 dla modeli e0 lub z tabeli 6.6 dla modeli e65).

W oczywisty sposób mniejsze wartości tych mierników wskazują na dokładniejsze oszacowania finansowych skutków RD.

Biorąc pod uwagę wyniki z 2013 r. zaprezentowane w tabeli 6.5 (czyli oszacowania finansowych skutków RD z wykorzystaniem modeli e0), na przykład dla krajów modelu skandynawskiego otrzymujemy następujące wartości d_1 :

- dla Szwecji 0,0163 % PKB (przedział od 0,0033 do 0,0196% PKB)
- dla Norwegii 0,0240% PKB (przedział od 0,0005 do 0,0245% PKB)
- dla Finlandii 0,0329% PKB (przedział od 0,0047 do 0,0376% PKB)
- dla Danii 0,0280% PKB (przedział od 0,0036 do 0,0316% PKB)

oraz d_2 :

- dla Szwecji 0,0112% PKB (przedział od 0,055 do 0,0167% PKB)
- dla Norwegii 0,0107% PKB (przedział od 0,0029 do 0,0137% PKB)
- dla Finlandii 0,0653% PKB (przedział od 0,0068 do 0,0721% PKB)
- dla Danii 0,0115% PKB (przedział od 0,0080 do 0,0195% PKB)

Na tym przykładzie widać, że dla trzech krajów spośród czterech tj. dla Szwecji, Norwegii oraz Danii wartość miernika d_2 jest mniejsza od wartości d_1 . W analogiczny sposób otrzymujemy, że w 2013 roku miernik d_2 jest mniejszy od d_1 w 15 przypadkach na 26 badanych krajów. Podkreślamy również, że wśród tych piętnastu krajów znajdują się wszystkie wyszehradzkie i

bałtyckie (określane mianem postkomunistycznych). Fakt ten jest o tyle ważny, że szacowane finansowe skutki RD dla krajów postkomunistycznych są najwyższe spośród wszystkich badanych. Powtarzając przedstawioną wyżej analizę dla pozostałych lat z okresu 2011-2018, uzyskujemy bardzo podobne wyniki, tj. liczba krajów, dla których miernik d_2 jest mniejszy od d_1 , kształtuje się na poziomie od 14 do 18 w zależności od roku, przy czym w każdym roku wśród tych krajów znajdują się wszystkie państwa postkomunistyczne.

Na podstawie przedstawionej wyżej analizy, możemy stwierdzić, że podział krajów na grupy, metodą PAM-DTW, pozwala na zwiększenie dokładności oszacowania finansowych skutków RD. W celu sprawdzenia czy jest to istotna poprawa (czyli czy wartości mierników d_2 są istotnie mniejsze od d_1), stosujemy lewostronny test t-Studenta (dla dwóch średnich). Wartości p-Value tego testu dla poszczególnych lat podajemy w tabeli 6.7, przy czym druga kolumna („Razem”) dotyczy porównania średnich wartości d_1 i d_2 dla wszystkich badanych krajów, natomiast trzecia („Kraje wyszehradzkie i bałtyckie”) średnich wartości d_1 i d_2 dla krajów z modelu wyszehradzkiego i bałtyckiego. Na ich podstawie stwierdzamy, że stosując metodę PAM-DTW w sposób istotny możemy zwiększyć dokładność oszacowania finansowych skutków RD tylko dla krajów postkomunistycznych.

Rok	Razem	Kraje wyszehradzkie i bałtyckie
2011	0,3667	0,0005
2012	0,3122	0,0007
2013	0,2862	0,0006
2014	0,3127	0,0004
2015	0,2599	0,0003
2016	0,2641	0,0005
2017	0,2633	0,0021
2018	0,2144	0,0018

Tabela 6.7 Wartości p-Value lewostronnego testu t-Studenta dla dwóch średnich d_1 i d_2 wyznaczonych w oparciu o modele e0

Źródło: Obliczenia własne

Przeprowadzając analogiczną analizę oszacowań finansowych skutków RD, uzyskanych z wykorzystaniem modeli e65 (szczegółowe wyniki dla 2013 roku są przedstawione w tabeli 6.7) otrzymujemy wyniki testu t-Studenta przedstawione w tabeli 6.8. Na ich podstawie możemy stwierdzić, że wykorzystanie grupowania metodą PAM-DTW w wielopopulacyjnych modelach e65, istotnie zwiększa dokładność oszacowania finansowych skutków RD.

Rok	Razem	Kraje wyszehradzkie i bałtyckie
2011	0,0075	0,0750
2012	0,0045	0,1694
2013	0,0146	0,1114
2014	0,0212	0,0175
2015	0,0168	0,0647
2016	0,0439	0,0362
2017	0,0182	0,1113
2018	0,0692	0,0827

Tabela 6.8 Wartości p-Value lewostronnego testu t-Studenta dla dwóch średnich d_1 i d_2 wyznaczonych w oparciu o modele e65
Źródło: Obliczenia własne

W toku prowadzonych przez nas badań wykazujemy, że ważnym czynnikiem, który wpływa na ODDTŻ jest sposób prowadzenia polityki społecznej państwa. Poniżej badamy, czy przynależność do danej grupy wpływa także na oszacowania wielkość finansowych skutków RD. W tym celu, każdemu modelowi państwa opiekuńczego przypisujemy średnią wartość miernika d_1 odpowiadającą grupie krajów zaliczanych do tego modelu. Tą średnią wartość oznaczamy dalej przez $d_{1,j}^*$. Formalnie

$$d_{1,j}^* = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} d_{1,j_i}, j = 1, \dots, 8,$$

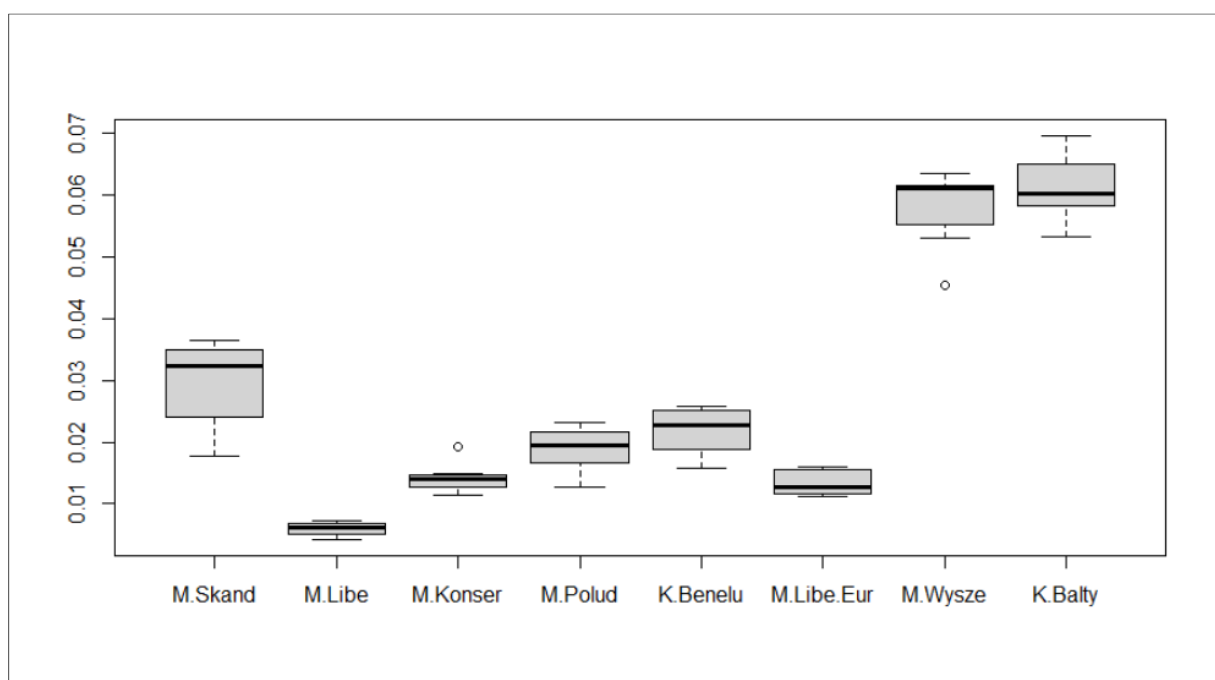
gdzie d_{1,j_i} są to wartości miernika d_1 dla krajów zaliczanych do j -tego modelu państwa opiekuńczego, natomiast n_j oznacza liczbę tych krajów. Miernik d_1^* wskazuje na dokładność oszacowań finansowych skutków RD uzyskanych na podstawie modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych w ramach danego modelu państwa opiekuńczego. Mniejsza jego wartość wskazuje, że z wykorzystaniem tych modeli można uzyskać dokładniejsze oszacowanie finansowych skutków RD.

W tabeli 6.9 przedstawiamy wartości d_1^* dla poszczególnych lat badanego okresu, bazujące na wartościach d_1 otrzymanych z wykorzystaniem modeli e0, a na rysunku 6.1 wykresy pudełkowe rozkładu d_1^* z lat 2011-2018 dla poszczególnych modeli państwa opiekuńczego.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Model Skandynawski	0,0178	0,0227	0,0253	0,0300	0,0347	0,0351	0,0365	0,0349
Model Liberalny	0,0048	0,0063	0,0072	0,0059	0,0067	0,0071	0,0043	0,0055
Model Konserwatywny	0,0120	0,0137	0,0135	0,0192	0,0115	0,0148	0,0144	0,0146
Model Południowy	0,0126	0,0150	0,0184	0,0222	0,0184	0,0209	0,0203	0,0231
Kraje Beneluksu	0,0179	0,0158	0,0197	0,0255	0,0239	0,0215	0,0248	0,0257
Model Liberalny (Europa)	0,0132	0,0159	0,0152	0,0159	0,0112	0,0123	0,0115	0,0119
Model Wyszehradzki	0,0453	0,0530	0,0575	0,0617	0,0612	0,0609	0,0634	0,0611
Kraje Bałtyckie	0,0609	0,0571	0,0595	0,0532	0,0623	0,0677	0,0596	0,0695

Tabela 6.9 Wartości miernika d_1^* w latach 2011-2018 dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych, wyznaczone na podstawie modeli e0

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 6.1 Wykresy pudełkowe rozkładu miernika d_1^* z lat 2011-2018 (wyznaczonego na podstawie modeli e0) dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych

Źródło: Opracowanie własne

Z tabeli 6.9 i rysunku 6.1 wynika, że d_1^* zależy od wybranego modelu polityki społecznej. Jako potwierdzenie tej tezy podajemy fakt, że w całym badanym okresie najmniejsze wartości d_1^* obserwujemy w grupie krajów przypisanych do modelu liberalnego. Następnie relatywnie niskie wartości odnajdujemy w grupie krajów przypisanych do modeli konserwatywnego oraz liberalnego. Nieco wyższe wartości d_1^* obserwujemy w obrębie modelu południowego, krajach Beneluksu oraz w grupie państw skandynawskich. Natomiast najwyższe wartości występują w ramach modeli: bałtyckiego oraz wyszehradzkiego. Powyższe obserwacje potwierdza analiza wariancji oraz test post hoc Tukey'a. Na podstawie analizy

wariancji stwierdzamy, że istnieje istotna różnica ($F = 183,3$, $p\text{-Value} < 2e-16$), ze względu na wartości miernika d_1^* w latach 2011-2018, między co najmniej dwoma modelami państwa opiekuńczego. Z kolei wyniki testu Tukey'a wskazują istotne różnice (na poziomie istotności 0,05) między poszczególnymi modelami państwa opiekuńczego z wyjątkiem par: Model Wyszehradzki – Kraje Bałtyckie ($p\text{-Value} = 0.8103$), Model Południowy – Kraje Beneluksu ($p\text{-Value} = 0.8664$), Model Liberalny Europa – Model Konserwatywny ($p\text{-Value} = 0.9999434$) Model Południowy – Model Konserwatywny ($p\text{-Value} = 0.4024284$), Model Południowy – Model Liberalny Europa ($p\text{-Value} = 0.2097862$)

Istotnym elementem jest weryfikacja stabilności wyników, w badanym przez nas okresie 2011-2018. Dlatego w tabeli 6.11 zamieszczamy wartości współczynników korelacji między d_1^* z poszczególnych lat tego okresu.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2011	1							
2012	0,982399	1						
2013	0,977038	0,996453	1					
2014	0,925772	0,965345	0,978383	1				
2015	0,948799	0,972456	0,984677	0,977832	1			
2016	0,965058	0,981872	0,988618	0,970018	0,994596	1		
2017	0,928251	0,962035	0,976754	0,988291	0,995506	0,987638	1	
2018	0,965758	0,974385	0,98508	0,970767	0,993307	0,996909	0,987351	1

Tabela 6.10 Współczynniki korelacji między d_1^* z poszczególnych lat badanego okresu 2011-2018, wyznaczonymi na podstawie modeli e0
Źródło: Obliczenia własne

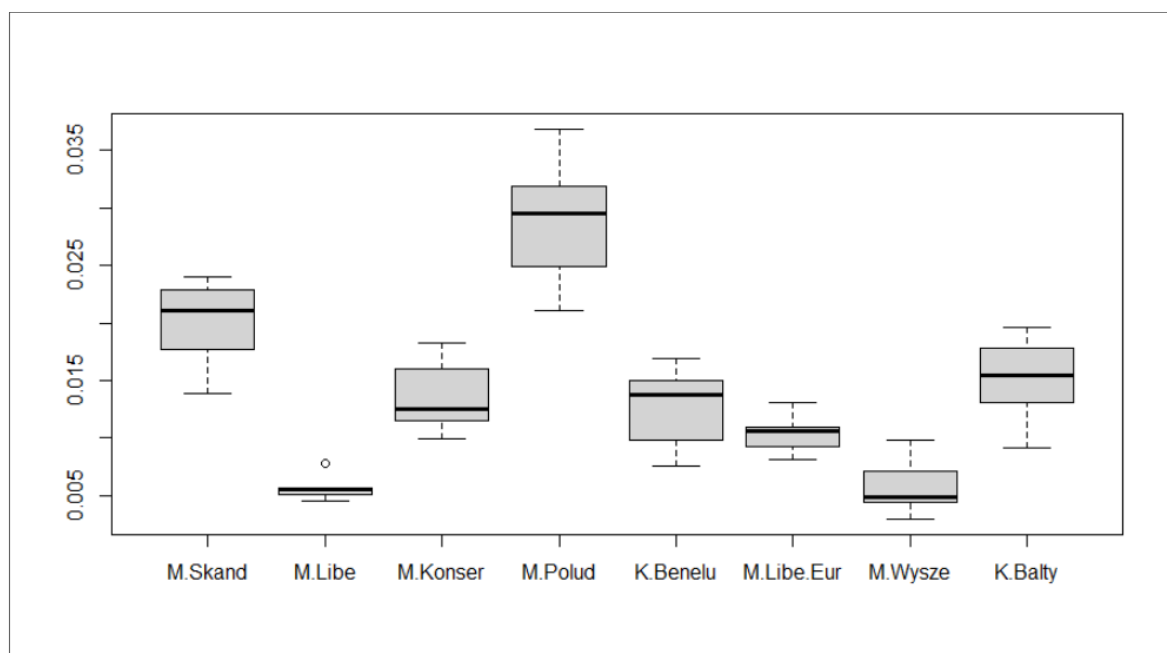
Na podstawie przedstawionych w tabeli 6.10 wyników, stwierdzamy, że istnieje silna dodatnia korelacja między badanymi latami ze względu na wyznaczone dla nich wartości miernika d_1^* . Wartość współczynnika korelacji dla każdej pary lat wynosi od 0,92 do 0,99.

Kolejnym etapem prowadzonych przez nas badań jest analiza, analogiczna do wyżej przeprowadzonej, oparta o prognozy długości dalszego trwania życia wyznaczone na podstawie modeli e65. W tabeli 6.11 przedstawiamy odpowiednie wartości d_1^* dla poszczególnych lat badanego okresu, a na rysunku 6.2 wykresy pudełkowe rozkładu d_1^* z lat 2011-2018 dla poszczególnych modeli państwa opiekuńczego

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Model Skandynawski	0,0139	0,0163	0,0197	0,0192	0,0225	0,0233	0,0240	0,0224
Model Liberalny	0,0048	0,0053	0,0057	0,0057	0,0053	0,0078	0,0045	0,0057
Model Konserwatywny	0,0126	0,0124	0,0147	0,0183	0,0099	0,0172	0,0119	0,0111
Model Południowy	0,0213	0,0211	0,0286	0,0311	0,0289	0,0327	0,0301	0,0368
Kraje Beneluksu	0,0106	0,0091	0,0076	0,0169	0,0134	0,0142	0,0142	0,0158
Model Liberalny Europa	0,0108	0,0104	0,0110	0,0131	0,0081	0,0108	0,0102	0,0082
Model Wyszehradzki	0,0046	0,0046	0,0051	0,0098	0,0054	0,0089	0,0042	0,0030
Kraje Bałtyckie	0,0091	0,0114	0,0150	0,0148	0,0159	0,0171	0,0186	0,0196

Tabela 6.11 Wartości miernika d_1^* w latach 2011-2018 dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych, wyznaczone na podstawie modeli e65

Źródło: Opracowanie własne



Rysunek 6.2 Wykresy pudełkowe rozkładu miernika d_1^* z lat 2011-2018 (wyznaczonego na podstawie modeli e65) dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych

Źródło: Opracowanie własne

Z tabeli 6.11 i rysunku 6.2 wynika, że także w tym przypadku najmniejszą wartość miernika d_1^* występuje w grupie krajów, które przyjęły liberalny model państwa opiekuńczego. Relatywnie niski poziom odnotowujemy w grupie krajów modelu wyszehradzkiego. Jednocześnie w analizowanym okresie najwyższe wartości d_1^* odnotowujemy w grupie krajów, z modelu skandynawskiego oraz południowego. Taka sytuacja może mieć swoje źródło w specyficznej strukturze wiekowej społeczeństwa tych państw i związanym z tym relatywnie dużym udziałem osób w wieku 65 lat i więcej, w całości populacji. Szczegółowe wyniki oszacowania skali finansowych skutków RD dla każdego z badanych przez nas krajów podajemy w tabelach 2.9-2.16 w załączniku nr 2.

Na podstawie analizy wariancji, podobnie jak wcześniej, stwierdzamy, że istnieje istotna różnica ($F = 45,642$, $p\text{-Value} < 2.2e-16$), ze względu na wartości miernika d_1^* w latach 2011-2018, między co najmniej dwoma modelami państwa opiekuńczego. Również wyniki testu Tukey'a wskazują istotne różnice (na poziomie istotności 0,05) między poszczególnymi modelami państwa opiekuńczego z wyjątkiem par: Kraje Beneluksu – Kraje Bałtyckie ($p\text{-Value} = 0,7882$), Model Konserwatywny – Kraje Bałtyckie ($p\text{-Value} = 0,9659$), Model Konserwatywny – Kraje Beneluksu ($p\text{-Value} = 0,9997$), Model Liberalny Europa – Model Konserwatywny ($p\text{-Value} = 0,5041$), Model Liberalny Europa – Model Liberalny ($p\text{-Value} = 0,0847$), Model Wyszehradzki – Model Liberalny ($p\text{-Value} = 0,9999$), Model Wyszehradzki – Model Liberalny Europa ($p\text{-Value} = 0,2099$).

Dopełnieniem prowadzonych przez nas badań jest analiza korelacji między d_1^* z poszczególnych lat badanego okresu.

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
2011	1							
2012	0,969921	1						
2013	0,932881	0,983197	1					
2014	0,971008	0,937611	0,91181	1				
2015	0,881287	0,932911	0,924591	0,898149	1			
2016	0,938568	0,969308	0,97153	0,955953	0,966455	1		
2017	0,895876	0,952023	0,936674	0,901754	0,990638	0,961139	1	
2018	0,893485	0,924734	0,922491	0,912191	0,982906	0,961634	0,977736	1

Tabela 6.12 Współczynniki korelacji między d_1^* z poszczególnych lat badanego okresu 2011-2018, wyznaczonymi na podstawie modeli e65

Źródło: Obliczenia własne

Przeprowadzone przez nas badania są oparte o prognozy bazujące na historycznych danych demograficznych oraz gospodarczych. W przypadku 19-stu państw członkowskich OECD, zaliczanych do tzw. krajów rozwiniętych, dane pochodzą z lat 1960-2010. Dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej, w procesie wyznaczania prognoz, wykorzystujemy dane z lat 1985-2010. Dla obu grup krajów okresem, dla którego wyznaczamy prognozy są lata 2011-2018. W ten sposób zyskujemy możliwość przeprowadzenia analizy ex-post, gdyż znamy wartości rzeczywiste, zarówno w odniesieniu do oczekiwanej długości życia, liczby zgonów, wartości PKB jak i wielkości poszczególnych strumieni wydatków socjalnych. W prowadzonej przez nas analizie kluczowe znaczenie ma wielkość wydatków emerytalnych oraz wydatków związanych z ochroną zdrowia, ponoszonych z budżetu państwa, w odniesieniu do konkretnych grup wiekowych. Znając wskazane powyżej wielkości posiadamy wszystkie informacje niezbędne do określenia finansowych konsekwencji, wynikających z wystąpienia ryzyka długowieczności. Jesteśmy również w stanie określić wpływ sposobu prowadzenia polityki

społecznej państwa określonej za pomocą przyjętego modelu państwa dobrobytu na rozmiar RD. Szczegółowe wyniki naszych badań ze wskazaniem przedziału w jakim mieszczą się koszty dla każdego z krajów podajemy w załączniku nr 2.

Podsumowując rozdział szósty, czyli analizę kosztów RD, wyciągamy wspólne wnioski w kontekście zastosowania poszczególnych modeli umieralności:

- Wykorzystując modele Lee-Cartera_{e0} (modele oszacowane na podstawie prób uwzględniających wiek $x_i = 0, \dots, 90$), w 204 na 208 badanych przypadków, dla wszystkich 26 krajów, w ośmioletnim przedziale czasu, otrzymujemy niedoszacowane prognozy oczekiwanej długość dalszego trwania życia. Wiąże się to oczywiście z wystąpieniem RD i możliwymi jego finansowymi skutkami. W przypadku modeli Lee-Cartera_{e65} (modele oszacowanych na podstawie prób uwzględniających wiek $x_i = 65, \dots, 90$) do takiej sytuacji dochodzi nieznacznie rzadziej (197 na 208 przypadków).
- Model z efektem kohortowym wg koncepcji Ranshawa-Habermana, w odniesieniu do kosztów negatywnych konsekwencji ryzyka długowieczności, daje zazwyczaj lepsze rezultaty niż model Lee-Cartera, znacząco obniżając występowanie tego ryzyka. Z prognoz, wyznaczonych za pomocą modeli Renshaw-Haberman_{e0} wynika, że dla niemalże 25% badanych przypadków ryzyko długowieczności nie występuje, ponieważ wartości prognozowane są wyższe od wartości rzeczywistych. Taką sytuację można interpretować dwojako. Z jednej strony mamy do czynienia z wyeliminowaniem zjawiska ryzyka długowieczności, z drugiej strony może dojść do stworzenia w budżecie państwa rezerw, które pozostaną niewykorzystane. W odniesieniu do obliczeń wykonanych na podstawie modeli Renshaw-Haberman_{e65}, również otrzymujemy podobną liczbę przeszacowanych prognoz.
- Zastosowanie jednopopulacyjnego modelu umieralności wg koncepcji Niu-Melenberga, wykorzystującego zarówno czynnik demograficzny jak i gospodarczy, za pomocą którego na podstawie naszej autorskiej procedury obliczeniowej wyznaczamy prognozy ODDTŻ, pozwala na znaczące ograniczenie negatywnych konsekwencji wynikających z wystąpienia RD. Potencjalne koszty RD, wynikające z niedoszacowania prognoz otrzymanych za jego pomocą, są znacząco ograniczone, gdyż wiele prognoz jest przeszacowanych, podobnie jak w przypadku wykorzystania modelu z efektem kohortowym. Zwracamy szczególną uwagę na poprawę, mierzoną redukcją wielkości potencjalnych kosztów, jaką osiągamy względem prognoz wykonywanych za pomocą modelu Lee-Cartera dla krajów grupy wyszehradzkiej. W tej grupie zarówno prognozy

wykonane za pomocą modeli Niu-Melenberg_e0, jak i Niu-Melenberg_e65, pozwalają na wyeliminowanie RD w ponad połowie analizowanych przypadków. Ponadto wielkość przeszacowania prognoz kształtuje się na akceptowalnym poziomie, nieprzekraczającym kilku miesięcy.

- Wielopopulacyjny model umieralności, zgodny z koncepcją przedstawioną przez Li i Lee, pozwala na wyznaczenie prognoz zarówno trendu demograficznego, występującego w obrębie pojedynczego państwa, ale również trendów demograficznych wspólnych dla grupy państw. Wykorzystując modele Li-Lee_e0, w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, w 11 na 208 przypadków otrzymujemy przeszacowane prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Pozostałe 197 analizowanych przypadków, to prognozy niedoszacowane na poziomie nieprzekraczającym kilkunastu miesięcy. Powoduje to, że powstałe w wyniku tego niedoszacowania koszty RD, znajdują się na stabilnym poziomie w całym badanym okresie. W odniesieniu do prognoz wyznaczonych za pomocą modeli Li-Lee_e65, 13 z 208 jest przeszacowanych. Stwierdzamy zatem, że mamy do czynienia niemalże z analogiczną sytuacją jak w przypadku prognoz uzyskanych z modeli Li-Lee_e0.
- Wielopopulacyjny model umieralności, będący efektem naszej autorskiej procedury obliczeniowej, bazującej na koncepcji Boonena-Li, pozwalający na uwzględnienie czynników demograficznych oraz gospodarczych dla populacji pojedynczego kraju oraz wspólnych trendów dla grupy krajów, prowadzi do znaczącej redukcji RD. Wykorzystując bowiem modele Boonen-Li_e0, w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, aż w 127 z 208 przypadków otrzymujemy przeszacowane prognozy ODDTŻ, co jest związane z eliminacją finansowych skutków RD. Natomiast, w kontekście prognoz wykonywanych za pomocą modeli Boonen-Li_e65, przeszacowanie występuje w 76 z 208 przypadków.
- Zastosowanie zaprezentowanych wielopopulacyjnych modeli umieralności Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 do wyznaczenia prognoz ODDTŻ, w obrębie grup państw, wyznaczonych za pomocą metody PAM-DTW, również prowadzi do częściowego wyeliminowania RD. Wykorzystując modele Boonen-Li_e0, otrzymujemy prognozy przeszacowane w 11 przypadkach, natomiast wykorzystując Boonen-Li_e65 w trzech.

ZAKOŃCZENIE

Na podstawie danych demograficznych dostępnych w bazach czołowych instytucji międzynarodowych stwierdzamy, że w ostatnich dziesięcioleciach, średnia oczekiwana długość życia wzrasta we wszystkich 26-ciu analizowanych krajach. Naturalnym następstwem takiej sytuacji są zmiany w strukturze demograficznej społeczeństwa oraz starzenie się populacji. Z jednej strony jest to zjawisko pozytywne, ponieważ średnia oczekiwana długość życia jest jednym z mierników, świadczącym o kondycji zdrowotnej społeczeństwa. Z drugiej strony rosnąca długość życia sprawia, że wydatki związane z zaspokojeniem potrzeb osób starszych są wypłacane przez dłuższy okres niż w minionych dekadach. Zauważamy również, że zmiany te mogą powodować trudności w prognozowaniu ODDTŻ za pomocą stosowanych dotychczas modeli umieralności, powodując występowanie ryzyka długowieczności, wynikające z niedoszacowania prognoz.

W toku prowadzonych przez nas badań, których poszczególne etapy prezentujemy w niniejszej rozprawie, dokonujemy kompleksowej analizy problemu finansowych skutków powstałych w wyniku wystąpienia ryzyka długowieczności. **Głównym celem pracy jest zbadanie wpływu modelu państwa opiekuńczego, reprezentowanego głównie przez wielkość wydatków socjalnych, na finansowe skutki ryzyka długowieczności. Przy czym finansowe skutki ryzyka długowieczności oceniamy na podstawie niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.**

Zatem badamy czy koszty ryzyka długowieczności są zróżnicowane w zależności od przyjętego modelu państwa opiekuńczego, czyli sposobu prowadzenia polityki społecznej państwa. Sposób prowadzenia polityki społecznej państwa może mieć wpływ na stan zdrowia populacji, którego powszechnie stosowanym miernikiem jest oczekiwana długość dalszego trwania życia. Co więcej, w obrębie grupy państw stosujących podobny model państwa opiekuńczego może panować podobny stan kondycji zdrowotnej społeczeństwa, która może mieć wpływ na stabilność współczynników umieralności przez co może rzutować na przewidywalność oraz jakość prognoz ODDTŻ.

Realizację głównego celu pracy rozpoczynamy od charakterystyki badanych zjawisk. Na początku obrazujemy zmiany demograficzne do jakich dochodzi pomiędzy rokiem 1960 a rokiem 2018, a następnie dokonujemy przeglądu literatury z zakresu modeli państwa opiekuńczego, traktując jako punkt wyjścia do dalszych rozważań klasyfikację państw opublikowaną w 1990 roku przez Espinga-Andersena. Klasyfikacja ta ewoluowała na przestrzeni ostatnich trzech dekad, została rozszerzona o inne państwa a kolejni badacze

nieustannie rozszerzali jej geograficzny zasięg, aby ostatecznie dokonać klasyfikacji państw z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, uwzględniając sposób prowadzonej w nich polityki społecznej. Takie ujęcie problemu modeli państwa opiekuńczego pozwala nam na zbadanie wpływu przyjętego modelu na wielkość skutków wynikających z wystąpienia ryzyka długowieczności. W tym celu definiujemy problem RD, określając je jako zagrożenie powstałe w wyniku błędnego oszacowania przyszłych trendów współczynnika umieralności, skutkujące niedoszacowaniem prognoz ODDTŻ.

Kolejnym krokiem zmierzającym do realizacji postawionego celu jest wybór narzędzi służących do zmierzenia wielkości niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Decydujemy się wykorzystać błędy prognoz ODDTŻ, otrzymane za pomocą stochastycznych modeli umieralności. Na początku dokonujemy gruntownego przeglądu stosowanych metod modelowania umieralności. Następnie wyłaniamy 5 stochastycznych modeli umieralności, które w naszym przekonaniu pozwalają na uzyskanie wyników prognoz najbardziej zbliżonych do wartości rzeczywistych. Modele te dzielimy na dwie grupy: modele jednopopulacyjne (Lee-Cartera, Ranshaw-Haberman, Niu-Melenberg) oraz wielopopulacyjne (Li-Lee, Boonen-Li). Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli umieralności pozwala nam na połączenie teorii państwa opiekuńczego i wynikającej z niej klasyfikacji modeli polityki społecznej z narzędziami prognostycznymi. Zatem prognozy ODDTŻ wyznaczamy w oparciu o grupy państw odpowiadające sposobom prowadzenia polityki społecznej państwa. Otrzymane prognozy prezentujemy w rozdziale piątym oraz w załączniku nr 1. Ponadto, w oparciu o wybrane zmienne społeczno-gospodarcze, opracowujemy własną klasyfikację państw bazującą na autorskiej metodzie, którą nazywamy PAM-DTW.

Opisane modele umieralności stanowią fundament naszych badań, ponieważ na podstawie wyznaczonych za ich pomocą prognoz ODDTŻ obliczamy błędy ex-post, służące zbadaniu jakości otrzymywanych prognoz. W trakcie prowadzonej przez nas analizy posługujemy się dwoma rodzajami błędów prognoz:

- błędem średnim (Mean Error), odzwierciedlającym wielkość niedoszacowania lub przeszacowania prognoz względem wartości rzeczywistych. Przy czym wielkość niedoszacowania prognoz ODDTŻ wykorzystujemy do określenia rozmiarów ryzyka długowieczności. Natomiast przeszacowanie prognoz pozwala nam na zidentyfikowanie przypadków, w których doszło do wyeliminowania zjawiska ryzyka długowieczności.
- Średnim absolutnym błędem procentowym (MAPE), pozwalającym na wyrażenie w skali procentowej średniej wielkości błędów prognoz oraz porównanie precyzji prognoz wyznaczonych za pomocą różnych modeli.

Przedstawione narzędzia wykorzystujemy w części empirycznej pracy do zbadania czy przyjęty model państwa opiekuńczego ma wpływ na poprawę jakości prognoz ODDTŻ (rozdział piąty) i bezpośrednio związane dokładnością tych prognoz, finansowe skutki wynikające z ryzyka długowieczności (rozdział szósty).

Główny cel pracy dekomponujemy na służące jego realizacji cele szczegółowe. Przy czym cele od 1 do 5 służą nakreśleniu kontekstu teoretycznego badanych zjawisk, a cele od 6 do 8 mają charakter empiryczny oraz zmierzają do weryfikacji postawionych przez nas hipotez badawczych. Poniżej omawiamy poszczególne cele badawcze, wskazujemy sposób weryfikacji hipotez oraz odwołujemy się do konkretnych fragmentów pracy, w których są one realizowane.

Cel szczegółowy 1. Przegląd metod modelowania umieralności.

W podrozdziale 3.1 prezentujemy zjawisko RD, przedstawione w literaturze o zasięgu polskim i międzynarodowym oraz w dokumentach międzynarodowych instytucji takich jak OECD czy MFW. Następnie w podrozdziale 3.2 analizujemy główne czynniki, wpływające na RD, wskazując na źródła jego powstawania. W podrozdziale 3.3, bazując na badaniach nad RD, prowadzonych od ponad 50 lat, przedstawiamy finansowe skutki ryzyka długowieczności. Natomiast w oparciu o literaturę oraz bazy danych instytucji międzynarodowych, wskazujemy na dwie główne kategorie wydatków publicznych, na które RD ma największy wpływ. Pierwszą kategorią są wydatki ponoszone z tytułu wypłaty świadczeń emerytalnych, drugą kategorią są wydatki ponoszone w celu zapewniania ochrony zdrowia. Kluczowym elementem tego etapu badań jest przegląd stochastycznych modeli umieralności, które pozwalają na analizę RD. W rozdziale 3.4 wskazujemy na związek pomiędzy rozwojem gospodarczym a oczekiwaną długością dalszego trwania życia. Na podstawie tego przeglądu, w rozdziale 3.5 wskazujemy trzy jednopopulacyjne oraz dwa wielopopulacyjne modele umieralności, które w naszym przekonaniu pozwalają na uzyskanie możliwie najbardziej precyzyjnych prognoz przyszłych wskaźników umieralności oraz prognoz ODDTŻ. Wybrane modele stanowią podstawowe narzędzie, którym posługujemy się w trakcie prowadzonych przez nas badań. Są nimi jednopopulacyjne modele Lee-Cartera, Ranshawa-Habermana oraz Niu-Melenberga oraz wielopopulacyjne modele Li-Lee i Boonena-Li. Zwracamy uwagę na fakt, że modele oparte o koncepcję Niu-Melenberga oraz Boonena-Li pozwalają na wykorzystanie w procesie prognostycznym przyszłych trendów współczynników umieralności, poza czynnikami demograficznymi, również zmiennych gospodarczych. Aby ustalić prognozy ODDTŻ na podstawie modeli zawierających czynnik gospodarczy, opracowujemy autorską procedurę obliczeniową, opartą o uogólniony model nieliniowy.

Cel szczegółowy 2. Ocena, na podstawie dotychczasowych raportów i badań, skali i skutków ryzyka długowieczności.

W podrozdziale 3.3 wykazujemy, że badania dotyczące rozmiaru finansowych skutków ryzyka długowieczności, stanowią rzadkość, zarówno wśród publikacji naukowych jak i raportów instytucji międzynarodowych. Pierwsze próby ich określenia pojawiają się na początku XXI wieku i mają na celu zmierzenie finansowego wpływu RD na rynki finansowe, budżety państw oraz rynek ubezpieczeniowy. Na podstawie przytoczonych źródeł literaturowych, można wyciągnąć wniosek, że szacunki dotyczące rozmiarów RD są bardzo niedokładne i najczęściej dotyczą opisu jedynie wybranej kategorii strat np. strat jakie ponoszą fundusze emerytalne lub sektor ubezpieczeniowy. Jednocześnie wskazane przedziały wartości kosztów, powstałych w wyniku RD, ukazanych w poszczególnych raportach, znacząco różnią się od siebie. Różnice wynikają nie tylko z faktu, że poszczególne publikacje dotyczą różnych lat, ponieważ w pracach odnoszących się to tego samego okresu, można odnaleźć znaczące różnice pomiędzy wynikami, opracowanymi przez różnych autorów czy też instytucje. Z tego powodu, w rozdziale 3.4, wskazujemy na dwie główne kategorie wydatkowe, na które w naszej opinii RD wywiera największy wpływ. Są nimi publiczne wydatki emerytalne oraz publiczne wydatki zdrowotne, wyrażone w relacji do PKB. Kategorie te pozwalają nam na oszacowanie wielkości finansowych skutków RD na poziomie międzynarodowym, zbadanie wpływu modelu państwa opiekuńczego na ich poziom oraz porównanie ich poziomu pomiędzy badanymi krajami.

Cel szczegółowy 3. Przegląd badań na temat zależności między wybranymi zmiennymi makroekonomicznymi a umieralnością.

W podrozdziale 3.4 przedstawiamy przegląd badań na temat zależności pomiędzy poziomem zamożności społeczeństwa, wyrażonym najczęściej za pomocą wysokości produktu krajowego brutto, a poziomem umieralności, reprezentowanym najczęściej przez ODDTŻ. Wskazujemy, że jednym z pierwszych badaczy tej zależności jest Preston (1976), który opracował krzywą regresji, obrazującą relację pomiędzy oczekiwaną długością dalszego trwania życia a dochodem, wyrażonym za pomocą produktu krajowego brutto, przypadającego na jednego mieszkańca. W późniejszym okresie badania w tym zakresie prowadzili między innymi Ettner (1996), Bloom i in. (2004), Birchenall (2007). Istotny wkład stanowi praca (Swift 2011), w której autor wykorzystuje wielowymiarową analizę kointegracji Johansena do zbadania związku między zdrowiem a PKB dla 13 krajów OECD na przestrzeni ostatnich dwóch stuleci. Związek między umieralnością a zmiennością w czasie PKB jest badany przez Hanewald (2011).

Jako jedna z pierwszych udowodniła długoterminową relację między wartością PKB a zmianami w poziomie umieralności, wyrażonymi za pomocą parametru k_t , otrzymanego w wyniku oszacowania modelu Lee-Cartera, dla każdego z sześciu badanych przez siebie krajów, tj. Australii, Stanów Zjednoczonych, Kanady, Holandii, Japonii oraz Wielkiej Brytanii w latach 1950-2007. Analogiczną grupę krajów badali Niu i Melenberg (2014) za pomocą autorskiej modyfikacji modelu Lee-Cartera, uwzględniającej czynnik gospodarczy. Badania z wykorzystaniem stochastycznego modelu umieralności, uwzględniającego wspólny dla populacji wielu krajów trend gospodarczy, prowadzili również Boonen i Li (2014). Tapia i Roux (2009) wykazują, że w okresie Wielkiego Kryzysu lat 20-tych XX wieku, doszło do wzrostu ODDTŻ, pomimo niekorzystnej sytuacji gospodarczej. Wnioski pochodzące z przeglądu literatury, stanowią inspirację do prowadzonych przez nas badań. W szczególności publikacje Hanewald, Niu-Melenberga oraz Boonena-Li skłaniają nas do wykorzystania czynników gospodarczych w procesie prognozowania ODDTŻ.

Cel szczegółowy 4. *Wyodrębnienie, w oparciu o literaturę przedmiotu, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego.*

W oparciu o wnioski wynikające z analizy literatury, jaką przeprowadzamy w rozdziale drugim, wyłaniamy klasyfikację państw ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego. (zob. tab. 4.2). Podstawą do naszych analiz jest klasyfikacja państw, wprowadzona przez Espinga-Andersena, w opracowaniu „Trzy światy kapitalistycznego państwa dobrobytu”. (Esping-Andersen 1990). W pracy ustalone są grupy państw, które są przypisane do jednego z trzech modeli państw dobrobytu: liberalnego, konserwatywnego oraz socjaldemokratycznego. Z literatury wynika, że w trakcie niespełna trzech dekad podział ten ewoluuje. Spośród grupy państw, analizowanych pierwotnie przez Esping-Andersena wyłaniane są nowe modele państwa opiekuńczego: południowy, w którym znajdują się między innymi państwa basenu morza śródziemnego oraz państwa Beneluksu. Największą zmianą, jest wyłonienie nowych, dodatkowych modeli państwa opiekuńczego: państw Europy Środkowej i państw Europy Wschodniej. Z naszych badań wynika, że jest to grupa państw szczególnie narażona na występowanie ryzyka długowieczności.

Cel szczegółowy 5. *Wyodrębnienie, w oparciu o autorską metodę wykorzystującą analizę skupień, grup krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego. W analizie skupień odległość między obiektami określamy wykorzystując algorytm Dynamic Time Warping.*

Kluczowym elementem naszych badań w zakresie klasyfikacji państw, ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego, jest opracowanie nowej autorskiej klasyfikacji powstałej w wyniku połączenia metody grupowania PAM z algorytmem DTW (Dynamic Time Warping). Polega ona na grupowaniu krajów metodą PAM, w której odległość między obiektami ustalana jest za pomocą algorytmu DTW - dynamicznego dopasowania czasu. Zastosowanie algorytmu DTW pozwala na porównanie badanych krajów ze względu na charakteryzujące je wielowymiarowe szeregi czasowe zmiennych społeczno-gospodarczych. Wyniki otrzymanej klasyfikacji przedstawiamy w tabeli 4.4, w rozdziale czwartym a szczegółowy opis metody badawczej, dynamicznego dopasowania czasu, prezentujemy w podrozdziale 4.2.1.2

Cel szczegółowy 6. Ocena i porównanie jakości prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia, uzyskanych z wykorzystaniem wybranych modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych, w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę.

W nawiązaniu do tego celu weryfikujemy hipotezę H1: *Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia otrzymane za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności są obarczone mniejszym błędem w porównaniu z analogicznymi prognozami uzyskanymi za pomocą powszechnie stosowanego modelu Lee-Cartera.*

W rozdziale piątym prezentujemy prognozy, otrzymane za pomocą trzech jednopopulacyjnych modeli umieralności oraz dwóch wielopopulacyjnych modeli umieralności. W zależności od zastosowanego modelu prognostycznego mamy do czynienia z różnym stopniem dokładności prognoz ODDTŻ. Szczegółowe porównanie błędów prognoz uzyskanych na podstawie modeli e0, dla 19-stu wysokorozwiniętych krajów członkowskich OECD, przedstawiamy w tabeli 5.7. Błędny prognoz otrzymanych na podstawie modeli e65, przedstawiamy w tabeli 5.8. Analogiczne zestawienie błędów prognostycznych dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej prezentujemy w tabelach 5.15 oraz 5.16. Na ich podstawie wyciągamy wniosek, że prognozy ODDTŻ wyznaczone za pomocą modeli jednopopulacyjnych są zdecydowanie bardziej zbliżone do wartości rzeczywistych w grupie 19-stu krajów wysokorozwiniętych niż w krajach Europy Środkowej i Wschodniej. Ponadto zauważamy, że prognozy wyznaczone dla populacji kobiet we wszystkich badanych krajach są dokładniejsze niż dla mężczyzn. Prognozy wyznaczone za pomocą modelu Ranshawa-Habermana, uwzględniającego efekt kohortowy oraz prognozy wyznaczone za pomocą modelu Niu-Melenberga, uwzględniającego czynnik gospodarczy, dają w wielu przypadkach wyniki obarczone mniejszym błędem prognostycznym niż prognozy wyznaczone za pomocą modelu

Lee-Cartera. Wiele prognoz ODDTŻ, otrzymanych za ich pomocą jest przeszacowana, zatem znacząco wpływa na wyeliminowanie ryzyka długowieczności.

Zestawienie błędów prognoz ODDTŻ dla modeli wielopopulacyjnych, w obrębie grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury, zamieszczamy w tabelach 5.25 oraz 5.26 (dla 19-stu krajów wysokorozwiniętych) oraz w tabelach 5.36 i 5.37 (dla 7-miu krajów Europy Środkowej i Wschodniej). Na podstawie otrzymanych wartości błędów ex-post stwierdzamy, że największą poprawę dokładności, dostrzegamy dla prognoz wykonanych za pomocą wielopopulacyjnego modelu umieralności zgodnego z koncepcją Li-Lee w obrębie grup krajów otrzymanych za pomocą przeglądu literatury. Taki wniosek przemawia za hipotezą H1.

W ostatniej części rozdziału piątego prezentujemy zestawienie błędów dla prognoz, wyznaczonych za pomocą wielopopulacyjnych modeli umieralności, w obrębie grup krajów wyłonionych w oparciu o naszą autorską procedurę PAM-DTW. Szczegółowe rezultaty dla 19-stu krajów wysoko uprzemysłowionych przedstawiamy w tabelach 5.25 i 5.26 oraz dla 7-miu państw Europy Środkowej i Wschodniej w tabelach 5.36 i 5.37. Na tej podstawie możemy stwierdzić, że zastosowanie podziału państw metodą PAM-DTW w procedurze wyznaczania prognoz, w przypadku 19-stu krajów rozwiniętych, przyniosło poprawę dokładności prognoz w około 40% przypadków ogólnej liczby krajów. Co istotne, w odniesieniu do krajów z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej poprawa dokładności prognoz, uzyskanych na podstawie modeli e_0 , wystąpiła niemalże we wszystkich analizowanych przypadkach. Natomiast w przypadku prognoz, uzyskanych na podstawie modeli e_{65} , otrzymujemy poprawę w ponad połowie analizowanych przypadków.

Natomiast w celu odpowiedzi na, związane hipotezą H1, pytanie, czy za pomocą modeli wielopopulacyjnych otrzymujemy prognozy o mniejszym błędzie MAPE w porównaniu z prognozami uzyskanymi z wykorzystaniem modelu Lee-Cartera, stosujemy nieparametryczny test U Manna-Whitneya. Na tej podstawie stwierdzamy, że:

- w przypadku badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD zastosowanie modeli wielopopulacyjnych nie przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ.
- w przypadku badanych 7-miu krajów z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej zastosowanie modeli wielopopulacyjnych przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ. W odniesieniu do prognoz dla mężczyzn z grupy wiekowej e_0 dostrzegamy poprawę występującą w wyniku zastosowania zarówno modelu LL jak i BL. Poprawa występuje zarówno w przypadku prognoz ODDTŻ wyznaczonych w obrębie grup krajów wyłonionych na podstawie przeglądu literatury jak również wyznaczonych za

pomocą metody PAM-DTW. W odniesieniu do grupy wiekowej e0 kobiet poprawę mierzoną mniejszym błędem MAPE dostrzegamy przy zastosowaniu modeli LL i LL_DTW. Natomiast w odniesieniu do grupy wiekowej e65 stwierdzamy, że zauważalna poprawa występuje jedynie dla mężczyzn w wyniku zastosowania modelu LL_DTW. Stwierdzamy również, że zastosowanie pozostałych modeli wielopopulacyjnych nie przyczynia się do polepszenia dokładności prognoz ODDTŻ dla grupy wiekowej e65 zarówno dla kobiet jak i dla mężczyzn. Tym samym potwierdzamy prawdziwość hipotezy H1 dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej.

Na podstawie wyników badań jakie prezentujemy w rozdziale piątym naszej pracy stwierdzamy, że największa poprawa precyzji prognoz ODDTŻ wyznaczonych za pomocą modeli e0, mierzona za pomocą średniego absolutnego błędu prognostycznego (MAPE), występuje w przypadku zastosowania oszacowanych wielopopulacyjnych modeli umieralności, zgodnych z koncepcją przedstawioną przez Li-Lee.

Cel szczegółowy 7. Analiza finansowych skutków ryzyka długowieczności w grupach krajów podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, wyodrębnionych w oparciu o literaturę i autorską metodę. Finansowe skutki ryzyka długowieczności oceniamy na podstawie kosztów polityki społecznej, powstałych w wyniku niedoszacowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia.

Z celem tym związana jest weryfikacja hipotezy H2: *Wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli umieralności przyczynia się do dokładniejszego oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności w porównaniu z oszacowaniem uzyskanym na podstawie modeli jednopopulacyjnych.*

W rozdziale szóstym prezentujemy rozmiar finansowych skutków ryzyka długowieczności w zależności od przyjętego modelu państwa opiekuńczego. Z analizy wynika, że przyjęty rodzaj polityki społeczno-socjalnej ma wpływ na wielkość ryzyka długowieczności. Ponadto duże znaczenie ma grupa wiekowa, dla której wykonywane są prognozy.

Na podstawie wyliczeń jakie prowadzimy w oparciu o prognozy ODDTŻ, uzyskane zarówno na podstawie modeli e0 jak i modeli e65 stwierdzamy, że średnie wartości rocznych kosztów ryzyka długowieczności w relacji do PKB w latach 2011-2018, różnią się w zależności od przyjętego w danym państwie modelu państwa opiekuńczego. Dla prognoz uzyskanych na podstawie modeli e0, są one najniższe w grupie państw, które przypisujemy do modelu liberalnego. Zaś jedne z najwyższych kosztów są w grupie państw modelu bałtyckiego oraz wyszehradzkiego. Dla prognoz ODDTŻ, uzyskanych na podstawie modeli e65 wynika, że

przeciętne roczne koszty są najniższe również w krajach modelu liberalnego a najwyższe w państwach modelu południowego.

W toku prowadzonych badań sprawdzamy, czy przynależność do danej grupy państw wpływa także na oszacowania wielkości finansowych skutków ryzyka długowieczności. W tym celu, każdemu modelowi państwa opiekuńczego przypisujemy wartość miernika d_1^* (zob. rozdz. 6.2). Miernik d_1^* wskazuje na dokładność oszacowań finansowych skutków RD uzyskanych na podstawie modeli jednopopulacyjnych i wielopopulacyjnych w ramach danego modelu państwa opiekuńczego. Z wyników przedstawionych w tabeli 6.9 i na rysunku 6.1 wynika, że d_1^* zależy od wybranego modelu polityki społecznej. Jako potwierdzenie tej tezy podajemy fakt, że w całym badanym okresie najmniejsze wartości d_1^* obserwujemy w grupie krajów przypisanych do modelu liberalnego. Następnie relatywnie niskie wartości odnajdujemy w grupie krajów przypisanych do modeli konserwatywnego oraz liberalnego. Nieco wyższe wartości d_1^* obserwujemy w obrębie modelu południowego, krajach Beneluxu oraz w grupie państw skandynawskich. Natomiast najwyższe wartości występują w ramach modeli: bałtyckiego oraz wyszehradzkiego. Powyższe obserwacje potwierdza analiza wariancji oraz test post hoc Tukey'a. Zatem potwierdzamy hipotezę H2 stwierdzając, że wykorzystanie wielopopulacyjnych modeli umieralności przyczynia się do dokładniejszego oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności w porównaniu z oszacowaniem uzyskanym na podstawie modeli jednopopulacyjnych.

Cel szczegółowy 8. *Weryfikacja wpływu zastosowanej metody podziału na jednorodne grupy krajów, podobnych ze względu na model państwa opiekuńczego, na oszacowania finansowych skutków ryzyka długowieczności.*

Cel ten związany jest z weryfikacji hipotezy H3: *Zastosowanie autorskiej metody PAM-DTW wyodrębniania krajów podobnych ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego, umożliwia dokładniejsze oszacowanie finansowych skutków ryzyka długowieczności, w porównaniu z oszacowaniem bazującym na podziale literaturowym (opartym o literaturę).*

Z zaprezentowanych w szóstym rozdziale rozmiarów finansowych skutków RD wynika, że otrzymujemy różny poziom kosztów, w zależności od przyjętej metody grupowania państw. Opracowana przez nas autorska metoda PAM-DTW przynosi poprawę wyników, w stosunku do wyników otrzymanych dla metody podziału państw bazującej na opracowanym przeglądzie literatury. Dla grup państw wyłonionych w nowatorski sposób, otrzymujemy niższe koszty spowodowane niedoszacowaniem prognoz ODDTŻ.

Liczba krajów, w których obniżana jest wysokość finansowych skutków RD, bazujących na prognozach ODDTŻ, uzyskanych na podstawie modeli e_0 , w zależności od badanego roku, waha się pomiędzy 14 a 18 przypadków na 26 badanych państw. Szczegółowe dane publikujemy w tabelach od 2.1 do 2.8 w załączniku nr 2. Do obniżenia potencjalnych kosztów spowodowanych ryzykiem długowieczności dochodzi w każdym z badanych lat dla wszystkich 7-miu państw Europy Środkowej i Wschodniej. Jednocześnie zaznaczamy, że zastosowania podziału krajów w oparciu o metodę PAM-DTW pozwala na ograniczenie skali finansowych skutków ryzyka długowieczności przeciętnie dla 10 z 26 badanych krajów, jednak w każdym z badanych lat co najmniej dwa z tych krajów należą do grupy krajów wyszehradzkich, w których skala problemu jest największa. Analogiczne wnioski możemy sformułować dla kosztów RD bazujących na prognozach uzyskanych na podstawie modeli e_5 .

Zatem z przeprowadzonych badań, wynika, że zastosowanie w procesie prognostycznym, opartym o wielopopulacyjne modele umieralności, grup państw wyznaczonych za pomocą metody PAM-DTW, pozwala na osiągnięcie poprawy względem prognoz wyznaczonych w oparciu o podział określony na podstawie przeglądu literatury. W związku z tym, potwierdzamy prawdziwość hipotezy H3.

Podsumowując, na podstawie realizacji głównego celu pracy oraz celów pomocniczych, jak również, biorąc pod uwagę wyniki weryfikacji postawionych hipotez pomocniczych, stwierdzamy prawdziwość hipotezy głównej pracy H (*Model państwa opiekuńczego ma wpływ na finansowe skutki ryzyka długowieczności, wyrażone za pomocą kosztów związanych z dłuższym niż oczekiwano trwaniem życia*).

Konkluzje końcowe i kierunki dalszych badań

Opisany w niniejszej rozprawie problem wpływu sposobu prowadzenia polityki społecznej państwa na wielkość finansowych skutków ryzyka długowieczności jest mało rozpoznany w literaturze przedmiotu zarówno polskiej jak i międzynarodowej. Również szacunki dotyczące skali finansowych skutków ryzyka długowieczności stanowią rzadkość zarówno wśród publikacji naukowych jak i raportów opracowanych przez ekspertów branży ubezpieczeniowej. W przeprowadzonych badaniach scharakteryzowaliśmy w kompleksowy sposób zarówno tematykę wpływu polityki społecznej państwa na wielkość ryzyka długowieczności jak również określiliśmy rozmiar finansowych skutków tego zjawiska. Według naszej obecnej wiedzy, przedstawione w dysertacji badania są jednymi z pierwszych zarówno w Polsce jak również w badaniach międzynarodowych. Niniejsze opracowanie

pozwała na niespotykane dotychczas całościowe spojrzenie na problem ryzyka długowieczności.

Podjęta w pracy dyskusja na temat rozwoju koncepcji państwa opiekuńczego i jego wpływu na kondycję zdrowotną społeczeństwa, wyrażoną za pomocą oczekiwanej długości dalszego trwania życia, pozwala na zidentyfikowanie źródeł problemu ryzyka długowieczności. Ponadto historyczne ujęcie ewolucji klasyfikacji modeli państwa opiekuńczego oraz ich usystematyzowanie z uwzględnieniem najnowszych koncepcji obejmujących państwa Europy Środkowej i Wschodniej ukazuje zmienność sposobu prowadzenia polityki społecznej w minionych dekadach. Prowadzona przez nas analiza opiera się o wyodrębnioną na podstawie przeglądu literatury klasyfikację państw ze względu na przyjęty model państwa opiekuńczego. W ten sposób zyskujemy możliwość zbadania wpływu prowadzonej polityki na wielkość ryzyka długowieczności. Wykorzystywana w naszych badaniach metoda DTW, która pozwala nam na analizę porównawczą dynamiki wielowymiarowych szeregów czasowych, uwzględniających równocześnie zmiany demograficzne oraz gospodarcze daje możliwość wyłonienia grup państw, w których zachodzą podobne relacje społeczno-gospodarcze. Bazująca na algorytmie DTW, klasyfikacja państw stanowi nowatorskie rozwiązanie problemu, będące alternatywą do koncepcji teoretycznych, przedstawionych w literaturze.

Niniejsze opracowanie jest wkładem w wyjaśnienie mechanizmów ryzyka długowieczności, przyczyn jego powstawania oraz sposobów jego ograniczania. A jego innowacyjność to również sposób w jaki podchodzimy do modelowania prognoz oczekiwanej długości dalszego trwania życia. Opracowana przez nas w środowisku R procedura obliczeniowa pozwalająca na oszacowanie parametrów modeli umieralności, uwzględniających czynnik demograficzny i gospodarczy, oparta o koncepcje teoretyczne zaproponowane przez Niu i Melenberga oraz Boonena i Li, stanowi nowe podejście do sposobu wyznaczania prognoz ODDTŻ. Zaproponowany sposób szacowania parametrów stochastycznych modeli umieralności, pozwala na zastosowanie w procesie prognozowania ODDTŻ rzadko wykorzystywanych w tym kontekście zmiennych gospodarczych, jak również łączy zaawansowane narzędzia obliczeniowe. Fundamentem procedury jest uogólniony model nieliniowy, wspierany semi-parametryczną metodą bootstrap. W ten sposób mamy możliwość wyznaczenia prognoz punktowych oraz prognoz przedziałowych.

Z uwagi na kompleksowy charakter prowadzonych przez nas badań oraz na potencjał stosowanych narzędzi obliczeniowych jesteśmy przekonani, że naturalnym kierunkiem dalszych badań jest wykorzystanie, opisanych przez nas koncepcji, w połączeniu z metodami uczenia maszynowego. Uczenie maszynowe to zastosowanie sztucznej inteligencji za pomocą

szeregu algorytmów zoptymalizowanych na podstawie próbek danych lub wcześniejszych doświadczeń. W tym kontekście dostarczamy gotowe rozwiązania i algorytmy, które mogą być rozwijane przy pomocy uczenia maszynowego. Pomimo rosnącego wykorzystania w różnych dziedzinach nauki metod uczenia maszynowego, zastosowania tej metodologii w demografii nie są zbyt popularne. W literaturze poświęconej modelowaniu umieralności istnieje bardzo niewiele publikacji na ten temat. Wierzymy jednak, że techniki uczenia maszynowego mogą być cenne jako uzupełnienie standardowych modeli umieralności, a nie ich substytut.

Zwracamy również uwagę na to, że zaprezentowane w niniejszej rozprawie badania, pozwalają na zarekomendowanie modelu umieralności, który pozwala na wyznaczenie prognoz najbardziej zbliżonych do wartości rzeczywistych. Wybór modelu zależy od wielu czynników, jednak w kontekście wykorzystania modeli wielopopulacyjnych, fundamentalne znaczenie ma dobór grupy państw, pozwalający na zwiększenie precyzji prognoz. W naszych badaniach proponujemy wykorzystanie jednego z dwóch wielopopulacyjnych modeli: modelu Li-Lee oraz modelu Boonen-Li, których parametry szacujemy z wykorzystaniem dwóch różnych klasyfikacji państw. Na przykładzie państw należących do modelu skandynawskiego zauważamy, że dla grup państw wyłonionych na podstawie przeglądu literatury wykorzystanie modelu Li-Lee pozwala na uzyskanie prognoz ODDTŻ dla grupy wiekowej e_0 nieznacznie niedoszacowanych. Natomiast włączenie do procesu prognostycznego czynnika gospodarczego zawartego w modelu Boonen-Li, w większości przypadków przynosi przeszacowane prognozy dla tej samej grupy krajów. Z podobną sytuacją mamy do czynienia w przypadku krajów modelu wyszehradzkiego. Uważamy, że dobór odpowiedniego modelu prognostycznego zawsze uzależniony jest od kontekstu i celu prowadzonych badań.

SPIS TABEL

Tabela 1.1 Oczekiwana długość życia dla kobiet i mężczyzn w wieku 0 lat w wybranych krajach OECD.....	13
Tabela 1.2 Oczekiwana długość życia dla kobiet i mężczyzn w wieku 65 lat w wybranych krajach OECD.....	14
Tabela 1.3 Różnice oczekiwanej długości życia pomiędzy kobietami a mężczyznami z wybranych krajów członkowskich OECD	16
Tabela 1.4 Współczynnik dzietności (liczba urodzeń na 1 kobietę) oraz poziom przyrostu naturalnego (wyrażony w skali procentowej) w wybranych latach.....	20
Tabela 1.5 Procentowy udział osób do 15 roku życia oraz osób powyżej 65 roku życia w wybranych krajach OECD	22
Tabela 1.6 Współczynnik wsparcia osób starszych oraz liczba osób w wieku produkcyjnym przypadających na jedną osobę w wieku 65 lat i więcej, w wybranych krajach OECD	24
Tabela 2.1 Elementy składowe wskaźnika dekomodifikacji.....	31
Tabela 2.2 Modele państwa dobrobytu wg Esping-Andersena.....	32
Tabela 2.3 Zmiany w obrębie reżimów państw dobrobytu w latach 1980, 1999 oraz 2010.....	33
Tabela 2.4 Przegląd klasyfikacji reżimów państwa dobrobytu oraz metod wykorzystanych do ich wyodrębnienia.	39
Tabela 2.5 Modele kapitalizmu w krajach Unii Europejskiej.....	42
Tabela 2.6 Klasyfikacja modeli państwa dobrobytu w Europie środkowej i wschodniej.....	43
Tabela 2.7 Klasyfikacja Systemów Emerytalnych w krajach EOG wg Chybałskiego i Gumoli...	44
Tabela 2.8 Wskaźniki klasyfikacji systemów emerytalnych krajów Europy Środkowo-Wschodniej	45
Tabela 2.9 Klasyfikacja państw Europy Środkowo-Wschodniej wg różnych kategorii wskaźników	45
Tabela 2.10 Klasyfikacja państw wg czynników wpływających na ryzyko długowieczności.	46
Tabela 3.1 Główne przyczyny zgonów na Świecie, w Europie i w Polsce wg klasyfikacji WHO ICD-10	55
Tabela 3.2 Publiczne wydatki emerytalne w relacji do PKB w latach 2011-2018.....	60
Tabela 3.3 Publiczne wydatki na ochronę zdrowia w relacji do PKB w latach 2011-2018	60
Tabela 3.4 Publiczne wydatki emerytalne w poszczególnych grupach wiekowych w 2013 roku jako procent PKB	61
Tabela 3.5 Publiczne wydatki emerytalne w poszczególnych grupach wiekowych w 2013 roku jako procent PKB	62

Tabela 3.6 Uśrednione wydatki na opiekę długoterminową w krajach członkowskich OECD jako % PKB per capita w 2016 roku.....	63
Tabela 4.1 Kraje uwzględnione w analizie i skróty ich nazw	89
Tabela 4.2 Grupy krajów uzyskane na podstawie przeglądu literatury.....	90
Tabela 4.3 Wybrane wskaźniki emerytalne, demograficzne oraz makroekonomiczne, wykorzystane do grupowania krajów podobnych ze względu na MPO	95
Tabela 4.4 Grupy krajów uzyskane na podstawie metody PAM-DTW.....	95
Tabela 4.5 Jednopopulacyjne modele umieralności szacowane dla populacji kobiet, mężczyzn i razem.....	102
Tabela 4.6 Wielopopulacyjne modele szacowane dla populacji kobiet, mężczyzn i razem	103
Tabela 4.7 Zestawienie modeli umieralności oraz odpowiadających im metod symulacji stosowanych do wyznaczania prognoz przedziałowych.....	104
Tabela 5.1 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter _{e0} i Lee-Carter _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	112
Tabela 5.2 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter _{e0} i Lee-Carter _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	113
Tabela 5.3 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman _{e0} i Renshaw-Haberman _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	115
Tabela 5.4 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman _{e0} i Renshaw-Haberman _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	116
Tabela 5.5 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg _{e0} i Niu-Melenberg _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	117
Tabela 5.6 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg _{e0} i Niu-Melenberg _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	118
Tabela 5.7 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e0	120
Tabela 5.8 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e65	122
Tabela 5.9 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter _{e0} i Lee-Carter _{e65} i ich bezwzględne błędy.....	124

Tabela 5.10 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy.....	125
Tabela 5.11 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy.....	127
Tabela 5.12 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy.....	128
Tabela 5.13 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy.....	129
Tabela 5.14 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 i ich bezwzględne błędy.....	130
Tabela 5.15 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e0.....	131
Tabela 5.16 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem jednopopulacyjnych modeli e65.....	132
Tabela 5.17 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy	135
Tabela 5.18 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy	136
Tabela 5.19 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy.....	137
Tabela 5.20 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy.....	138
Tabela 5.21 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy.....	140
Tabela 5.22 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy.....	141
Tabela 5.23 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy	142

Tabela 5.24 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu skandynawskiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy	143
Tabela 5.25 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e0 oraz wielopopulacyjnych modeli e0, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW	145
Tabela 5.26 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych wysokorozwiniętych krajów OECD, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e65 oraz wielopopulacyjnych modeli e65, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW	146
Tabela 5.27 Wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania testu U Manna-Whitneya do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego w przypadku badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD	151
Tabela 5.28 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 i ich bezwzględne błędy	153
Tabela 5.29 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 i ich bezwzględne błędy	153
Tabela 5.30 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy	155
Tabela 5.31 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy	156
Tabela 5.32 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy	158
Tabela 5.33 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 i ich bezwzględne błędy	159
Tabela 5.34 Prognozy ODDTŻ dla mężczyzn z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 i ich bezwzględne błędy	160
Tabela 5.35 Prognozy ODDTŻ dla kobiet z krajów modelu wyszehradzkiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy	161
Tabela 5.36 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów OECD z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e0 oraz wielopopulacyjnych modeli e0, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW	163

Tabela 5.37 Zestawienie błędów średnich (ME) oraz średnich absolutnych błędów procentowych (MAPE) prognoz ODDTŻ na lata 2011-2018 dla badanych krajów OECD z obszaru Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem modeli Lee-Cartera_e65 oraz wielopopulacyjnych modeli e65, bazujących na podziale literaturowym oraz PAM-DTW.....	163
Tabela 5.38 Wartości p-Value uzyskane w wyniku zastosowania testu U Manna-Whitneya do porównań błędów MAPE dla modelu LC z błędami MAPE dla danego modelu wielopopulacyjnego w przypadku badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej.....	165
Tabela 6.1 Przeszacowana liczba zgonów dla 2013 roku, wyznaczona z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0, dla krajów modelu skandynawskiego i wyszehradzkiego (w tysiącach).....	171
Tabela 6.2 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla krajów modelu skandynawskiego i wyszehradzkiego w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0.....	172
Tabela 6.3 Przeszacowana liczba zgonów, obliczona na podstawie prognoz przyszłych współczynników umieralności, wyznaczonych dla osób w wieku 65 lat, za pomocą modelu Lee-Cartera, dla roku 2013, w krajach modelu skandynawskiego i krajach modelu wyszehradzkiego (w tysiącach).....	174
Tabela 6.4 Koszty wynikające z niedoszacowania prognoz ODDTŻ wyznaczonych za pomocą modelu Lee-Cartera_e65 dla roku 2013 (podane jako procent PKB).....	175
Tabela 6.5 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla analizowanych krajów OECD w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0.....	177
Tabela 6.6 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) dla analizowanych krajów OECD w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65	178
Tabela 6.7 Wartości p-Value lewostronnego testu t-Studenta dla dwóch średnich $d1$ i $d2$	180
wyznaczonych w oparciu o modele e0	180
Tabela 6.8 Wartości p-Value lewostronnego testu t-Studenta dla dwóch średnich $d1$ i $d2$	181
wyznaczonych w oparciu o modele e65.....	181
Tabela 6.9 Wartości miernika $d1 *$ w latach 2011-2018 dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych, wyznaczone na podstawie modeli e0.....	182
Tabela 6.10 Współczynniki korelacji między $d1 *$ z poszczególnych lat badanego okresu 2011-2018, wyznaczonymi na podstawie modeli e0	183
Tabela 6.11 Wartości miernika $d1 *$ w latach 2011-2018 dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych, wyznaczone na podstawie modeli e65.....	184
Tabela 6.12 Współczynniki korelacji między $d1 *$ z poszczególnych lat badanego okresu 2011-2018, wyznaczonymi na podstawie modeli e65	185

SPIS RYSUNKÓW

Rysunek 1.1 Piramidy wieku populacji wybranych grup państw członkowskich OECD pogrupowanych ze względu na model państwa opiekuńczego w 1960 roku.....	17
Rysunek 1.2 Piramidy wieku populacji wybranych grup państw członkowskich OECD pogrupowanych ze względu na model państwa opiekuńczego w 2018 roku.....	18
Rysunek 1.3 Charakterystyka pięciu faz rozwoju demograficznego.....	19
Rysunek 3.1 Krzywa Prestona – zależność pomiędzy długością życia a realnym dochodem per capita.....	64
Rysunek 4.1 Graficzne porównanie idei odległości Euklidesa oraz odległości DTW między dwoma szeregami czasowymi.....	93
Rysunek 4.2 Graficzna ilustracja tzw. ścieżki podobieństwa stanowiącej główną ideę metody DTW.....	93
Rysunek 4.3 Ścieżka przejścia w między szeregami X i Y.....	94
Rysunek 4.4 Wskaźniki sylwetkowe dla przyjętego podziału krajów na 5 grup, uzyskanego z wykorzystaniem metody PAM-DTW.....	96
Rysunek 5.1 Wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla badanych 19-stu wysokorozwiniętych krajów OECD wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności.....	150
Rysunek 5.2 Wykresy pudełkowe błędów MAPE prognoz ODDTŻ dla badanych krajów Europy Środkowej i Wschodniej, wyznaczonych z wykorzystaniem oszacowanych jedno i wielopopulacyjnych modeli umieralności.....	164
Rysunek 6.1 Wykresy pudełkowe rozkładu miernika $d1^*$ z lat 2011-2018 (wyznaczonego na podstawie modeli e0) dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych.....	182
Rysunek 6.2 Wykresy pudełkowe rozkładu miernika $d1^*$ z lat 2011-2018 (wyznaczonego na podstawie modeli e65) dla poszczególnych modeli państw opiekuńczych.....	184

SPIS ŹRÓDEŁ INTERNETOWYCH

[www1] Human Mortality Database <https://www.mortality.org/> (dostęp 10.12.2023)

[www2] ONZ World Population Prospect

<https://population.un.org/wpp/Download/Standard/MostUsed/> (dostęp 10.12.2023)

[www3] Zintegrowana Platforma Edukacyjna <https://zpe.gov.pl/b/model-przejscia-demograficznego/Pfwif5OxM> (dostęp 10.12.2023)

[www4] OECD Data <https://data.oecd.org/pop/old-age-dependency-ratio.htm> (dostęp 10.12.2023)

- [www5] OECD Data Pension Spending <https://data.oecd.org/socialexp/pension-spending.htm> (dostęp 10.12.2023)
- [www6] OECD Health Spending <https://data.oecd.org/healthres/health-spending.htm> (dostęp 10.12.2023)
- [www7] OECD Stat Pensions at a Glance <https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=PAG> (dostęp 10.12.2023)
- [www8] Eurostat Data
https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/spr_exp_pens/default/table?lang=en (dostęp 10.12.2023)
- [www9] Komisja Europejska Aging Report 2015
https://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2015/pdf/ee3_en.pdf (dostęp 10.12.2023)
- [www10] Komisja Europejska
https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK550604/pdf/Bookshelf_NBK550604.pdf (dostęp 10.12.2023)
- [www11] The Maddison Project
<https://www.rug.nl/ggdc/historicaldevelopment/maddison/releases/maddison-project-database-2020> (dostęp 10.12.2023)
- [www12] OECS Statistics Database <https://stats.oecd.org/> (dostęp 10.12.2023)

BIBLIOGRAFIA

- Alho, Juha M., i Bruce D. Spencer. 1985. „Uncertain population forecasting”. *Journal of the American Statistical Association* 80 (390): 306–14.
<https://doi.org/10.1080/01621459.1985.10478113>.
- . 1990. „Effects of targets and aggregation on the propagation of error in mortality forecasts”. *Mathematical population studies* 2 (3): 209–27.
<https://doi.org/10.1080/08898489009525307>.
- Amable, Bruno. 2003. „The Diversity of Modern Capitalism”. *The Diversity of Modern Capitalism*, grudzień, 1–324. <https://doi.org/10.1093/019926113X.001.0001>.
- Antonio, Katrien, Sander Devriendt, i Jens Robben. 2020. „IA|BE PROSPECTIVE MORTALITY TABLES 2020 The IA|BE 2020 mortality projection for the Belgian population”.
- Arts, Wil, i John Gelissen. 2002. „Three worlds of welfare capitalism or more? A state-of-the-art report”. *Journal of European Social Policy* 12 (2): 137–58.
<https://doi.org/10.1177/0952872002012002114>.
- Atance, David, Ana Debón, i Eliseo Navarro. 2020. „A comparison of forecasting mortality models using resampling methods”. *Mathematics* 8 (9): 1–21.
<https://doi.org/10.3390/math8091550>.
- Bambra, Clare. 2006. „Decommodification and the worlds of welfare revisited”. *Journal of European Social Policy* 16 (1): 73–80. <https://doi.org/10.1177/0958928706059835>.
- Barrientos, Armando. 2009. „Labour markets and the (hyphenated) welfare regime in Latin America”. *Economy and Society* 38 (1): 87–108.
<https://doi.org/10.1080/03085140802560553>.
- Bartkowiak, Marcin. 2018. „Modelowanie śmiertelności. Wpływ specyfikacji modelu na jakość prognoz śmiertelności”. *Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych / Szkoła Główna Handlowa*, nr nr 51: 13–34.
- . 2020. *Modelowanie śmiertelności i transfer ryzyka długowieczności*. Poznań: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Basellini, Ugofilippo, Carlo Giovanni Camarda, i Heather Booth. 2023. „Thirty years on: A review of the Lee–Carter method for forecasting mortality”. *International Journal of Forecasting* 39 (3): 1033–49. <https://doi.org/10.1016/J.IJFORECAST.2022.11.002>.
- Beard. 1971. „Some aspects of theories of mortality, cause of death analysis, forecasting and stochastic processes”. *Biological Aspects of Demography* 999, 57–68.
- Bell, W., i B. Monsell. 1991. „Using principal components in time series modeling and forecasting of age-specific mortality rates.”
- Bellman, Richard, i Robert Kalaba. 1958. „On adaptive control processes”. *IRE Transactions on Automatic Control* 4 (2): 1–9. <https://doi.org/10.1109/TAC.1959.1104847>.
- Bijak, Jakub, i Barbara Więckowska. 2008. „Prognozowanie przeciętnego dalszego trwania życia na podstawie modelu Lee i Cartera : wybrane zagadnienia”. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, nr nr 1 (1201) Statystyka aktuarialna-teoria praktyka: 9–27.
- Birchenall, Javier A. 2007. „Economic Development and the Escape from High Mortality”. *World Development* 35 (4): 543–68. <https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2006.06.003>.

- Bloom, David E., David Canning, i Jaypee Sevilla. 2004. „The effect of health on economic growth: A production function approach”. *World Development* 32 (1): 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2003.07.002>.
- Böger, Tobias, i Kerem Gabriel Öktem. 2019. „Levels or worlds of welfare? Assessing social rights and social stratification in Northern and Southern countries”. *Social Policy and Administration* 53 (1): 63–77. <https://doi.org/10.1111/spol.12455>.
- Bonoli, Giuliano. 1997. „Classifying Welfare States: a Two-dimension Approach”. *Journal of Social Policy* 26 (3): 351–72. <https://doi.org/10.1017/S0047279497005059>.
- Booth, Heather. 2020. „Coherent Mortality Forecasting with Standards: Low Mortality Serves as a Guide”. *Springer Series on Demographic Methods and Population Analysis* 49: 153–78. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42472-5_8/FIGURES/8.
- Booth, Heather, i Leonie Tickle. 2008. „Mortality Modelling and Forecasting : a Review of Methods”, nr September. <https://doi.org/10.1017/S1748499500000440>.
- Bozzo, Giuseppina, Susanna Levantesi, i Massimiliano Menzietti. 2020. „Longevity risk and economic growth in sub-populations: evidence from Italy”. *Decisions in Economics and Finance*. <https://doi.org/10.1007/s10203-020-00275-x>.
- Brillinger. 1961. „A justification of some common laws of mortality”. In: *Transactions of the Society of Actuaries, vol XIII, pp 115–119*.
- Cairns, Andrew J G, David Blake, i Kevin Dowd. 2006a. „A TWO-FACTOR MODEL FOR STOCHASTIC MORTALITY WITH PARAMETER UNCERTAINTY: THEORY AND CALIBRATION”. *The Journal of Risk and Insurance*. T. 73.
- Cairns, Andrew J.G., David Blake, i Kevin Dowd. 2006b. „Pricing Death: Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk*”. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA* 36 (1): 79–120. <https://doi.org/10.1017/S0515036100014410>.
- Cairns, Andrew J.G., David Blake, Kevin Dowd, Guy D. Coughlan, David Epstein, i Marwa Khalaf-Allah. 2011. „Mortality density forecasts: An analysis of six stochastic mortality models”. *Insurance: Mathematics and Economics* 48 (3): 355–67. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2010.12.005>.
- Cairns, Andrew J.G., David Blake, Kevin Dowd, Guy D. Coughlan, David Epstein, Alen Ong, i Igor Balevich. 2009. „A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data From England and Wales and the United States”. <http://dx.doi.org/10.1080/10920277.2009.10597538> 13 (1): 1–35. <https://doi.org/10.1080/10920277.2009.10597538>.
- Carfora, M. F., L. Cutillo, i A. Orlando. 2017. „A quantitative comparison of stochastic mortality models on Italian population data”. *Computational Statistics and Data Analysis* 112 (sierpień): 198–214. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2017.03.012>.
- Cédras, Claudette, i Mubarak Shah. 1995. „Motion-based recognition a survey”. *Image and Vision Computing* 13 (2): 129–55. [https://doi.org/10.1016/0262-8856\(95\)93154-K](https://doi.org/10.1016/0262-8856(95)93154-K).
- Charrad, Malika, Nadia Ghazzali, Véronique Boiteau, i Azam Niknafs. 2012. „NbClust Package. An examination of indices for determining the number of clusters”, maj.
- Currie, Iain D. 2014. „On fitting generalized linear and non-linear models of mortality”. <http://dx.doi.org/10.1080/03461238.2014.928230> 2016 (4): 356–83. <https://doi.org/10.1080/03461238.2014.928230>.

- Danesi, Ivan Luciano, Steven Haberman, i Pietro Millosovich. 2015. „Forecasting mortality in subpopulations using Lee-Carter type models: A comparison”. *Insurance: Mathematics and Economics* 62 (maj): 151–61.
<https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2015.03.010>.
- Denkowska, Anna, i Stanisław Wanat. 2021. „Dynamic Time Warping Algorithm in Modeling Systemic Risk in the European Insurance Sector”. *Entropy* 2021, Vol. 23, Page 1022 23 (8): 1022. <https://doi.org/10.3390/E23081022>.
- Dickson, D. C. M. (David C. M.), Mary Hardy, i H. R. (Howard Richard) Waters. 2009. *Actuarial mathematics for life contingent risks*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Dmytrów, K ;, B ; Bieszk-Stolorz, J Landmesser-Rusek, Krzysztof Dmytrów, Beata Bieszk-Stolorz, i Joanna Landmesser-Rusek. 2022. „Sustainable Energy in European Countries: Analysis of Sustainable Development Goal 7 Using the Dynamic Time Warping Method”. *Energies* 2022, Vol. 15, Page 7756 15 (20): 7756.
<https://doi.org/10.3390/EN15207756>.
- Esping-Andersen, Gosta. 1990. „The three worlds of welfare capitalism”. *Choice Reviews Online* 28 (02): 28-1046-28–1046. <https://doi.org/10.5860/choice.28-1046>.
- Ettner, Susan L. 1996. „New evidence on the relationship between income and health”. *Journal of Health Economics* 15 (1): 67–85. [https://doi.org/10.1016/0167-6296\(95\)00032-1](https://doi.org/10.1016/0167-6296(95)00032-1).
- Farkas, Beáta. 2016. „Institutions in the Economic Thought”. W *Models of Capitalism in the European Union*, 3–27. Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1057/978-1-137-60057-8_1.
- Ferrera, Maurizio. 1996. „The «Southern Model» of Welfare in Social Europe”. *Journal of European Social Policy* 6 (1): 17–37. <https://doi.org/10.1177/095892879600600102>.
- Firlit-Fesnak, Grażyna., Jacek Piotr (1968-). Męcina, i Wydawnictwo Naukowe PWN. 2018. „Polityka społeczna”.
- Franses, Philip Hans, i Thomas Wiemann. 2020. „Intertemporal Similarity of Economic Time Series: An Application of Dynamic Time Warping”. *Computational Economics* 56 (1): 59–75. <https://doi.org/10.1007/s10614-020-09986-0>.
- Franzoni, Juliana Martínez. 2008. „Welfare regimes in latin America: Capturing constellations of markets, families, and policies”. *Latin American Politics and Society* 50 (2): 67–100. <https://doi.org/10.1111/j.1548-2456.2008.00013.x>.
- G, Schwarz. 1978. „«Estimating the Dimension of a Model.»” *The Annals of Statistics* 6 (2): 461–64. <https://doi.org/10.2307/2958889>.
- Geiger, Davi, Alok Gupta, John Vlontzos, i Luiz A. Costa. 1995. „Dynamic Programming for Detecting, Tracking, and Matching Deformable Contours”. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (3): 294–302.
<https://doi.org/10.1109/34.368194>.
- Giacometti, Rosella, Marida Bertocchi, Svetlozar T. Rachev, i Frank J. Fabozzi. 2012. „A comparison of the Lee-Carter model and AR-ARCH model for forecasting mortality rates”. *Insurance: Mathematics and Economics* 50 (1): 85–93.
<https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2011.10.002>.
- Golinowska, Stanisława. 2018. *Modele polityki społecznej w Polsce i Europie na początku XXI wieku*. Warszawa.

- Graunt, John. 1662. *Natural and Political Observations mentioned in a following index, and made upon the Bills of Mortality With reference to the Government, Religion, Trade, Growth, Ayre, diseases, and the several Changes of the said City.*
- Guijo-Rubio, David, Antonio Manuel Duran-Rosal, Pedro Antonio Gutierrez, Alicia Troncoso, i Cesar Hervas-Martinez. 2021. „Time-series clustering based on the characterization of segment typologies”. *IEEE Transactions on Cybernetics* 51 (11): 5409–22. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2962584>.
- Haberman, Steven, i Arthur Renshaw. 2011. „A comparative study of parametric mortality projection models”. *Insurance: Mathematics and Economics* 48 (1): 35–55. <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2010.09.003>.
- Halley, E. 1693. „An estimate of the degrees of the mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslaw; with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives, pt nr. 196.”
- Hanewald, Katja. 2011. „Explaining Mortality Dynamics: The Role of Macroeconomic Fluctuations and Cause of Death Trends”. *North American Actuarial Journal* 15 (2): 290–314. <https://doi.org/10.1080/10920277.2011.10597622>.
- Heligman, L., i J. H. Pollard. 1980. „The age pattern of mortality”. *Journal of the Institute of Actuaries* 107 (1): 49–80. <https://doi.org/10.1017/S0020268100040257>.
- Himes, Christine L., Samuel H. Preston, i Gretchen A. Condran. 1994. „A Relational Model of Mortality at Older Ages in Low Mortality Countries”. <http://dx.doi.org/10.1080/0032472031000147796> 48 (2): 269–91. <https://doi.org/10.1080/0032472031000147796>.
- Hinojosa, Leonith, Anthony Bebbington, i Armando Barrientos. 2012. „Social Policy and State Revenues in Mineral-Rich Contexts”. W *Mineral Rents and the Financing of Social Policy*, 91–121. Palgrave Macmillan UK. https://doi.org/10.1057/9780230370913_4.
- Hirotsugu, Akaike. 1973. „Information Theory as an Extension of the Maximum Likelihood Principle”, *Second International Symposium on Information Theory*, nr Budapest.
- Hobcraft, J., J. Menken, i S. Preston. 1982. „Age, period, and cohort effects in demography: a review.” *Population index* 48 (1): 4–43. <https://doi.org/10.2307/2736356>.
- Hunt, Andrew, i David Blake. 2015. „On the Structure and Classification of Mortality Models”. *North American Actuarial Journal* 25 (S1): S215–34. <https://doi.org/10.1080/10920277.2019.1649156>.
- Hyndman, Rob J., Heather Booth, Leonie Tickle, i Piet de Jong. 2006. „Lee-Carter mortality forecasting: A multi-country comparison of variants and extensions”. *Demographic Research* 15 (październik). <https://doi.org/10.4054/demres.2006.15.9>.
- Hyndman, Rob J., Heather Booth, i Farah Yasmeen. 2013. „Coherent Mortality Forecasting: The Product-Ratio Method With Functional Time Series Models”. *Demography* 50 (1): 261–83. <https://doi.org/10.1007/S13524-012-0145-5>.
- Jedynak, Tomasz. 2019. „THE DETERMINANTS OF EFFECTIVE RETIREMENT AGE – A CROSS-COUNTRY ANALYSIS”. W *International Institute of Social and Economic Sciences*. <https://doi.org/10.20472/efc.2019.011.007>.
- Jodź, Kamil. 2014. „Stochastyczne modelowanie umieralności”. *Śląski Przegląd Statystyczny*, nr 12 (18): 237–51. <https://doi.org/10.15611/sps.2014.12.13>.

- Kangas, Olli, i Joakim Palme. 1994. *Class-politics and institutional feedbacks : development of occupational pensions in Finland and Sweden*. Meddelande / Institutet för Social Forskning. Stockholm.
- Kannisto, V., J. Lauritsen, A. R. Thatcher, i J. W. Vaupel. 1994. „Reductions in mortality at advanced ages: several decades of evidence from 27 countries”. *Population & Development Review* 20 (4): 793–810. <https://doi.org/10.2307/2137662>.
- Kannisto, Vaupel Thather. 2000. „The Forces of Mortality at Ages 80 to 120.” *International Journal of Epidemiology* 29 (2): 384–384. <https://doi.org/10.1093/ije/29.2.384-a>.
- Keogh, Eamonn J., i Michael J. Pazzani. 2000. „Scaling up dynamic time warping for datamining applications”. *Proceeding of the Sixth ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, 285–89. <https://doi.org/10.1145/347090.347153>.
- Kim, Hyunsoo, Changbum R. Ahn, David Engelhaupt, i Sang Hyun Lee. 2018. „Application of dynamic time warping to the recognition of mixed equipment activities in cycle time measurement”. *Automation in Construction* 87 (marzec): 225–34. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2017.12.014>.
- Kirkwood, Thomas B.L. 2015. „Deciphering death: a commentary on Gompertz (1825) ‘On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies’”. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences* 370 (1666). <https://doi.org/10.1098/RSTB.2014.0379>.
- Korpi, Walter, i Joakim Palme. 1998. „The paradox of redistribution and strategies of equality: welfare state institutions, inequality, and poverty in the Western countries”. *American Sociological Review* 63 (5): 661–87. <https://doi.org/10.2307/2657333>.
- Krpan, Mira, Ana Pavkovic, i Berislav Zmuk. 2020. „Cluster analysis of new EU member states’ pension systems”. *Interdisciplinary Description of Complex Systems* 18 (2-B): 208–22. <https://doi.org/10.7906/indecs.18.2.10>.
- Lee, i Carter. 1992. „Leecarter”. *Journal of the American Statistical Association* 87 (419): 659–71.
- Leibfried, Stephan, i Paul Pierson. 1992. „Prospects for Social Europe”. *Politics & Society* 20 (3): 333–66. https://doi.org/10.1177/003232929202000305/ASSET/003232929202000305.FP.PNG_V03.
- Li, Jackie. 2013. „A Poisson common factor model for projecting mortality and life expectancy jointly for females and males”. <http://dx.doi.org/10.1080/00324728.2012.689316> 67 (1): 111–26. <https://doi.org/10.1080/00324728.2012.689316>.
- Li, Nan, i Ronald Lee. 2005. „Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee-Carter method”. *Demography* 42 (3): 575–94. <https://doi.org/10.1353/dem.2005.0021>.
- Martínez Franzoni, Juliana, i Diego Sánchez-Ancochea. 2018. „Undoing segmentation? Latin American health care policy during the economic boom”. *Social Policy & Administration* 52 (6): 1181–1200. <https://doi.org/10.1111/spol.12434>.

- McNown, Robert, i Andrei Rogers. 1989. „Forecasting Mortality: A Parameterized Time Series Approach”. *Demography* 26 (4): 645–60.
<https://doi.org/10.2307/2061263/METRICS>.
- Moivre A., De. 1725. „Annuities on lives: Or, the valuation of annuities upon any number of lives as also of reversions. William Person, London.” De Moivre, A. 1725.
https://www.librarysearch.manchester.ac.uk/discovery/fulldisplay/alma9913278134401631/44MAN_INST:MU_NUI.
- Müller, Meinard. 2007. „Dynamic Time Warping. In Information Retrieval for Music and Motion, chapter 4, pages 69-84”. *Information Retrieval for Music and Motion*, 1–313.
https://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/9783540740476-1.pdf?SGWID=0-0-45-452103-p173751818.
- Niu, Geng, i Bertrand Melenberg. 2014. „Trends in Mortality Decrease and Economic Growth”. *Demography* 51 (5): 1755–73. <https://doi.org/10.1007/s13524-014-0328-3>.
- Nordic Medico-Statistical Committee. 2017. „Health Statistics for the Nordic Countries”.
- OECD. 2020. „OECD Pensions Outlook 2020”, OECD Pensions Outlook, , grudzień.
<https://doi.org/10.1787/67EDE41B-EN>.
- . 2023. „Health at a Glance 2023”, Health at a Glance, , listopad.
<https://doi.org/10.1787/7A7AFB35-EN>.
- Ojrzyńska, Anna. 2013. „Rodzina modeli Lee-Cartera”. *Studia Ekonomiczne / Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, nr nr 162 Wielowymiarowe modelowanie i analiza ryzyka: 99–106.
- Olivera, Javier. 2015. „Well-being differences in old-age in Europe : the Active Ageing Index by cohorts”, nr April.
- Oppermann, L. H. F. 1870. „On the graduation of life tables, with special application to the rate of mortality in infancy and childhood.” *The Insurance Record Minutes from a meeting in the Institute of Actuaries*, 42.
- Pankratz, Curt J. 2014. „Welfare state regimes and the evolution of liberalism”. *Journal of International and Comparative Social Policy* 30 (3): 217–30.
<https://doi.org/10.1080/21699763.2014.951383>.
- Papież, Monika. 2011. „Wykorzystanie modelu Lee-Cartera do prognozowania współczynników zgonów w Polsce”. *Studia Ekonomiczne / Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*, nr nr 95 Współczesne problemy demograficzne w dobie globalizacji : aspekty pozytywne i negatywne: 83–91.
- Pascariu, Marius D., Ugofilippo Basellini, José Manuel Aburto, i Vladimir Canudas-Romo. 2020. „The Linear Link: Deriving Age-Specific Death Rates from Life Expectancy”. *Risks* 2020, Vol. 8, Page 109 8 (4): 109. <https://doi.org/10.3390/RISKS8040109>.
- Petitjean, François, Alain Ketterlin, i Pierre Gançarski. 2011. „A global averaging method for dynamic time warping, with applications to clustering”. *Pattern Recognition* 44 (3): 678–93. <https://doi.org/10.1016/J.PATCOG.2010.09.013>.
- Preston, Samuel H. 1976. „Mortality patterns in national populations : with special reference to recorded causes of death”, 201.
- Raihan, Tasneem. 2017. „Predicting US Recessions: A Dynamic Time Warping Exercise in Economics”. *SSRN Electronic Journal*, październik.
<https://doi.org/10.2139/ssrn.3047649>.

- Robben, Jens, Katrien Antonio, Sander 2022 Devriendt, Florin Avram, Corina Constantinescu, i Sander Devriendt. 2022. „Assessing the Impact of the COVID-19 Shock on a Stochastic Multi-Population Mortality Model”. *Risks* 2022, Vol. 10, Page 26 10 (2): 26. <https://doi.org/10.3390/RISKS10020026>.
- Roumpakis, Antonios. 2020. „Revisiting Global Welfare Regime Classifications”. *Social Policy and Society*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/S1474746420000330>.
- Sakoe, Hiroaki, i Seibi Chiba. 1978. „Dynamic Programming Algorithm Optimization for Spoken Word Recognition”. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 26 (1): 43–49. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1978.1163055>.
- Sanderson, Warren C., i Sergei Scherbov. 2015. „Faster Increases in Human Life Expectancy Could Lead to Slower Population Aging”. *PLOS ONE* 10 (4): e0121922. <https://doi.org/10.1371/JOURNAL.PONE.0121922>.
- Sharkh, Miriam Abu, i Ian Gough. 2010. „Global welfare regimes: A cluster analysis”. *Global Social Policy* 10 (1): 27–58. <https://doi.org/10.1177/1468018109355035>.
- Steffensen, J. F. 1930. „Infantile mortality from an actuarial point of view”. *Scandinavian Actuarial Journal* 1930 (2): 272–86. <https://doi.org/10.1080/03461238.1930.10416902>.
- Swift, Robyn. 2011. „The relationship between health and GDP in OECD countries in the very long run”. *Health Economics* 20 (3): 306–22. <https://doi.org/10.1002/HEC.1590>.
- Śmiech, Sławomir. 2015. „Co-movement of Commodity Prices – Results from Dynamic Time Warping Classification”. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie* 940 (04): 117–30.
- Tapia Granados, José A., i Ana V. Diez Roux. 2009. „Life and death during the Great Depression”. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 106 (41): 17290–95. <https://doi.org/10.1073/pnas.0904491106>.
- Thiele, T. N. 1871. „On a Mathematical Formula to express the Rate of Mortality throughout the whole of Life, tested by a Series of Observations made use of by the Danish Life Insurance Company of 1871”. *Journal of the Institute of Actuaries* 16 (5): 313–29. <https://doi.org/10.1017/S2046167400043688>.
- Trzpiot, Grażyna, i Justyna Majewska. 2015. „MODELING AND PROJECTING LIFE EXPECTANCY . THE CASE OF THE EU COUNTRIES MODELOWANIE I PROJEKCJA” 4 (50). <https://doi.org/10.15611/ekt.2015.4.13>.
- . 2020. *Długowieczność - modelowanie i analiza ryzyk*. Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Villegas, Andrés M., Pietro Millossovich, i Vladimir K. Kaishev. 2018. „StMoMo: Stochastic mortality modeling in R”. *Journal of Statistical Software* 84 (3). <https://doi.org/10.18637/jss.v084.i03>.
- Wang, Shengshu, Wangping Jia, Shanshan Yang, Ke Han, Wenzhe Cao, Xueling Ren, Jing Li, i in. 2021. „The Role of BMI and Blood Pressure in the Relationship Between Total Cholesterol and Disability in Chinese Centenarians: A Cross-Sectional Study”. *Frontiers in Medicine* 8 (lut). <https://doi.org/10.3389/FMED.2021.608941>.
- Weibull. 1951. „A statistical distribution function of wide applicability.” *Journal of applied mechanics* 103, 293–297.

- Yu, Sam. 2014. „Studying the health care systems in seven East Asian countries by the cluster analysis”. *Development and Society* 43 (1): 81–107. <https://doi.org/10.21588/dns.2014.43.1.004>.
- Yu, Wai Kam. 2014. „The contributions of the studies of health care systems to the examination of the productivist welfare capitalism thesis”. *Journal of Policy Practice* 13 (4): 222–38. <https://doi.org/10.1080/15588742.2014.929069>.

ZAŁĄCZNIK NR 1 – Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia

	Kraj	Lee-Carter_e0 - mężczyźni				Lee-Carter_e65 - mężczyźni				Lee-Carter_e0 - kobiety				Lee-Carter_e65 - kobiety			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	79,40	78,20	76,16	78,50	18,86	18,45	17,68	18,58	84,00	82,58	81,05	83,21	22,20	21,41	20,55	21,86
	prognoza	79,72	78,83	76,40	78,89	19,15	18,76	17,82	18,72	84,41	83,31	81,34	83,57	22,20	21,41	20,55	21,86
	max 0.8	80,03	79,47	76,64	79,27	19,40	19,14	17,96	18,92	84,81	84,04	81,64	83,93	22,20	21,41	20,55	21,86
	błąd prognozy	0,20	0,20	-0,08	0,46	-0,08	-0,19	0,02	0,10	-0,16	-0,72	-0,27	0,03	-0,20	-0,58	-0,18	-0,13
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	79,51	78,17	76,28	78,66	18,90	18,39	17,70	18,67	84,03	82,51	81,04	83,25	22,31	21,51	20,63	21,96
	prognoza	79,90	79,00	76,56	79,04	19,27	18,87	17,91	18,82	84,57	83,46	81,47	83,70	22,31	21,51	20,63	21,96
	max 0.8	80,30	79,83	76,84	79,42	19,64	19,41	18,10	19,03	85,11	84,41	81,90	84,16	22,31	21,51	20,63	21,96
	błąd prognozy	0,37	0,25	-0,11	0,54	0,00	-0,23	0,05	0,17	-0,27	-0,44	-0,29	0,06	-0,35	-0,39	-0,16	-0,02
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	79,59	78,34	76,33	78,70	18,91	18,37	17,75	18,72	84,11	82,43	81,09	83,29	22,43	21,61	20,72	22,07
	prognoza	80,09	79,16	76,71	79,19	19,38	18,97	18,00	18,91	84,73	83,61	81,59	83,84	22,43	21,61	20,72	22,07
	max 0.8	80,59	79,98	77,10	79,68	19,79	19,53	18,33	19,19	85,35	84,79	82,09	84,39	22,43	21,61	20,72	22,07
	błąd prognozy	0,38	0,58	-0,26	0,52	0,09	0,02	-0,03	0,21	-0,11	-0,21	-0,40	-0,03	-0,11	-0,10	-0,23	-0,13
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	79,69	78,48	76,41	78,84	19,03	18,54	17,81	18,73	84,30	82,55	81,24	83,50	22,54	21,71	20,81	22,17
	prognoza	80,27	79,32	76,87	79,34	19,50	19,07	18,09	19,00	84,89	83,76	81,71	83,97	22,54	21,71	20,81	22,17
	max 0.8	80,84	80,15	77,33	79,84	20,02	19,70	18,39	19,26	85,48	84,97	82,19	84,44	22,54	21,71	20,81	22,17
	błąd prognozy	0,26	0,25	-0,37	0,40	0,07	-0,16	-0,01	0,16	-0,39	-0,55	-0,44	-0,07	-0,36	-0,39	-0,18	-0,14
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	79,84	78,53	76,50	78,94	19,06	18,51	17,87	18,76	84,35	82,41	81,28	83,59	22,65	21,81	20,89	22,28
	prognoza	80,45	79,47	77,02	79,49	19,61	19,17	18,18	19,08	85,05	83,90	81,84	84,10	22,65	21,81	20,89	22,28
	max 0.8	81,06	80,42	77,54	80,04	20,22	19,84	18,51	19,39	85,74	85,40	82,40	84,61	22,65	21,81	20,89	22,28
	błąd prognozy	0,12	0,44	-0,68	0,38	0,08	-0,12	-0,13	0,21	-0,43	-0,68	-0,69	-0,18	-0,39	-0,53	-0,33	-0,24
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	79,92	78,61	76,62	79,05	19,07	18,44	17,94	18,91	84,50	82,65	81,35	83,68	22,76	21,90	20,98	22,38
	prognoza	80,63	79,63	77,17	79,64	19,73	19,27	18,27	19,17	85,21	84,05	81,96	84,23	22,76	21,90	20,98	22,38
	max 0.8	81,34	80,64	77,73	80,23	20,42	20,06	18,57	19,53	85,91	85,44	82,57	84,78	22,76	21,90	20,98	22,38
	błąd prognozy	0,12	0,59	-0,93	0,33	0,05	0,13	-0,09	0,31	-0,36	-0,31	-0,77	-0,16	-0,30	-0,18	-0,26	-0,15
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	80,04	78,65	76,77	79,22	19,08	18,56	18,02	19,00	84,59	82,50	81,58	83,78	22,87	22,00	21,07	22,48
	prognoza	80,80	79,78	77,32	79,79	19,84	19,37	18,35	19,26	85,36	84,19	82,08	84,36	22,87	22,00	21,07	22,48
	max 0.8	81,57	80,92	77,88	80,36	20,59	20,19	18,66	19,56	86,13	85,89	82,58	84,93	22,87	22,00	21,07	22,48
	błąd prognozy	-0,11	0,11	-1,13	-0,01	-0,06	-0,17	-0,18	0,18	-0,61	-0,89	-0,89	-0,30	-0,50	-0,70	-0,37	-0,28
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	80,23	78,65	76,88	79,33	19,13	18,68	17,99	19,02	84,75	82,66	81,61	83,93	22,98	22,10	21,15	22,59
	prognoza	80,98	79,94	77,47	79,93	19,95	19,47	18,44	19,35	85,52	84,34	82,20	84,49	22,98	22,10	21,15	22,59
	max 0.8	81,72	81,23	78,07	80,53	20,64	20,33	18,77	19,78	86,28	86,01	82,79	85,05	22,98	22,10	21,15	22,59
	błąd prognozy	0,24	0,21	-1,13	-0,10	0,27	-0,08	-0,20	0,18	-0,22	-0,72	-0,85	-0,45	-0,12	-0,43	-0,34	-0,40

Tabela Z.1.1 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 - mężczyźni				Renshaw-Haberman_e65 - mężczyźni				Renshaw-Haberman_e0 - kobiety				Renshaw-Haberman_e65 - kobiety			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	80,11	79,73	76,38	79,48	19,31	18,86	17,94	18,89	84,50	83,37	81,28	83,94	22,19	21,46	20,53	21,94
	prognoza	80,16	79,81	76,41	79,51	19,35	18,92	17,95	18,93	84,54	83,45	81,30	83,98	22,23	21,53	20,54	21,97
	max 0.8	80,20	79,90	76,45	79,55	19,38	18,98	17,98	18,95	84,57	83,52	81,32	84,01	22,27	21,60	20,56	22,00
	błąd prognozy	-0,24	-0,78	-0,09	-0,16	-0,28	-0,35	-0,11	-0,11	-0,29	-0,86	-0,23	-0,38	-0,23	-0,70	-0,17	-0,24
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	80,41	80,44	76,55	79,69	19,62	19,17	18,09	19,09	84,76	83,80	81,47	84,20	22,39	21,70	20,65	22,08
	prognoza	80,46	80,54	76,59	79,73	19,66	19,23	18,11	19,11	84,80	83,89	81,49	84,24	22,43	21,77	20,67	22,11
	max 0.8	80,51	80,64	76,62	79,77	19,70	19,31	18,14	19,14	84,84	83,98	81,51	84,27	22,48	21,83	20,70	22,14
	błąd prognozy	-0,19	-1,29	-0,14	-0,15	-0,39	-0,59	-0,15	-0,12	-0,50	-0,87	-0,31	-0,48	-0,47	-0,65	-0,20	-0,17
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	80,70	81,18	76,73	79,91	19,92	19,49	18,26	19,30	85,02	84,24	81,68	84,48	22,59	21,97	20,80	22,25
	prognoza	80,74	81,31	76,77	79,96	19,96	19,57	18,28	19,33	85,06	84,35	81,70	84,51	22,64	22,04	20,82	22,28
	max 0.8	80,79	81,44	76,80	80,00	20,00	19,66	18,31	19,36	85,10	84,46	81,72	84,55	22,69	22,13	20,85	22,31
	błąd prognozy	-0,27	-1,57	-0,32	-0,25	-0,49	-0,58	-0,31	-0,21	-0,44	-0,95	-0,51	-0,70	-0,32	-0,53	-0,33	-0,34
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	80,98	81,93	76,89	80,12	20,20	19,78	18,41	19,48	85,26	84,74	81,86	84,74	22,77	22,25	20,92	22,39
	prognoza	81,03	82,10	76,93	80,16	20,26	19,87	18,43	19,52	85,31	84,86	81,88	84,78	22,84	22,34	20,95	22,43
	max 0.8	81,08	82,27	76,96	80,21	20,30	19,97	18,46	19,55	85,36	84,97	81,91	84,81	22,90	22,42	20,98	22,46
	błąd prognozy	-0,50	-2,53	-0,43	-0,42	-0,69	-0,96	-0,35	-0,36	-0,81	-1,65	-0,61	-0,88	-0,66	-1,02	-0,32	-0,40
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	81,26	82,72	77,05	80,35	20,51	20,06	18,56	19,69	85,50	85,18	82,04	85,02	22,97	22,52	21,04	22,54
	prognoza	81,31	82,92	77,09	80,39	20,57	20,17	18,59	19,73	85,55	85,33	82,06	85,06	23,01	22,59	21,07	22,59
	max 0.8	81,36	83,12	77,13	80,44	20,62	20,28	18,62	19,78	85,60	85,48	82,09	85,11	23,10	22,69	21,10	22,63
	błąd prognozy	-0,74	-3,01	-0,75	-0,52	-0,88	-1,12	-0,54	-0,44	-0,93	-2,11	-0,91	-1,14	-0,75	-1,31	-0,51	-0,55
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	81,56	83,60	77,22	80,56	20,83	20,32	18,73	19,88	85,79	85,69	82,26	85,31	23,18	22,77	21,19	22,74
	prognoza	81,62	83,83	77,26	80,61	20,89	20,45	18,76	19,93	85,85	85,88	82,28	85,36	23,24	22,90	21,23	22,78
	max 0.8	81,67	84,05	77,30	80,66	20,95	20,57	18,79	19,98	85,90	86,06	82,31	85,42	23,33	23,01	21,26	22,83
	błąd prognozy	-0,87	-3,61	-1,02	-0,64	-1,11	-1,05	-0,58	-0,45	-1,00	-2,14	-1,09	-1,29	-0,78	-1,18	-0,51	-0,55
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	81,86	84,60	77,38	80,77	21,16	20,67	18,88	20,09	86,03	86,14	82,46	85,58	23,37	22,99	21,34	22,87
	prognoza	81,92	84,87	77,43	80,83	21,24	20,81	18,91	20,13	86,10	86,34	82,49	85,64	23,44	23,10	21,37	22,92
	max 0.8	81,99	85,13	77,47	80,88	21,31	20,94	18,95	20,19	86,16	86,54	82,52	85,70	23,54	23,22	21,41	22,97
	błąd prognozy	-1,23	-4,98	-1,24	-1,05	-1,46	-1,61	-0,74	-0,69	-1,35	-3,04	-1,30	-1,58	-1,07	-1,80	-0,67	-0,72
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	82,14	85,56	77,55	80,98	21,43	20,95	19,04	20,28	86,30	86,62	82,66	85,88	23,54	23,26	21,48	23,03
	prognoza	82,20	85,88	77,59	81,04	21,52	21,12	19,08	20,33	86,37	86,87	82,69	85,94	23,63	23,41	21,51	23,09
	max 0.8	82,27	86,21	77,63	81,10	21,60	21,23	19,11	20,39	86,44	87,12	82,73	86,01	23,73	23,52	21,56	23,15
	błąd prognozy	-0,98	-5,73	-1,25	-1,21	-1,30	-1,73	-0,84	-0,80	-1,07	-3,25	-1,34	-1,90	-0,77	-1,74	-0,70	-0,90

Tabela Z.1.2 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni				Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni				Niu-Melenberg_e0 - kobiety				Niu-Melenberg_e65 - kobiety			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	80,32	79,42	76,82	79,61	19,68	19,27	18,35	19,43	84,97	83,23	81,80	83,94	22,84	21,94	21,10	22,42
	prognoza	80,34	79,53	76,83	79,65	19,69	19,29	18,35	19,44	85,00	83,29	81,81	83,96	22,84	21,95	21,11	22,42
	max 0.8	80,37	79,62	76,84	79,68	19,38	18,98	17,98	18,95	85,01	83,35	81,82	83,98	22,85	21,97	21,11	22,43
	błąd prognozy	-0,42	-0,50	-0,51	-0,30	-0,62	-0,72	-0,51	-0,62	-0,75	-0,70	-0,74	-0,36	-0,84	-1,12	-0,74	-0,69
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	80,50	79,51	76,80	79,92	19,82	19,29	18,37	19,66	85,14	83,56	81,83	84,08	22,90	21,96	21,13	22,43
	prognoza	80,52	79,61	76,81	79,97	19,83	19,30	18,37	19,66	85,16	83,63	81,85	84,10	22,91	21,97	21,13	22,44
	max 0.8	80,55	79,68	76,83	80,01	19,70	19,31	18,14	19,14	85,17	83,68	81,86	84,12	22,92	21,99	21,13	22,45
	błąd prognozy	-0,25	-0,36	-0,36	-0,39	-0,56	-0,66	-0,41	-0,67	-0,86	-0,61	-0,67	-0,34	-0,95	-0,85	-0,66	-0,50
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	80,68	79,62	76,74	80,22	19,93	19,31	18,39	19,88	85,30	83,66	81,85	84,19	23,02	22,01	21,15	22,46
	prognoza	80,70	79,71	76,75	80,28	19,94	19,33	18,40	19,88	85,32	83,68	81,86	84,25	23,03	22,02	21,16	22,47
	max 0.8	80,72	79,77	76,76	80,33	20,00	19,66	18,31	19,36	85,33	83,73	81,87	84,27	23,03	22,03	21,16	22,48
	błąd prognozy	-0,23	0,03	-0,30	-0,57	-0,47	-0,34	-0,43	-0,76	-0,70	-0,28	-0,67	-0,44	-0,71	-0,51	-0,67	-0,53
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	80,86	79,74	76,67	80,51	20,02	19,34	18,42	20,10	85,47	83,82	81,88	84,29	23,10	22,08	21,19	22,50
	prognoza	80,87	79,81	76,68	80,58	20,03	19,36	18,43	20,10	85,48	83,86	81,89	84,39	23,10	22,09	21,19	22,51
	max 0.8	80,90	79,88	76,70	80,64	20,30	19,97	18,46	19,55	85,49	83,91	81,89	84,41	23,11	22,10	21,19	22,52
	błąd prognozy	-0,34	-0,24	-0,18	-0,84	-0,46	-0,45	-0,35	-0,94	-0,98	-0,65	-0,62	-0,49	-0,92	-0,77	-0,56	-0,48
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	81,03	79,87	76,63	80,81	20,10	19,39	18,46	20,31	85,64	83,97	81,93	84,40	23,21	22,16	21,23	22,55
	prognoza	81,05	79,93	76,64	80,88	20,11	19,40	18,46	20,32	85,65	83,99	81,93	84,54	23,22	22,17	21,23	22,56
	max 0.8	81,07	80,00	76,66	80,94	20,62	20,28	18,62	19,78	85,66	84,02	81,94	84,56	23,23	22,18	21,23	22,57
	błąd prognozy	-0,48	-0,02	-0,30	-1,01	-0,42	-0,35	-0,41	-1,03	-1,03	-0,77	-0,78	-0,62	-0,96	-0,89	-0,67	-0,52
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	81,21	80,00	76,63	81,10	20,17	19,44	18,49	20,52	85,80	84,13	81,99	84,51	23,30	22,25	21,27	22,61
	prognoza	81,23	80,06	76,64	81,17	20,18	19,45	18,50	20,53	85,81	84,15	81,99	84,68	23,31	22,26	21,27	22,61
	max 0.8	81,24	80,12	76,66	81,24	20,95	20,57	18,79	19,98	85,82	84,17	82,00	84,70	23,31	22,27	21,28	22,62
	błąd prognozy	-0,48	0,16	-0,40	-1,20	-0,40	-0,05	-0,32	-1,05	-0,96	-0,41	-0,80	-0,61	-0,85	-0,54	-0,55	-0,38
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	81,38	80,14	76,67	81,38	20,22	19,49	18,53	20,73	85,97	84,28	82,07	84,63	23,42	22,35	21,32	22,67
	prognoza	81,40	80,19	76,67	81,46	20,23	19,51	18,54	20,74	85,97	84,29	82,08	84,82	23,43	22,36	21,32	22,68
	max 0.8	81,42	80,24	76,69	81,53	21,31	20,94	18,95	20,19	85,98	84,31	82,08	84,84	23,44	22,37	21,33	22,68
	błąd prognozy	-0,71	-0,30	-0,48	-1,68	-0,45	-0,31	-0,37	-1,30	-1,22	-0,99	-0,89	-0,76	-1,06	-1,06	-0,62	-0,48
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	81,56	80,28	76,74	81,65	20,26	19,56	18,58	20,93	86,13	84,43	82,16	84,75	23,51	22,44	21,37	22,73
	prognoza	81,58	80,33	76,75	81,74	20,27	19,58	18,58	20,94	86,14	84,44	82,17	84,96	23,52	22,46	21,38	22,74
	max 0.8	81,59	80,37	76,76	81,82	21,60	21,23	19,11	20,39	86,14	84,46	82,17	84,98	23,53	22,47	21,38	22,75
	błąd prognozy	-0,36	-0,18	-0,41	-1,91	-0,05	-0,19	-0,34	-1,41	-0,84	-0,82	-0,82	-0,92	-0,66	-0,79	-0,57	-0,55

Tabela Z.1.3 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 - mężczyźni				Li-Lee_e65 - mężczyźni				Li-Lee_e0 - kobiety				Li-Lee_e65 - kobiety			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	79,58	78,84	76,49	78,21	18,71	18,24	17,82	18,51	83,86	82,55	81,14	83,29	21,53	20,63	20,20	21,30
	prognoza	79,78	79,09	76,59	78,31	18,90	18,44	17,93	18,59	84,04	82,82	81,26	83,37	21,67	20,84	20,33	21,38
	max 0.8	79,98	79,32	76,70	78,41	19,09	18,65	18,04	18,67	84,23	83,04	81,38	83,45	21,84	21,06	20,45	21,46
	błąd prognozy	0,14	-0,06	-0,27	1,04	0,17	0,13	-0,09	0,23	0,21	-0,23	-0,19	0,23	0,33	-0,01	0,04	0,35
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	79,60	78,86	76,58	78,33	18,64	18,11	17,88	18,54	83,83	82,51	81,19	83,36	21,48	20,47	20,26	21,30
	prognoza	79,86	79,16	76,75	78,46	18,89	18,37	18,02	18,65	84,08	82,83	81,37	83,48	21,68	20,77	20,42	21,42
	max 0.8	80,13	79,50	76,90	78,60	19,14	18,63	18,18	18,77	84,33	83,19	81,56	83,60	21,89	21,03	20,60	21,53
	błąd prognozy	0,41	0,09	-0,30	1,12	0,38	0,27	-0,06	0,34	0,22	0,19	-0,19	0,28	0,28	0,35	0,05	0,52
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	79,66	78,86	76,70	78,44	18,61	18,01	17,93	18,59	83,82	82,44	81,28	83,44	21,43	20,40	20,31	21,32
	prognoza	79,96	79,23	76,91	78,61	18,90	18,33	18,11	18,72	84,13	82,83	81,51	83,58	21,69	20,72	20,51	21,46
	max 0.8	80,29	79,61	77,10	78,78	19,22	18,63	18,28	18,87	84,41	83,25	81,72	83,73	21,97	21,04	20,72	21,60
	błąd prognozy	0,51	0,51	-0,46	1,10	0,57	0,66	-0,14	0,40	0,49	0,57	-0,32	0,23	0,63	0,79	-0,02	0,48
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	79,72	78,87	76,85	78,57	18,59	17,94	17,98	18,63	83,87	82,41	81,37	83,54	21,41	20,32	20,37	21,35
	prognoza	80,09	79,29	77,07	78,78	18,90	18,30	18,20	18,79	84,21	82,84	81,63	83,70	21,69	20,68	20,60	21,50
	max 0.8	80,44	79,68	77,28	78,97	19,25	18,62	18,39	18,96	84,54	83,29	81,89	83,85	21,99	21,04	20,85	21,67
	błąd prognozy	0,44	0,28	-0,57	0,96	0,67	0,61	-0,12	0,37	0,29	0,37	-0,36	0,20	0,49	0,64	0,03	0,53
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	79,78	78,92	76,99	78,71	18,59	17,93	18,06	18,68	83,89	82,44	81,47	83,63	21,40	20,31	20,42	21,38
	prognoza	80,19	79,38	77,23	78,93	18,93	18,29	18,29	18,86	84,27	82,87	81,76	83,80	21,71	20,67	20,68	21,56
	max 0.8	80,58	79,85	77,49	79,14	19,27	18,63	18,53	19,06	84,65	83,35	82,06	83,98	21,99	21,03	20,95	21,74
	błąd prognozy	0,38	0,53	-0,89	0,94	0,76	0,76	-0,24	0,43	0,35	0,35	-0,61	0,12	0,55	0,61	-0,12	0,48
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	79,92	78,95	77,13	78,85	18,55	17,93	18,14	18,74	84,00	82,43	81,57	83,70	21,39	20,31	20,48	21,42
	prognoza	80,31	79,47	77,39	79,09	18,94	18,32	18,38	18,93	84,35	82,94	81,89	83,91	21,73	20,70	20,75	21,61
	max 0.8	80,75	79,94	77,65	79,32	19,29	18,71	18,64	19,13	84,76	83,44	82,21	84,08	22,04	21,10	21,03	21,81
	błąd prognozy	0,44	0,75	-1,15	0,88	0,84	1,08	-0,20	0,55	0,50	0,80	-0,70	0,16	0,73	1,02	-0,03	0,62
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	79,99	79,05	77,28	78,98	18,55	17,96	18,21	18,78	83,99	82,51	81,70	83,81	21,36	20,32	20,56	21,43
	prognoza	80,42	79,56	77,54	79,23	18,97	18,34	18,47	18,99	84,42	83,00	82,02	84,01	21,75	20,72	20,84	21,66
	max 0.8	80,87	80,08	77,83	79,46	19,32	18,72	18,71	19,21	84,82	83,52	82,39	84,21	22,06	21,14	21,17	21,88
	błąd prognozy	0,27	0,33	-1,35	0,55	0,81	0,86	-0,30	0,45	0,33	0,30	-0,83	0,05	0,62	0,58	-0,14	0,54
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	80,05	79,08	77,39	79,11	18,59	17,98	18,30	18,84	84,03	82,54	81,79	83,90	21,39	20,38	20,61	21,46
	prognoza	80,51	79,66	77,70	79,38	19,01	18,38	18,56	19,07	84,48	83,06	82,16	84,12	21,78	20,77	20,93	21,72
	max 0.8	80,99	80,20	77,99	79,62	19,40	18,79	18,82	19,29	84,90	83,59	82,56	84,32	22,13	21,20	21,27	21,94
	błąd prognozy	0,71	0,49	-1,36	0,45	1,21	1,01	-0,32	0,46	0,82	0,56	-0,81	-0,08	1,08	0,90	-0,12	0,47

Tabela Z.1.4 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee e0 mężczyźni DTW				Li-Lee e65 mężczyźni DTW				Li-Lee e0 kobiety DTW				Li-Lee e65 kobiety DTW			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	79,62	78,93	76,31	79,34	18,75	18,43	17,76	18,64	83,90	82,71	81,04	83,42	21,56	20,88	20,20	21,42
	prognoza	79,81	79,08	76,43	79,46	18,92	18,60	17,88	18,73	84,07	82,93	81,18	83,51	21,69	21,09	20,31	21,51
	max 0.8	80,00	79,25	76,55	79,59	19,09	18,74	17,98	18,83	84,07	82,93	81,18	83,51	21,84	21,30	20,42	21,61
	błąd prognozy	0,11	-0,05	-0,11	-0,11	0,15	-0,03	-0,04	0,09	0,18	-0,34	-0,11	0,09	0,31	-0,26	0,06	0,22
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	79,65	79,07	76,42	79,43	18,71	18,46	17,82	18,74	83,89	82,84	81,12	83,51	21,52	20,95	20,23	21,52
	prognoza	79,94	79,28	76,59	79,63	18,96	18,65	17,96	18,87	84,14	83,16	81,32	83,65	21,74	21,23	20,40	21,64
	max 0.8	80,19	79,49	76,75	79,82	19,18	18,87	18,11	19,01	84,14	83,16	81,32	83,65	21,93	21,52	20,56	21,77
	błąd prognozy	0,33	-0,03	-0,14	-0,05	0,31	-0,01	0,00	0,12	0,16	-0,14	-0,14	0,11	0,22	-0,11	0,07	0,30
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	79,70	79,20	76,55	79,56	18,69	18,48	17,88	18,83	83,90	83,02	81,21	83,60	21,51	20,97	20,27	21,60
	prognoza	80,04	79,45	76,73	79,79	18,95	18,73	18,05	19,00	84,19	83,35	81,44	83,78	21,74	21,34	20,48	21,77
	max 0.8	80,37	79,71	76,94	80,04	19,27	18,98	18,23	19,16	84,19	83,35	81,44	83,78	22,02	21,68	20,68	21,93
	błąd prognozy	0,43	0,29	-0,28	-0,08	0,52	0,26	-0,08	0,12	0,43	0,05	-0,25	0,03	0,58	0,17	0,01	0,17
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	79,78	79,35	76,68	79,68	18,69	18,49	17,92	18,93	83,92	83,16	81,29	83,71	21,51	21,08	20,32	21,71
	prognoza	80,14	79,65	76,88	79,96	19,01	18,79	18,13	19,11	84,27	83,55	81,56	83,92	21,80	21,44	20,56	21,88
	max 0.8	80,52	79,94	77,11	80,23	19,34	19,07	18,35	19,31	84,27	83,55	81,56	83,92	22,06	21,83	20,79	22,05
	błąd prognozy	0,39	-0,08	-0,38	-0,22	0,56	0,12	-0,05	0,05	0,23	-0,34	-0,29	-0,02	0,38	-0,12	0,07	0,15
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	79,86	79,50	76,81	79,81	18,70	18,51	17,99	19,01	83,94	83,34	81,37	83,82	21,55	21,17	20,36	21,81
	prognoza	80,27	79,82	77,02	80,12	19,05	18,85	18,22	19,23	84,34	83,78	81,70	84,06	21,83	21,58	20,65	22,00
	max 0.8	80,67	80,13	77,29	80,41	19,40	19,18	18,45	19,44	84,34	83,78	81,70	84,06	22,14	21,98	20,90	22,19
	błąd prognozy	0,30	0,09	-0,68	-0,25	0,64	0,20	-0,17	0,06	0,28	-0,56	-0,55	-0,14	0,43	-0,30	-0,09	0,04
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	79,96	79,66	76,92	79,94	18,73	18,55	18,06	19,11	84,03	83,48	81,48	83,92	21,58	21,24	20,45	21,90
	prognoza	80,41	79,99	77,17	80,27	19,09	18,92	18,30	19,34	84,43	83,97	81,81	84,18	21,87	21,69	20,71	22,11
	max 0.8	80,82	80,34	77,46	80,60	19,46	19,25	18,55	19,58	84,43	83,97	81,81	84,18	22,19	22,13	21,01	22,33
	błąd prognozy	0,34	0,23	-0,93	-0,30	0,69	0,48	-0,12	0,14	0,42	-0,23	-0,62	-0,11	0,59	0,03	0,01	0,12
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	80,00	79,78	77,04	80,08	18,73	18,59	18,11	19,20	84,06	83,68	81,58	84,03	21,58	21,31	20,47	22,01
	prognoza	80,53	80,15	77,32	80,43	19,11	19,00	18,39	19,44	84,49	84,15	81,93	84,31	21,90	21,80	20,78	22,22
	max 0.8	80,98	80,53	77,62	80,77	19,51	19,36	18,64	19,72	84,49	84,15	81,93	84,31	22,26	22,30	21,12	22,47
	błąd prognozy	0,16	-0,26	-1,13	-0,65	0,67	0,20	-0,22	0,00	0,26	-0,85	-0,74	-0,25	0,47	-0,50	-0,08	-0,02
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	80,12	79,93	77,14	80,21	18,78	18,64	18,18	19,28	84,13	83,85	81,68	84,15	21,62	21,37	20,54	22,12
	prognoza	80,63	80,32	77,47	80,59	19,16	19,07	18,47	19,57	84,56	84,35	82,06	84,43	21,94	21,93	20,88	22,35
	max 0.8	81,13	80,71	77,76	80,94	19,57	19,43	18,74	19,84	84,56	84,35	82,06	84,43	22,31	22,45	21,19	22,59
	błąd prognozy	0,59	-0,17	-1,13	-0,76	1,06	0,32	-0,23	-0,04	0,74	-0,73	-0,71	-0,39	0,92	-0,26	-0,07	-0,16

Tabela Z.1.5 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 - mężczyźni				Boonen-Li_e65 - mężczyźni				Boonen-Li_e0 - kobiety				Boonen-Li_e65 - kobiety			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	84,25	82,59	81,07	83,60	22,00	20,83	20,37	21,73
	min 0.8	78,91	79,12	76,96	79,37	17,99	18,64	17,53	18,13	83,45	82,63	81,99	83,76	21,28	21,77	20,93	20,07
	prognoza	79,02	79,33	77,02	79,43	19,08	19,73	18,59	19,16	83,49	82,85	82,05	83,80	21,56	22,08	21,22	20,39
	max 0.8	79,17	79,54	77,23	79,62	19,41	20,10	18,94	19,50	83,52	83,06	82,06	83,82	21,67	22,19	21,36	20,50
	błąd prognozy	0,90	-0,30	-0,70	-0,08	-0,01	-1,16	-0,75	-0,34	0,76	-0,26	-0,98	-0,20	0,44	-1,25	-0,85	1,34
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	84,30	83,02	81,18	83,76	21,96	21,12	20,47	21,94
	min 0.8	79,01	79,43	77,03	79,47	18,35	19,00	17,68	18,51	83,45	82,56	82,10	83,80	21,28	21,83	21,04	20,23
	prognoza	79,11	79,62	77,08	79,52	19,34	20,02	18,66	19,46	83,49	82,76	82,15	83,83	21,53	22,09	21,28	20,50
	max 0.8	79,25	79,83	77,27	79,69	19,66	20,36	18,98	19,77	83,51	82,97	82,17	83,86	21,62	22,19	21,41	20,59
	błąd prognozy	1,16	-0,37	-0,63	0,06	-0,07	-1,38	-0,70	-0,47	0,81	0,26	-0,97	-0,07	0,43	-0,97	-0,81	1,44
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	84,62	83,40	81,19	83,81	22,32	21,51	20,49	21,94
	min 0.8	79,12	79,73	77,12	79,54	18,69	19,34	17,83	18,88	83,48	82,52	82,22	83,86	21,31	21,89	21,17	20,38
	prognoza	79,21	79,91	77,16	79,59	19,61	20,30	18,73	19,76	83,51	82,72	82,27	83,89	21,52	22,12	21,35	20,61
	max 0.8	79,33	80,10	77,32	79,74	19,91	20,60	19,04	20,05	83,54	82,93	82,28	83,92	21,60	22,21	21,49	20,69
	błąd prognozy	1,26	-0,17	-0,71	0,12	-0,14	-1,31	-0,76	-0,64	1,11	0,68	-1,08	-0,08	0,80	-0,61	-0,86	1,33
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,50	83,21	81,27	83,90	22,18	21,32	20,63	22,03
	min 0.8	79,23	80,02	77,22	79,61	19,03	19,68	17,98	19,25	83,53	82,51	82,35	83,93	21,35	21,96	21,28	20,51
	prognoza	79,32	80,19	77,26	79,65	19,88	20,58	18,81	20,05	83,56	82,72	82,39	83,96	21,54	22,16	21,41	20,72
	max 0.8	79,41	80,38	77,40	79,78	20,15	20,85	19,09	20,32	83,58	82,92	82,40	83,98	21,61	22,24	21,56	20,79
	błąd prognozy	1,21	-0,62	-0,76	0,09	-0,31	-1,67	-0,73	-0,89	0,94	0,49	-1,12	-0,06	0,64	-0,84	-0,78	1,31
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,62	83,22	81,15	83,92	22,26	21,28	20,56	22,04
	min 0.8	79,35	80,33	77,33	79,67	19,36	20,03	18,12	19,60	83,60	82,54	82,48	84,02	21,41	22,03	21,38	20,64
	prognoza	79,42	80,47	77,37	79,72	20,14	20,85	18,88	20,34	83,62	82,75	82,51	84,04	21,57	22,20	21,48	20,82
	max 0.8	79,50	80,67	77,48	79,82	20,39	21,10	19,14	20,59	83,64	82,96	82,52	84,06	21,63	22,27	21,62	20,88
	błąd prognozy	1,15	-0,56	-1,03	0,15	-0,45	-1,80	-0,83	-1,05	1,00	0,47	-1,36	-0,12	0,69	-0,92	-0,92	1,22
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,85	83,74	81,19	84,07	22,46	21,72	20,72	22,23
	min 0.8	79,46	80,61	77,44	79,74	19,69	20,37	18,25	19,94	83,67	82,59	82,60	84,11	21,48	22,10	21,49	20,76
	prognoza	79,53	80,75	77,49	79,79	20,40	21,12	18,95	20,62	83,69	82,80	82,63	84,12	21,62	22,25	21,56	20,92
	max 0.8	79,60	80,94	77,58	79,87	20,63	21,35	19,19	20,85	83,71	83,01	82,64	84,14	21,67	22,31	21,70	20,97
	błąd prognozy	1,22	-0,53	-1,25	0,18	-0,62	-1,72	-0,77	-1,14	1,16	0,94	-1,44	-0,05	0,84	-0,53	-0,84	1,31
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,75	83,30	81,19	84,06	22,37	21,30	20,70	22,20
	min 0.8	79,58	80,88	77,56	79,82	19,99	20,69	18,38	20,28	83,75	82,66	82,73	84,20	21,55	22,18	21,58	20,88
	prognoza	79,63	81,02	77,61	79,86	20,65	21,39	19,03	20,90	83,77	82,87	82,75	84,21	21,67	22,31	21,63	21,01
	max 0.8	79,70	81,20	77,68	79,94	20,86	21,61	19,24	21,11	83,79	83,08	82,76	84,23	21,72	22,36	21,76	21,06
	błąd prognozy	1,06	-1,13	-1,42	-0,08	-0,87	-2,19	-0,86	-1,46	0,98	0,43	-1,56	-0,15	0,70	-1,01	-0,93	1,19
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	85,30	83,62	81,35	84,04	22,86	21,67	20,81	22,19
	min 0.8	79,69	81,16	77,70	79,90	20,30	21,01	18,51	20,60	83,84	82,74	82,86	84,29	21,63	22,25	21,65	20,99
	prognoza	79,74	81,29	77,74	79,94	20,90	21,65	19,10	21,17	83,85	82,95	82,87	84,31	21,73	22,37	21,70	21,11
	max 0.8	79,80	81,48	77,80	80,00	21,09	21,87	19,30	21,37	83,87	83,16	82,88	84,32	21,77	22,41	21,82	21,15
	błąd prognozy	1,48	-1,14	-1,40	-0,11	-0,68	-2,26	-0,86	-1,64	1,45	0,67	-1,52	-0,27	1,13	-0,70	-0,89	1,08

Tabela Z.1.6 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni DTW				Boonen-Li e65 mężczyźni DTW				Boonen-Li e0 kobiety DTW				Boonen-Li e65 kobiety DTW			
		AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN	AUS	NZL	USA	CAN
2011	rzeczywiste	79,92	79,03	76,32	79,35	19,07	18,57	17,84	18,82	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	76,03	73,99	76,31	78,14	15,85	16,56	17,12	17,60	84,22	84,12	81,35	82,53	20,18	23,28	20,18	20,06
	prognoza	76,14	74,20	76,36	78,20	16,22	17,89	17,48	18,23	84,24	84,14	81,39	82,55	20,51	23,34	21,12	20,26
	max 0.8	76,29	74,41	76,58	78,39	17,36	18,63	18,60	19,56	84,25	84,15	81,42	82,57	20,98	23,56	21,57	20,45
	błąd prognozy	3,78	4,83	-0,04	1,15	2,85	0,68	0,36	0,59	-0,57	-0,70	2,15	-0,72	0,66	-2,14	0,26	-0,24
2012	rzeczywiste	80,27	79,25	76,45	79,58	19,27	18,64	17,96	18,99	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	76,23	74,20	76,51	78,33	16,00	16,53	17,24	17,52	84,38	84,28	81,50	82,71	20,28	23,44	20,13	20,18
	prognoza	76,33	74,39	76,56	78,38	16,38	18,09	17,59	18,25	84,39	84,29	81,53	82,72	20,58	23,49	21,29	20,36
	max 0.8	76,46	74,60	76,74	78,55	17,48	18,91	18,69	19,80	84,40	84,30	81,55	82,73	21,08	23,67	21,83	20,54
	błąd prognozy	3,94	4,86	-0,11	1,20	2,89	0,55	0,37	0,74	-0,86	-0,87	1,88	-0,68	0,43	-2,52	0,00	-0,23
2013	rzeczywiste	80,47	79,74	76,45	79,71	19,47	18,99	17,97	19,12	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	76,42	74,41	76,71	78,51	16,12	16,38	17,38	17,52	84,54	84,44	81,68	82,87	20,38	23,60	20,14	20,28
	prognoza	76,51	74,58	76,75	78,55	16,47	18,12	17,71	18,30	84,54	84,44	81,71	82,88	20,66	23,63	21,41	20,44
	max 0.8	76,62	74,77	76,91	78,70	17,53	19,05	18,75	19,98	84,55	84,45	81,74	82,90	21,18	23,78	22,00	20,60
	błąd prognozy	3,96	5,16	-0,30	1,16	3,00	0,87	0,26	0,82	-0,82	-0,83	2,11	-0,57	0,54	-2,39	0,08	-0,11
2014	rzeczywiste	80,53	79,57	76,50	79,74	19,57	18,91	18,08	19,16	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	76,61	74,60	76,90	78,69	16,29	16,31	17,54	17,51	84,69	84,59	81,84	83,04	20,48	23,74	20,18	20,38
	prognoza	76,69	74,77	76,94	78,73	16,62	18,26	17,85	18,36	84,69	84,60	81,87	83,05	20,73	23,78	21,54	20,53
	max 0.8	76,78	74,95	77,08	78,85	17,59	19,28	18,80	20,15	84,70	84,60	81,90	83,06	21,28	23,89	22,17	20,67
	błąd prognozy	3,84	4,80	-0,44	1,01	2,95	0,65	0,23	0,80	-0,64	-0,50	2,00	-0,38	0,74	-2,24	-0,09	0,11
2015	rzeczywiste	80,57	79,91	76,34	79,87	19,69	19,05	18,05	19,29	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	76,79	74,80	77,09	78,86	16,46	16,19	17,72	17,47	84,84	84,74	82,01	83,21	20,58	23,88	20,17	20,48
	prognoza	76,86	74,95	77,13	78,90	16,76	18,33	17,99	18,40	84,84	84,75	82,04	83,22	20,79	23,92	21,68	20,62
	max 0.8	76,94	75,14	77,25	79,01	17,62	19,45	18,84	20,35	84,85	84,75	82,06	83,22	21,38	24,01	22,37	20,74
	błąd prognozy	3,71	4,96	-0,79	0,97	2,93	0,72	0,06	0,89	-0,82	-0,61	2,11	-0,53	0,61	-2,39	-0,09	0,01
2016	rzeczywiste	80,75	80,22	76,24	79,97	19,78	19,40	18,18	19,48	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	76,97	75,00	77,28	79,03	16,66	16,10	17,91	17,46	84,99	84,89	82,17	83,37	20,67	24,02	20,19	20,58
	prognoza	77,03	75,13	77,33	79,07	16,91	18,44	18,14	18,44	84,99	84,90	82,20	83,38	20,87	24,05	21,81	20,70
	max 0.8	77,11	75,33	77,42	79,16	17,64	19,66	18,86	20,53	85,00	84,90	82,23	83,39	21,47	24,13	22,55	20,82
	błąd prognozy	3,72	5,09	-1,09	0,90	2,87	0,96	0,04	1,04	-0,91	-0,73	1,92	-0,59	0,60	-2,47	-0,21	0,02
2017	rzeczywiste	80,69	79,89	76,19	79,78	19,78	19,20	18,17	19,44	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	77,15	75,18	77,47	79,19	16,84	15,99	18,11	17,44	85,14	85,05	82,34	83,53	20,76	24,16	20,21	20,68
	prognoza	77,21	75,32	77,51	79,24	17,06	18,53	18,29	18,49	85,14	85,05	82,37	83,54	20,94	24,19	21,94	20,79
	max 0.8	77,27	75,50	77,59	79,31	17,66	19,84	18,88	20,71	85,15	85,06	82,40	83,55	21,56	24,25	22,73	20,89
	błąd prognozy	3,48	4,57	-1,32	0,54	2,72	0,67	-0,12	0,95	-1,02	-0,77	1,85	-0,42	0,51	-2,61	-0,16	0,04
2018	rzeczywiste	81,22	80,15	76,34	79,83	20,22	19,39	18,24	19,53	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	77,33	75,37	77,65	79,36	17,06	15,89	18,31	17,42	85,29	85,20	82,50	83,70	20,86	24,29	20,22	20,77
	prognoza	77,38	75,50	77,70	79,40	17,22	18,63	18,45	18,54	85,29	85,20	82,53	83,71	21,02	24,32	22,07	20,87
	max 0.8	77,43	75,69	77,75	79,47	17,67	20,03	18,89	20,89	85,30	85,20	82,56	83,71	21,65	24,37	22,91	20,97
	błąd prognozy	3,84	4,65	-1,36	0,43	3,00	0,76	-0,21	0,99	-1,03	-0,70	1,78	-0,75	0,54	-2,56	-0,22	-0,18

Tabela Z.1.7 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter_e0 - mężczyźni				Lee-Carter_e65 - mężczyźni				Lee-Carter_e0 - kobiety				Lee-Carter_e65 - kobiety			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	77,26	77,90	80,28	77,05	17,48	18,42	18,71	17,23	82,69	84,90	84,42	82,57	20,89	22,58	22,00	20,58
	prognoza	77,77	78,20	80,74	77,46	17,79	18,69	18,90	17,44	83,09	85,29	85,15	82,90	21,13	22,85	22,20	20,82
	max 0.8	78,29	78,50	81,20	77,87	18,05	18,96	19,13	17,66	83,50	85,68	85,89	83,24	21,34	23,07	22,42	21,05
	błąd prognozy	0,30	0,21	-0,45	0,53	0,08	0,16	0,09	0,15	0,34	-0,27	-0,47	-0,06	0,11	0,19	-0,03	0,02
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	77,34	77,97	80,34	77,14	17,49	18,34	18,73	17,18	82,73	84,97	84,59	82,69	20,92	22,62	21,94	20,59
	prognoza	77,95	78,37	80,92	77,62	17,90	18,80	19,01	17,54	83,26	85,46	85,32	83,06	21,25	22,98	22,33	20,94
	max 0.8	78,57	78,78	81,51	78,09	18,22	19,19	19,34	17,84	83,78	85,95	86,04	83,43	21,62	23,33	22,76	21,30
	błąd prognozy	0,31	0,11	-0,46	0,56	-0,05	-0,01	0,09	0,11	0,02	-0,58	-0,71	-0,13	-0,23	-0,14	-0,27	-0,14
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	77,38	78,11	80,40	77,29	17,47	18,46	18,74	17,19	82,82	85,10	84,54	82,79	21,00	22,64	22,09	20,69
	prognoza	78,14	78,54	81,10	77,78	18,01	18,92	19,12	17,64	83,42	85,64	85,48	83,22	21,36	23,12	22,45	21,06
	max 0.8	78,90	78,98	81,80	78,27	18,52	19,41	19,50	18,03	84,01	86,17	86,42	83,65	21,73	23,53	22,81	21,55
	błąd prognozy	0,32	0,22	-0,59	0,43	-0,06	0,04	0,05	-0,01	0,14	-0,56	-0,75	-0,36	-0,14	-0,09	-0,34	-0,30
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	77,50	78,16	80,51	77,35	17,55	18,60	18,79	17,29	82,83	85,19	84,59	82,88	21,06	22,69	22,09	20,72
	prognoza	78,32	78,71	81,28	77,93	18,12	19,04	19,23	17,74	83,57	85,81	85,64	83,37	21,48	23,25	22,58	21,18
	max 0.8	79,14	79,26	82,05	78,52	18,69	19,53	19,62	18,16	84,32	86,42	86,69	83,87	21,91	23,63	23,08	21,70
	błąd prognozy	0,59	0,55	-0,36	0,73	0,12	0,29	0,19	0,27	0,16	-0,33	-0,54	-0,06	0,00	0,13	-0,18	-0,05
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	77,69	78,37	80,60	77,46	17,58	18,61	18,83	17,32	82,96	85,32	84,74	83,04	21,16	22,72	22,24	20,84
	prognoza	78,50	78,88	81,45	78,09	18,23	19,15	19,34	17,83	83,73	85,98	85,80	83,53	21,59	23,38	22,70	21,30
	max 0.8	79,30	79,39	82,31	78,72	18,81	19,75	19,75	18,37	84,50	86,63	86,85	84,02	22,15	24,04	23,21	21,85
	błąd prognozy	0,13	0,13	-0,75	0,28	-0,30	-0,02	-0,10	-0,10	-0,15	-0,79	-0,91	-0,58	-0,40	-0,30	-0,54	-0,50
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	77,81	78,49	80,68	77,67	17,58	18,57	18,88	17,31	83,05	85,55	84,64	83,14	21,16	22,76	22,35	20,91
	prognoza	78,67	79,05	81,63	78,24	18,34	19,27	19,45	17,93	83,89	86,15	85,96	83,68	21,71	23,51	22,83	21,42
	max 0.8	79,54	79,60	82,58	78,82	18,91	19,91	19,88	18,53	84,73	86,74	87,27	84,23	22,30	24,14	23,45	22,01
	błąd prognozy	0,47	0,26	-0,10	0,39	-0,05	0,04	0,30	0,03	0,05	-0,77	-0,73	-0,43	-0,19	-0,25	-0,30	-0,32
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	77,79	78,60	80,80	77,75	17,60	18,73	18,90	17,40	83,19	85,76	84,73	83,32	21,14	22,88	22,36	20,95
	prognoza	78,85	79,21	81,80	78,40	18,45	19,38	19,56	18,03	84,04	86,31	86,11	83,84	21,82	23,63	22,95	21,54
	max 0.8	79,91	79,82	82,80	79,05	19,18	20,11	20,09	18,59	84,89	86,87	87,49	84,35	22,45	24,38	23,45	22,14
	błąd prognozy	0,43	0,23	-0,44	0,40	-0,13	-0,02	0,18	-0,07	-0,14	-0,97	-0,75	-0,56	-0,43	-0,40	-0,46	-0,49
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	77,97	78,73	80,84	77,93	17,77	18,75	18,88	17,54	83,32	85,81	84,91	83,36	21,32	22,90	22,44	21,02
	prognoza	79,03	79,38	81,97	78,55	18,56	19,50	19,66	18,13	84,20	86,48	86,27	83,99	21,93	23,76	23,07	21,66
	max 0.8	80,09	80,03	83,10	79,17	19,20	20,28	20,21	18,80	85,07	87,15	87,63	84,61	22,57	24,54	23,75	22,24
	błąd prognozy	0,27	0,18	-0,32	0,22	-0,22	-0,04	0,25	-0,15	-0,20	-1,00	-0,89	-0,75	-0,43	-0,39	-0,44	-0,65

Tabela Z.1.8 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 - mężczyźni				Renshaw-Haberman_e65 - mężczyźni				Renshaw-Haberman_e0 - kobiety				Renshaw-Haberman_e65 - kobiety			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	78,03	78,44	80,02	77,94	17,72	18,75	18,87	17,51	83,42	85,01	84,59	82,89	21,01	22,83	22,11	20,71
	prognoza	78,09	78,47	80,08	77,97	17,76	18,78	18,94	17,54	83,46	85,03	84,64	82,91	21,06	22,85	22,15	20,73
	max 0.8	78,15	78,50	80,14	78,00	17,81	18,80	18,97	17,56	83,51	85,05	84,69	82,94	21,11	22,88	22,19	20,75
	błąd prognozy	-0,02	-0,06	0,21	0,02	0,11	0,07	0,05	0,05	-0,03	-0,01	0,04	-0,07	0,18	0,19	0,02	0,11
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	78,24	78,81	80,16	78,15	17,71	18,89	19,05	17,63	83,59	85,25	84,76	83,05	20,97	22,88	22,18	20,73
	prognoza	78,30	78,85	80,22	78,18	17,76	18,91	19,11	17,65	83,63	85,27	84,81	83,07	21,02	22,90	22,23	20,76
	max 0.8	78,35	78,89	80,28	78,21	17,82	18,95	19,16	17,68	83,68	85,30	84,86	83,10	21,09	22,93	22,28	20,78
	błąd prognozy	-0,04	-0,37	0,24	0,00	0,09	-0,12	-0,01	0,00	-0,35	-0,39	-0,20	-0,14	0,00	-0,06	-0,17	0,04
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	78,48	79,19	80,29	78,37	17,73	19,02	19,22	17,75	83,82	85,50	84,97	83,24	20,97	22,93	22,28	20,78
	prognoza	78,54	79,24	80,36	78,40	17,80	19,06	19,30	17,78	83,87	85,53	85,02	83,27	21,05	22,96	22,33	20,82
	max 0.8	78,61	79,28	80,43	78,43	17,86	19,10	19,35	17,82	83,91	85,56	85,06	83,30	21,11	22,99	22,39	20,85
	błąd prognozy	-0,08	-0,48	0,15	-0,19	0,15	-0,10	-0,13	-0,15	-0,31	-0,45	-0,29	-0,41	0,17	0,07	-0,22	-0,06
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	78,69	79,58	80,43	78,59	17,74	19,16	19,41	17,86	84,01	85,72	85,17	83,41	20,94	22,94	22,37	20,81
	prognoza	78,76	79,63	80,50	78,62	17,82	19,20	19,49	17,90	84,05	85,75	85,23	83,44	21,03	22,98	22,44	20,85
	max 0.8	78,83	79,67	80,57	78,66	17,88	19,25	19,57	17,94	84,10	85,78	85,29	83,46	21,09	23,02	22,49	20,88
	błąd prognozy	0,15	-0,37	0,42	0,04	0,42	0,13	-0,07	0,11	-0,32	-0,27	-0,13	-0,13	0,45	0,40	-0,04	0,28
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	78,93	79,97	80,57	78,81	17,77	19,31	19,61	17,97	84,21	85,97	85,38	83,57	20,89	23,00	22,48	20,82
	prognoza	79,00	80,03	80,65	78,84	17,85	19,35	19,70	18,02	84,25	86,00	85,45	83,60	21,01	23,03	22,55	20,87
	max 0.8	79,07	80,09	80,72	78,88	17,94	19,40	19,78	18,06	84,30	86,03	85,52	83,62	21,08	23,08	22,62	20,91
	błąd prognozy	-0,37	-1,02	0,05	-0,47	0,08	-0,22	-0,46	-0,29	-0,67	-0,81	-0,56	-0,65	0,18	0,05	-0,39	-0,07
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	79,16	80,37	80,70	79,03	17,79	19,45	19,78	18,09	84,41	86,20	85,53	83,75	20,86	23,01	22,55	20,86
	prognoza	79,23	80,43	80,78	79,06	17,89	19,49	19,90	18,14	84,46	86,23	85,61	83,77	20,99	23,06	22,62	20,90
	max 0.8	79,30	80,50	80,86	79,10	18,00	19,55	19,99	18,19	84,52	86,26	85,70	83,80	21,08	23,11	22,69	20,96
	błąd prognozy	-0,09	-1,12	0,75	-0,43	0,40	-0,18	-0,15	-0,18	-0,52	-0,85	-0,38	-0,52	0,53	0,20	-0,09	0,20
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	79,38	80,77	80,82	79,24	17,80	19,58	19,98	18,19	84,62	86,42	85,72	83,91	20,84	23,03	22,65	20,88
	prognoza	79,46	80,84	80,91	79,28	17,92	19,63	20,09	18,26	84,67	86,46	85,82	83,94	20,97	23,08	22,74	20,94
	max 0.8	79,54	80,92	80,99	79,32	18,03	19,71	20,20	18,31	84,71	86,49	85,92	83,97	21,08	23,14	22,82	21,00
	błąd prognozy	-0,18	-1,40	0,45	-0,48	0,40	-0,27	-0,35	-0,30	-0,77	-1,12	-0,46	-0,66	0,42	0,15	-0,25	0,11
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	79,59	81,18	80,94	79,45	17,80	19,72	20,13	18,29	84,78	86,65	85,92	84,07	20,78	23,04	22,72	20,90
	prognoza	79,67	81,27	81,03	79,49	17,93	19,78	20,26	18,37	84,84	86,70	86,03	84,10	20,93	23,10	22,82	20,97
	max 0.8	79,76	81,36	81,11	79,53	18,06	19,86	20,37	18,43	84,90	86,74	86,14	84,14	21,05	23,17	22,90	21,02
	błąd prognozy	-0,37	-1,71	0,62	-0,72	0,41	-0,32	-0,35	-0,39	-0,84	-1,22	-0,65	-0,86	0,57	0,27	-0,19	0,04

Tabela Z.1.9 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni				Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni				Niu-Melenberg_e0 - kobiety				Niu-Melenberg_e65 - kobiety			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	78,57	78,61	81,28	78,24	18,44	19,37	19,56	18,10	83,94	85,65	85,20	83,52	21,78	23,57	23,00	21,35
	prognoza	78,63	78,63	81,32	78,27	18,45	19,38	19,57	18,10	84,04	85,67	85,32	83,53	21,79	23,57	23,01	21,36
	max 0.8	78,70	78,66	81,36	78,30	17,81	18,80	18,97	17,56	84,12	85,69	85,45	83,56	21,80	23,58	23,02	21,38
	błąd prognozy	-0,56	-0,22	-1,03	-0,28	-0,58	-0,53	-0,58	-0,51	-0,61	-0,65	-0,64	-0,69	-0,55	-0,53	-0,84	-0,52
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	78,80	78,80	81,54	78,47	18,61	19,56	19,67	18,38	84,13	85,79	85,40	83,69	21,93	23,71	23,28	21,67
	prognoza	78,89	78,83	81,59	78,50	18,62	19,57	19,68	18,39	84,24	85,82	85,52	83,71	21,95	23,71	23,29	21,68
	max 0.8	78,95	78,86	81,64	78,52	17,82	18,95	19,16	17,68	84,32	85,84	85,66	83,73	21,96	23,72	23,31	21,69
	błąd prognozy	-0,63	-0,35	-1,13	-0,32	-0,77	-0,78	-0,58	-0,74	-0,96	-0,94	-0,91	-0,78	-0,93	-0,87	-1,23	-0,88
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	79,05	78,98	81,81	78,69	18,76	19,75	19,78	18,44	84,31	85,94	85,59	83,87	22,08	23,85	23,52	21,60
	prognoza	79,14	79,02	81,86	78,72	18,78	19,75	19,78	18,44	84,44	85,97	85,71	83,88	22,10	23,85	23,53	21,61
	max 0.8	79,21	79,05	81,91	78,75	17,86	19,10	19,35	17,82	84,54	86,00	85,94	83,90	22,11	23,86	23,55	21,63
	błąd prognozy	-0,68	-0,26	-1,35	-0,51	-0,83	-0,79	-0,61	-0,81	-0,88	-0,89	-0,98	-1,02	-0,88	-0,82	-1,42	-0,85
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	79,29	79,17	82,07	78,91	18,93	19,93	19,88	18,64	84,48	86,08	85,78	84,04	22,23	23,98	23,70	21,84
	prognoza	79,40	79,21	82,12	78,94	18,94	19,94	19,89	18,65	84,63	86,12	85,90	84,05	22,25	23,99	23,72	21,86
	max 0.8	79,47	79,25	82,17	78,98	17,88	19,25	19,57	17,94	84,75	86,15	86,15	84,07	22,27	24,00	23,73	21,88
	błąd prognozy	-0,49	0,05	-1,20	-0,28	-0,70	-0,61	-0,47	-0,64	-0,90	-0,64	-0,80	-0,74	-0,77	-0,61	-1,32	-0,73
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	79,53	79,35	82,32	79,12	19,08	20,11	20,00	18,84	84,66	86,23	85,97	84,21	22,38	24,12	23,87	21,98
	prognoza	79,65	79,40	82,37	79,16	19,10	20,12	20,01	18,84	84,82	86,27	86,08	84,23	22,40	24,13	23,89	21,99
	max 0.8	79,73	79,44	82,43	79,20	17,94	19,40	19,78	18,06	84,96	86,30	86,38	84,24	22,42	24,13	23,90	22,02
	błąd prognozy	-1,02	-0,39	-1,67	-0,79	-1,17	-0,99	-0,77	-1,11	-1,24	-1,08	-1,19	-1,28	-1,21	-1,05	-1,73	-1,19
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	79,77	79,54	82,57	79,34	19,24	20,30	20,11	18,94	84,83	86,37	86,15	84,39	22,53	24,26	24,04	21,98
	prognoza	79,90	79,59	82,63	79,38	19,27	20,31	20,12	18,95	85,01	86,41	86,27	84,40	22,55	24,27	24,05	21,99
	max 0.8	79,99	79,63	82,68	79,43	18,00	19,55	19,99	18,19	85,15	86,45	86,59	84,41	22,57	24,27	24,07	22,04
	błąd prognozy	-0,76	-0,28	-1,10	-0,75	-0,98	-1,00	-0,37	-0,99	-1,07	-1,03	-1,04	-1,15	-1,03	-1,01	-1,52	-0,89
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	80,01	79,72	82,81	79,55	19,40	20,48	20,22	19,14	85,01	86,52	86,34	84,56	22,68	24,39	24,19	22,28
	prognoza	80,14	79,77	82,87	79,60	19,42	20,49	20,23	19,15	85,20	86,56	86,45	84,57	22,70	24,40	24,20	22,30
	max 0.8	80,25	79,83	82,93	79,65	18,03	19,71	20,20	18,31	85,35	86,60	86,80	84,58	22,72	24,41	24,22	22,35
	błąd prognozy	-0,86	-0,33	-1,51	-0,80	-1,10	-1,13	-0,49	-1,19	-1,30	-1,22	-1,09	-1,29	-1,31	-1,17	-1,71	-1,25
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	80,24	79,90	83,05	79,76	19,56	20,66	20,34	19,30	85,19	86,66	86,52	84,72	22,83	24,53	24,34	22,25
	prognoza	80,39	79,96	83,11	79,81	19,58	20,67	20,35	19,31	85,39	86,70	86,63	84,73	22,85	24,54	24,35	22,26
	max 0.8	80,50	80,01	83,17	79,87	18,06	19,86	20,37	18,43	85,55	86,75	87,00	84,75	22,88	24,55	24,37	22,32
	błąd prognozy	-1,09	-0,40	-1,46	-1,04	-1,24	-1,21	-0,44	-1,33	-1,39	-1,22	-1,25	-1,49	-1,35	-1,17	-1,72	-1,25

Tabela Z.1.10 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 - mężczyźni				Li-Lee_e65 - mężczyźni				Li-Lee_e0 - kobiety				Li-Lee_e65 - kobiety			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	77,78	77,95	79,56	77,72	17,50	18,36	17,24	18,56	82,86	84,34	84,19	82,52	20,72	22,31	20,40	21,67
	prognoza	77,96	78,11	79,69	77,90	17,64	18,56	17,43	18,71	83,02	84,54	84,37	82,72	20,85	22,51	20,57	21,83
	max 0.8	78,16	78,26	79,69	78,09	17,82	18,75	17,59	18,86	83,20	84,73	84,54	82,90	20,99	22,69	20,74	21,98
	błąd prognozy	0,11	0,30	0,60	0,09	0,23	0,29	1,56	-1,12	0,41	0,48	0,31	0,12	0,39	0,53	1,60	-0,99
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	77,85	78,09	79,65	77,81	17,48	18,37	17,31	18,59	82,91	84,41	84,25	82,63	20,73	22,32	20,47	21,75
	prognoza	78,10	78,28	79,83	78,07	17,71	18,64	17,53	18,81	83,16	84,68	84,52	82,90	20,92	22,59	20,70	21,96
	max 0.8	78,36	78,50	79,83	78,34	17,93	18,90	17,74	19,02	83,39	84,93	84,76	83,19	21,10	22,86	20,90	22,18
	błąd prognozy	0,16	0,20	0,63	0,11	0,14	0,15	1,57	-1,16	0,12	0,20	0,09	0,03	0,10	0,25	1,36	-1,16
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	77,94	78,22	79,78	77,91	17,49	18,40	17,35	18,65	83,00	84,51	84,38	82,75	20,76	22,32	20,55	21,83
	prognoza	78,25	78,47	79,98	78,24	17,79	18,72	17,62	18,92	83,29	84,84	84,67	83,07	21,00	22,67	20,82	22,08
	max 0.8	78,55	78,71	79,98	78,55	18,06	19,03	17,86	19,18	83,57	85,17	84,96	83,43	21,23	22,98	21,07	22,34
	błąd prognozy	0,21	0,29	0,53	-0,03	0,16	0,24	1,55	-1,29	0,27	0,24	0,06	-0,21	0,22	0,36	1,29	-1,32
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	78,04	78,36	79,89	78,02	17,55	18,47	17,42	18,72	83,09	84,64	84,48	82,84	20,81	22,41	20,65	21,92
	prognoza	78,40	78,64	80,13	78,39	17,89	18,83	17,72	19,02	83,42	84,98	84,81	83,23	21,10	22,78	20,94	22,22
	max 0.8	78,73	78,92	80,13	78,76	18,20	19,20	18,03	19,33	83,74	85,37	85,14	83,59	21,33	23,13	21,24	22,53
	błąd prognozy	0,51	0,62	0,79	0,27	0,35	0,50	1,70	-1,01	0,31	0,50	0,29	0,08	0,38	0,60	1,46	-1,09
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	78,15	78,48	80,00	78,15	17,63	18,53	17,50	18,72	83,21	84,70	84,62	83,00	20,92	22,44	20,72	21,97
	prognoza	78,56	78,81	80,28	78,56	17,98	18,91	17,83	19,09	83,58	85,11	84,96	83,42	21,19	22,87	21,08	22,31
	max 0.8	78,95	79,11	80,28	78,96	18,31	19,30	18,20	19,43	83,91	85,51	85,34	83,83	21,51	23,27	21,42	22,67
	błąd prognozy	0,07	0,20	0,42	-0,19	-0,05	0,22	1,41	-1,36	0,00	0,08	-0,07	-0,47	0,00	0,21	1,08	-1,51
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	78,24	78,61	80,14	78,27	17,68	18,54	17,55	18,79	83,31	84,77	84,76	83,12	20,99	22,51	20,84	22,08
	prognoza	78,70	78,97	80,43	78,71	18,08	19,00	17,94	19,19	83,70	85,24	85,11	83,56	21,29	22,96	21,21	22,42
	max 0.8	79,09	79,30	80,43	79,13	18,45	19,41	18,29	19,56	84,07	85,67	85,51	84,01	21,63	23,38	21,57	22,81
	błąd prognozy	0,44	0,34	1,10	-0,08	0,21	0,31	1,81	-1,23	0,24	0,14	0,12	-0,31	0,23	0,30	1,32	-1,32
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	78,37	78,74	80,28	78,42	17,72	18,63	17,60	18,87	83,41	84,90	84,86	83,22	21,03	22,57	20,97	22,15
	prognoza	78,84	79,14	80,58	78,87	18,16	19,10	18,04	19,28	83,85	85,38	85,26	83,73	21,37	23,05	21,33	22,53
	max 0.8	79,27	79,51	80,58	79,33	18,52	19,53	18,42	19,68	84,25	85,87	85,69	84,20	21,70	23,49	21,71	22,90
	błąd prognozy	0,44	0,30	0,78	-0,07	0,16	0,26	1,70	-1,32	0,05	-0,04	0,10	-0,45	0,02	0,18	1,16	-1,48
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	78,49	78,90	80,41	78,56	17,82	18,69	17,69	18,93	83,55	85,01	84,95	83,40	21,10	22,64	21,03	22,26
	prognoza	79,00	79,30	80,74	79,03	18,25	19,20	18,14	19,39	83,99	85,52	85,41	83,89	21,47	23,14	21,44	22,65
	max 0.8	79,44	79,70	80,74	79,53	18,67	19,63	18,58	19,79	84,43	86,02	85,83	84,40	21,82	23,60	21,85	23,03
	błąd prognozy	0,30	0,26	0,91	-0,26	0,09	0,26	1,77	-1,41	0,01	-0,04	-0,03	-0,65	0,03	0,23	1,19	-1,64

Tabela Z.1.11 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee e0 mężczyźni DTW				Li-Lee e65 mężczyźni DTW				Li-Lee e0 kobiety DTW				Li-Lee e65 kobiety DTW			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	77,91	78,02	79,50	77,79	17,62	18,47	18,57	17,34	82,90	84,39	83,95	82,44	20,71	22,32	21,65	20,34
	prognoza	78,08	78,16	79,68	77,95	17,78	18,65	18,74	17,48	83,07	84,60	84,13	82,61	20,83	22,50	21,80	20,50
	max 0.8	78,26	78,29	79,86	78,10	17,93	18,85	18,91	17,63	83,07	84,60	84,13	82,61	20,97	22,69	21,94	20,65
	błąd prognozy	-0,01	0,25	0,61	0,04	0,09	0,20	0,25	0,11	0,36	0,42	0,55	0,23	0,41	0,54	0,37	0,34
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	77,99	78,13	79,60	77,89	17,62	18,47	18,55	17,40	82,92	84,39	84,01	82,55	20,69	22,33	21,67	20,40
	prognoza	78,23	78,32	79,83	78,10	17,85	18,76	18,82	17,58	83,14	84,70	84,26	82,76	20,88	22,60	21,88	20,61
	max 0.8	78,47	78,51	80,07	78,33	18,06	19,02	19,08	17,78	83,14	84,70	84,26	82,76	21,06	22,87	22,12	20,82
	błąd prognozy	0,03	0,16	0,63	0,08	0,00	0,03	0,28	0,07	0,14	0,18	0,35	0,17	0,14	0,24	0,18	0,19
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	78,08	78,24	79,70	78,00	17,65	18,52	18,60	17,45	82,98	84,45	84,10	82,66	20,72	22,37	21,72	20,48
	prognoza	78,37	78,47	79,99	78,26	17,92	18,85	18,90	17,69	83,24	84,79	84,39	82,93	20,94	22,67	21,98	20,73
	max 0.8	78,64	78,70	80,26	78,53	18,18	19,16	19,19	17,94	83,24	84,79	84,39	82,93	21,15	23,03	22,23	20,98
	błąd prognozy	0,09	0,29	0,52	-0,05	0,03	0,11	0,27	-0,06	0,32	0,29	0,34	-0,07	0,28	0,36	0,13	0,03
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	78,19	78,39	79,84	78,11	17,72	18,60	18,65	17,51	83,05	84,54	84,20	82,77	20,77	22,41	21,80	20,54
	prognoza	78,50	78,64	80,12	78,43	18,00	18,93	18,96	17,79	83,34	84,92	84,52	83,08	21,00	22,77	22,06	20,84
	max 0.8	78,83	78,89	80,45	78,74	18,29	19,27	19,28	18,06	83,34	84,92	84,52	83,08	21,25	23,15	22,34	21,14
	błąd prognozy	0,41	0,62	0,80	0,23	0,24	0,40	0,46	0,22	0,39	0,56	0,58	0,23	0,48	0,61	0,34	0,29
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	78,29	78,51	79,91	78,25	17,77	18,67	18,69	17,57	83,13	84,63	84,29	82,91	20,80	22,47	21,84	20,60
	prognoza	78,64	78,80	80,28	78,57	18,09	19,04	19,03	17,90	83,45	85,04	84,65	83,24	21,07	22,87	22,16	20,98
	max 0.8	78,99	79,07	80,63	78,93	18,40	19,41	19,40	18,18	83,45	85,04	84,65	83,24	21,36	23,27	22,46	21,27
	błąd prognozy	-0,01	0,21	0,42	-0,20	-0,16	0,09	0,21	-0,17	0,13	0,15	0,24	-0,29	0,12	0,21	0,00	-0,18
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	78,40	78,66	80,05	78,37	17,84	18,73	18,76	17,65	83,22	84,73	84,39	83,02	20,87	22,53	21,93	20,70
	prognoza	78,79	78,96	80,43	78,73	18,17	19,15	19,10	17,99	83,55	85,15	84,76	83,39	21,13	22,97	22,25	21,08
	max 0.8	79,17	79,24	80,81	79,12	18,52	19,54	19,48	18,32	83,55	85,15	84,76	83,39	21,44	23,41	22,56	21,43
	błąd prognozy	0,35	0,35	1,10	-0,10	0,12	0,16	0,65	-0,03	0,39	0,23	0,47	-0,14	0,39	0,29	0,28	0,02
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	78,52	78,79	80,16	78,47	17,93	18,83	18,81	17,70	83,29	84,84	84,49	83,14	20,91	22,58	21,99	20,77
	prognoza	78,94	79,11	80,55	78,89	18,27	19,23	19,18	18,08	83,69	85,25	84,91	83,53	21,23	23,06	22,32	21,17
	max 0.8	79,35	79,41	80,99	79,28	18,64	19,68	19,58	18,43	83,69	85,25	84,91	83,53	21,55	23,54	22,67	21,56
	błąd prognozy	0,34	0,33	0,81	-0,09	0,05	0,13	0,56	-0,12	0,21	0,09	0,45	-0,25	0,16	0,17	0,17	-0,12
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	78,62	78,90	80,29	78,61	17,98	18,88	18,87	17,78	83,37	84,91	84,60	83,26	20,97	22,69	22,06	20,86
	prognoza	79,09	79,26	80,69	79,03	18,36	19,34	19,24	18,18	83,81	85,37	85,01	83,69	21,32	23,13	22,41	21,27
	max 0.8	79,51	79,59	81,11	79,49	18,77	19,77	19,66	18,55	83,81	85,37	85,01	83,69	21,66	23,64	22,77	21,69
	błąd prognozy	0,21	0,30	0,96	-0,26	-0,02	0,12	0,67	-0,20	0,19	0,11	0,37	-0,45	0,18	0,24	0,22	-0,26

Tabela Z.1.12 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 - mężczyźni				Boonen-Li_e65 - mężczyźni				Boonen-Li_e0 - kobiety				Boonen-Li_e65 - kobiety			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,43	85,02	84,68	82,84	21,24	23,04	22,17	20,84
	min 0.8	78,01	78,67	80,10	77,63	17,76	19,00	18,93	17,37	83,47	85,24	85,13	83,06	21,26	23,12	22,56	21,06
	prognoza	78,23	78,88	80,34	77,85	18,11	19,35	19,30	17,71	83,60	85,36	85,25	83,18	21,48	23,34	22,78	21,28
	max 0.8	78,33	78,98	80,38	77,92	19,17	20,42	20,36	18,82	83,64	85,40	85,28	83,21	21,99	23,84	23,27	21,80
	błąd prognozy	-0,16	-0,47	-0,05	0,14	-0,24	-0,50	-0,31	-0,12	-0,17	-0,34	-0,57	-0,34	-0,24	-0,30	-0,61	-0,44
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,28	84,88	84,61	82,93	21,02	22,84	22,06	20,80
	min 0.8	78,20	78,79	80,20	77,85	17,78	19,01	18,97	17,45	83,63	85,40	85,18	83,36	21,33	23,19	22,63	21,14
	prognoza	78,39	79,02	80,46	78,09	18,18	19,41	19,39	17,84	83,76	85,53	85,31	83,50	21,60	23,46	22,90	21,42
	max 0.8	78,54	79,11	80,50	78,16	19,40	20,64	20,60	19,12	83,80	85,56	85,34	83,53	22,23	24,08	23,53	22,07
	błąd prognozy	-0,13	-0,54	0,00	0,09	-0,33	-0,62	-0,29	-0,19	-0,48	-0,65	-0,70	-0,57	-0,58	-0,62	-0,84	-0,62
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,56	85,08	84,73	82,86	21,22	23,03	22,11	20,76
	min 0.8	78,37	78,95	80,34	78,07	17,94	19,07	19,06	17,59	83,78	85,55	85,33	83,52	21,47	23,32	22,77	21,29
	prognoza	78,63	79,20	80,62	78,33	18,34	19,49	19,49	18,00	83,92	85,69	85,47	83,67	21,72	23,58	23,01	21,55
	max 0.8	78,71	79,28	80,66	78,40	19,64	20,78	20,77	19,35	83,97	85,73	85,50	83,70	22,31	24,15	23,60	22,15
	błąd prognozy	-0,17	-0,44	-0,11	-0,12	-0,39	-0,53	-0,32	-0,37	-0,36	-0,61	-0,74	-0,81	-0,50	-0,55	-0,90	-0,79
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	83,73	85,48	85,10	83,31	21,48	23,38	22,40	21,13
	min 0.8	78,64	79,12	80,51	78,29	18,04	19,13	19,15	17,72	83,93	85,70	85,47	83,68	21,56	23,40	22,84	21,38
	prognoza	78,86	79,39	80,80	78,56	18,50	19,58	19,62	18,16	84,08	85,85	85,62	83,83	21,84	23,69	23,13	21,68
	max 0.8	79,03	79,48	80,84	78,64	19,86	20,97	20,98	19,59	84,13	85,89	85,66	83,87	22,52	24,36	23,80	22,37
	błąd prognozy	0,05	-0,13	0,12	0,10	-0,26	-0,25	-0,20	-0,15	-0,35	-0,37	-0,52	-0,52	-0,36	-0,31	-0,73	-0,55
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	83,58	85,19	84,89	82,95	21,19	23,08	22,16	20,80
	min 0.8	78,79	79,31	80,69	78,50	18,15	19,21	19,24	17,83	84,08	85,85	85,62	83,83	21,66	23,50	22,94	21,50
	prognoza	79,09	79,60	80,99	78,79	18,64	19,69	19,74	18,30	84,24	86,01	85,77	83,99	21,96	23,81	23,24	21,81
	max 0.8	79,17	79,68	81,04	78,87	20,11	21,18	21,21	19,86	84,30	86,05	85,81	84,03	22,67	24,50	23,94	22,53
	błąd prognozy	-0,46	-0,59	-0,29	-0,42	-0,71	-0,56	-0,50	-0,57	-0,66	-0,82	-0,88	-1,04	-0,77	-0,73	-1,08	-1,01
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	83,94	85,38	85,23	83,25	21,52	23,26	22,53	21,10
	min 0.8	79,02	79,50	80,87	78,70	18,27	19,29	19,34	17,95	84,23	86,00	85,76	83,99	21,77	23,61	23,05	21,61
	prognoza	79,31	79,81	81,19	79,01	18,79	19,80	19,87	18,45	84,40	86,16	85,92	84,16	22,08	23,92	23,36	21,93
	max 0.8	79,44	79,90	81,24	79,09	20,34	21,38	21,43	20,09	84,46	86,21	85,97	84,20	22,81	24,64	24,08	22,68
	błąd prognozy	-0,17	-0,50	0,34	-0,38	-0,50	-0,49	-0,12	-0,49	-0,46	-0,78	-0,69	-0,91	-0,56	-0,66	-0,83	-0,83
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	83,90	85,34	85,36	83,28	21,39	23,23	22,49	21,05
	min 0.8	79,23	79,70	81,05	78,90	18,38	19,38	19,44	18,07	84,38	86,14	85,90	84,14	21,86	23,70	23,13	21,71
	prognoza	79,53	80,02	81,39	79,23	18,93	19,92	20,00	18,59	84,56	86,32	86,07	84,32	22,20	24,04	23,47	22,06
	max 0.8	79,67	80,11	81,44	79,32	20,57	21,59	21,65	20,33	84,62	86,37	86,12	84,36	22,99	24,82	24,25	22,87
	błąd prognozy	-0,25	-0,58	-0,03	-0,43	-0,61	-0,56	-0,26	-0,63	-0,66	-0,98	-0,71	-1,04	-0,81	-0,81	-0,98	-1,01
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,00	85,48	85,38	83,24	21,50	23,37	22,63	21,01
	min 0.8	79,39	79,89	81,23	79,10	18,49	19,47	19,54	18,18	84,53	86,29	86,04	84,29	21,97	23,80	23,24	21,82
	prognoza	79,75	80,23	81,59	79,45	19,07	20,04	20,14	18,74	84,72	86,47	86,22	84,48	22,32	24,15	23,58	22,18
	max 0.8	79,85	80,33	81,64	79,53	20,81	21,80	21,87	20,57	84,78	86,52	86,27	84,53	23,13	24,95	24,38	23,01
	błąd prognozy	-0,45	-0,67	0,06	-0,68	-0,73	-0,58	-0,23	-0,76	-0,72	-0,99	-0,84	-1,24	-0,82	-0,78	-0,95	-1,17

Tabela Z.1.13 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni DTW				Boonen-Li e65 mężczyźni DTW				Boonen-Li e0 kobiety DTW				Boonen-Li e65 kobiety DTW			
		AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU	AUT	FRA	CHE	DEU
2011	rzeczywiste	78,07	78,41	80,29	77,99	17,87	18,85	18,99	17,59	83,67	83,44	83,54	81,83	21,17	21,20	21,38	20,02
	min 0.8	76,90	77,49	79,11	77,30	16,21	17,15	17,93	16,19	84,22	84,12	81,35	82,53	20,18	23,28	20,18	20,06
	prognoza	77,13	77,70	79,35	77,53	16,81	17,78	18,35	16,81	84,24	84,14	81,39	82,55	20,51	23,34	21,12	20,26
	max 0.8	77,22	77,80	79,38	77,59	18,14	19,10	18,83	18,14	84,25	84,15	81,42	82,57	20,98	23,56	21,57	20,45
	błąd prognozy	0,94	0,71	0,94	0,46	1,06	1,07	0,64	0,78	-0,57	-0,70	2,15	-0,72	0,66	-2,14	0,26	-0,24
2012	rzeczywiste	78,26	78,48	80,46	78,18	17,85	18,79	19,10	17,65	83,53	83,42	83,41	82,04	21,01	20,97	21,29	20,13
	min 0.8	77,07	77,66	79,26	77,46	16,13	17,07	17,94	16,11	84,38	84,28	81,50	82,71	20,28	23,44	20,13	20,18
	prognoza	77,25	77,90	79,52	77,70	16,84	17,79	18,39	16,83	84,39	84,29	81,53	82,72	20,58	23,49	21,29	20,36
	max 0.8	77,40	77,98	79,56	77,77	18,38	19,30	18,90	18,38	84,40	84,30	81,55	82,73	21,08	23,67	21,83	20,54
	błąd prognozy	1,01	0,58	0,94	0,48	1,01	1,00	0,71	0,82	-0,86	-0,87	1,88	-0,68	0,43	-2,52	0,00	-0,23
2013	rzeczywiste	78,46	78,76	80,51	78,21	17,95	18,96	19,17	17,63	83,72	83,61	83,82	82,31	21,20	21,24	21,49	20,33
	min 0.8	77,25	77,83	79,41	77,62	16,12	17,07	18,07	16,11	84,54	84,44	81,68	82,87	20,38	23,60	20,14	20,28
	prognoza	77,52	78,09	79,69	77,87	16,88	17,86	18,52	16,88	84,54	84,44	81,71	82,88	20,66	23,63	21,41	20,44
	max 0.8	77,60	78,17	79,73	77,95	18,55	19,51	19,11	18,55	84,55	84,45	81,74	82,90	21,18	23,78	22,00	20,60
	błąd prognozy	0,94	0,67	0,82	0,34	1,07	1,10	0,65	0,75	-0,82	-0,83	2,11	-0,57	0,54	-2,39	0,08	-0,11
2014	rzeczywiste	78,91	79,26	80,92	78,66	18,24	19,33	19,42	18,01	84,05	84,10	83,87	82,67	21,47	21,54	21,45	20,64
	min 0.8	77,38	78,00	79,56	77,77	16,12	17,06	18,15	16,11	84,69	84,59	81,84	83,04	20,48	23,74	20,18	20,38
	prognoza	77,60	78,27	79,86	78,05	16,94	17,89	18,60	16,94	84,69	84,60	81,87	83,05	20,73	23,78	21,54	20,53
	max 0.8	77,77	78,35	79,90	78,12	18,72	19,64	19,25	18,72	84,70	84,60	81,90	83,06	21,28	23,89	22,17	20,67
	błąd prognozy	1,31	0,99	1,06	0,61	1,30	1,44	0,82	1,07	-0,64	-0,50	2,00	-0,38	0,74	-2,24	-0,09	0,11
2015	rzeczywiste	78,63	79,01	80,70	78,37	17,93	19,13	19,24	17,73	84,02	84,14	84,15	82,69	21,40	21,53	21,59	20,63
	min 0.8	77,57	78,16	79,71	77,93	16,08	17,02	18,18	16,07	84,84	84,74	82,01	83,21	20,58	23,88	20,17	20,48
	prognoza	77,87	78,45	80,02	78,22	16,97	17,95	18,67	16,97	84,84	84,75	82,04	83,22	20,79	23,92	21,68	20,62
	max 0.8	77,95	78,54	80,07	78,30	18,92	19,87	19,35	18,92	84,85	84,75	82,06	83,22	21,38	24,01	22,37	20,74
	błąd prognozy	0,76	0,56	0,68	0,15	0,96	1,18	0,57	0,76	-0,82	-0,61	2,11	-0,53	0,61	-2,39	-0,09	0,01
2016	rzeczywiste	79,14	79,31	81,53	78,63	18,29	19,31	19,75	17,96	84,08	84,17	84,12	82,79	21,47	21,58	21,60	20,72
	min 0.8	77,71	78,32	79,86	78,09	16,06	17,00	18,30	16,05	84,99	84,89	82,17	83,37	20,67	24,02	20,19	20,58
	prognoza	78,00	78,63	80,19	78,40	17,02	17,98	18,79	17,02	84,99	84,90	82,20	83,38	20,87	24,05	21,81	20,70
	max 0.8	78,13	78,72	80,24	78,48	19,10	20,02	19,54	19,10	85,00	84,90	82,23	83,39	21,47	24,13	22,55	20,82
	błąd prognozy	1,14	0,68	1,34	0,23	1,27	1,33	0,96	0,94	-0,91	-0,73	1,92	-0,59	0,60	-2,47	-0,21	0,02
2017	rzeczywiste	79,28	79,44	81,36	78,80	18,32	19,36	19,74	17,96	84,12	84,28	84,22	83,12	21,45	21,58	21,78	20,83
	min 0.8	77,87	78,48	80,01	78,24	16,04	16,99	18,37	16,03	85,14	85,05	82,34	83,53	20,76	24,16	20,21	20,68
	prognoza	78,17	78,81	80,35	78,57	17,07	18,04	18,87	17,07	85,14	85,05	82,37	83,54	20,94	24,19	21,94	20,79
	max 0.8	78,31	78,90	80,40	78,66	19,27	20,21	19,67	19,28	85,15	85,06	82,40	83,55	21,56	24,25	22,73	20,89
	błąd prognozy	1,11	0,63	1,01	0,23	1,25	1,32	0,87	0,89	-1,02	-0,77	1,85	-0,42	0,51	-2,61	-0,16	0,04
2018	rzeczywiste	79,30	79,56	81,65	78,77	18,34	19,46	19,91	17,98	84,26	84,50	84,31	82,96	21,56	21,76	21,85	20,69
	min 0.8	78,03	78,64	80,16	78,40	16,02	16,96	18,42	16,00	85,29	85,20	82,50	83,70	20,86	24,29	20,22	20,77
	prognoza	78,39	78,98	80,51	78,74	17,11	18,08	18,95	17,11	85,29	85,20	82,53	83,71	21,02	24,32	22,07	20,87
	max 0.8	78,49	79,08	80,57	78,83	19,45	20,38	19,79	19,46	85,30	85,20	82,56	83,71	21,65	24,37	22,91	20,97
	błąd prognozy	0,91	0,58	1,14	0,03	1,23	1,38	0,96	0,87	-1,03	-0,70	1,78	-0,75	0,54	-2,56	-0,22	-0,18

Tabela Z.1.14 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu konserwatywnego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter_e0 - mężczyźni			Lee-Carter_e65 - mężczyźni			Lee-Carter_e0 - kobiety			Lee-Carter_e65 - kobiety		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	78,86	78,94	76,24	18,16	18,14	17,05	84,14	85,01	82,60	21,93	22,25	20,82
	prognoza	79,45	79,26	76,89	18,51	18,49	17,46	84,78	85,41	83,17	22,20	22,47	21,22
	max 0.8	80,04	79,58	77,55	18,77	18,81	17,83	85,42	85,81	83,74	22,48	22,78	21,61
	błąd prognozy	0,25	-0,02	0,42	-0,07	-0,01	0,31	-0,23	-0,33	0,52	-0,26	0,01	0,20
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	78,99	78,99	76,49	18,19	18,16	16,95	84,36	85,12	82,63	22,01	22,22	20,89
	prognoza	79,63	79,43	77,06	18,61	18,60	17,56	84,97	85,59	83,34	22,34	22,59	21,34
	max 0.8	80,27	79,87	77,63	18,99	19,09	18,07	85,57	86,06	84,05	22,77	22,97	21,72
	błąd prognozy	0,17	-0,12	0,32	-0,16	-0,16	0,04	-0,46	-0,54	0,23	-0,48	-0,22	-0,06
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	79,08	79,04	76,50	18,29	18,07	16,91	84,50	85,15	82,74	21,96	22,27	20,95
	prognoza	79,81	79,60	77,23	18,72	18,70	17,66	85,15	85,77	83,51	22,47	22,71	21,46
	max 0.8	80,53	80,16	77,96	19,24	19,27	18,34	85,81	86,38	84,28	23,05	23,19	21,91
	błąd prognozy	0,39	0,27	0,42	0,05	0,15	0,18	-0,24	-0,29	0,48	-0,28	0,08	0,10
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	79,19	79,17	76,64	18,28	18,24	17,00	84,60	85,40	83,03	22,03	22,32	20,87
	prognoza	79,98	79,77	77,40	18,82	18,81	17,76	85,33	85,94	83,69	22,60	22,83	21,58
	max 0.8	80,78	80,36	78,15	19,35	19,36	18,55	86,07	86,49	84,34	23,25	23,37	22,05
	błąd prognozy	0,51	0,28	0,67	0,15	0,17	0,38	-0,22	-0,35	0,67	-0,25	0,04	0,28
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	79,42	79,33	76,68	18,25	18,21	17,03	84,63	85,47	83,11	22,07	22,39	20,94
	prognoza	80,16	79,94	77,56	18,92	18,92	17,86	85,52	86,12	83,85	22,73	22,95	21,69
	max 0.8	80,90	80,54	78,44	19,49	19,61	18,80	86,41	86,76	84,60	23,43	23,50	22,33
	błąd prognozy	0,06	-0,07	0,61	-0,17	-0,18	0,25	-0,87	-0,76	0,42	-0,80	-0,36	0,02
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	79,52	79,43	76,80	18,20	18,25	17,03	84,87	85,72	83,17	22,17	22,47	20,98
	prognoza	80,33	80,10	77,73	19,02	19,02	17,96	85,70	86,29	84,02	22,86	23,07	21,81
	max 0.8	81,14	80,77	78,65	19,69	19,62	18,86	86,52	86,86	84,88	23,72	23,65	22,38
	błąd prognozy	0,40	0,14	0,45	0,12	0,05	0,12	-0,52	-0,52	0,30	-0,44	-0,09	0,01
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	79,50	79,54	76,97	18,27	18,29	17,09	85,10	85,83	83,28	22,29	22,49	21,00
	prognoza	80,50	80,27	77,89	19,12	19,13	18,06	85,88	86,46	84,19	22,99	23,19	21,92
	max 0.8	81,51	80,99	78,81	19,83	19,85	19,03	86,65	87,08	85,09	23,83	23,81	22,63
	błąd prognozy	-0,05	0,05	0,61	-0,14	-0,06	0,30	-1,02	-0,79	0,35	-0,86	-0,28	0,14
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	79,70	79,66	77,04	18,42	18,37	17,05	85,31	85,95	83,46	22,33	22,64	21,16
	prognoza	80,68	80,43	78,05	19,22	19,23	18,16	86,05	86,62	84,35	23,12	23,31	22,04
	max 0.8	81,65	81,20	79,05	19,91	19,95	19,26	86,80	87,29	85,25	24,11	23,87	22,82
	błąd prognozy	0,27	-0,01	0,33	0,13	-0,05	0,08	-0,77	-0,82	0,13	-0,63	-0,29	-0,01

Tabela Z.1.15 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 - mężczyźni			Renshaw-Haberman_e65 - mężczyźni			Renshaw-Haberman_e0 - kobiety			Renshaw-Haberman_e65 - kobiety		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	79,71	78,98	76,85	18,54	18,51	17,45	84,80	85,44	83,44	22,03	22,72	21,19
	prognoza	79,75	79,03	76,91	18,56	18,54	17,49	84,82	85,47	83,48	22,05	22,74	21,23
	max 0.8	79,78	79,08	76,96	18,58	18,56	17,53	84,85	85,50	83,53	22,08	22,77	21,28
	błąd prognozy	-0,05	0,21	0,40	-0,12	-0,06	0,28	-0,27	-0,39	0,21	-0,11	-0,26	0,19
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	80,08	79,22	77,35	18,74	18,68	17,59	85,14	85,93	83,84	22,11	22,96	21,37
	prognoza	80,12	79,27	77,41	18,77	18,71	17,64	85,17	85,97	83,88	22,14	22,99	21,42
	max 0.8	80,16	79,32	77,46	18,80	18,73	17,68	85,20	86,00	83,93	22,16	23,02	21,47
	błąd prognozy	-0,32	0,04	-0,03	-0,32	-0,27	-0,04	-0,66	-0,92	-0,31	-0,28	-0,62	-0,14
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	80,46	79,45	77,84	18,96	18,85	17,72	85,51	86,42	84,23	22,22	23,18	21,53
	prognoza	80,51	79,51	77,90	18,99	18,88	17,77	85,54	86,46	84,28	22,24	23,21	21,59
	max 0.8	80,55	79,57	77,97	19,02	18,91	17,82	85,57	86,50	84,33	22,27	23,24	21,64
	błąd prognozy	-0,31	0,36	-0,25	-0,22	-0,03	0,07	-0,63	-0,98	-0,29	-0,05	-0,42	-0,03
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	80,83	79,69	78,36	19,16	19,01	17,86	85,85	86,93	84,61	22,29	23,42	21,67
	prognoza	80,88	79,75	78,43	19,20	19,05	17,91	85,89	86,97	84,67	22,32	23,45	21,75
	max 0.8	80,93	79,81	78,50	19,23	19,07	17,97	85,92	87,02	84,73	22,36	23,50	21,79
	błąd prognozy	-0,39	0,30	-0,36	-0,23	-0,07	0,23	-0,78	-1,38	-0,31	0,03	-0,58	0,11
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	81,21	79,93	78,89	19,38	19,18	18,00	86,21	87,43	85,07	22,37	23,65	21,87
	prognoza	81,27	80,00	78,98	19,42	19,21	18,05	86,25	87,49	85,14	22,40	23,68	21,96
	max 0.8	81,34	80,06	79,06	19,46	19,25	18,12	86,29	87,55	85,21	22,44	23,72	22,02
	błąd prognozy	-1,05	-0,13	-0,81	-0,67	-0,47	0,06	-1,60	-2,13	-0,87	-0,47	-1,09	-0,25
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	81,61	80,17	79,43	19,59	19,34	18,12	86,59	87,93	85,48	22,45	23,84	22,03
	prognoza	81,68	80,24	79,52	19,64	19,38	18,19	86,64	88,01	85,56	22,49	23,88	22,12
	max 0.8	81,76	80,32	79,62	19,68	19,42	18,25	86,69	88,09	85,65	22,55	23,92	22,20
	błąd prognozy	-0,95	0,00	-1,34	-0,50	-0,31	-0,11	-1,46	-2,24	-1,24	-0,07	-0,90	-0,30
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	82,01	80,41	80,00	19,81	19,50	18,26	86,96	88,51	85,87	22,53	24,10	22,16
	prognoza	82,10	80,49	80,12	19,86	19,54	18,34	87,02	88,61	85,96	22,57	24,14	22,28
	max 0.8	82,18	80,56	80,23	19,91	19,59	18,41	87,07	88,71	86,06	22,64	24,19	22,36
	błąd prognozy	-1,65	-0,17	-1,62	-0,88	-0,47	0,02	-2,16	-2,94	-1,42	-0,44	-1,23	-0,22
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	82,41	80,65	80,63	20,02	19,67	18,40	87,34	89,07	86,36	22,59	24,32	22,38
	prognoza	82,51	80,74	80,76	20,08	19,72	18,49	87,41	89,18	86,48	22,66	24,35	22,47
	max 0.8	82,61	80,83	80,88	20,14	19,77	18,56	87,47	89,28	86,59	22,73	24,43	22,57
	błąd prognozy	-1,56	-0,32	-2,38	-0,73	-0,54	-0,25	-2,13	-3,38	-2,00	-0,17	-1,33	-0,44

Tabela Z.1.16 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni			Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni			Niu-Melenberg_e0 - kobiety			Niu-Melenberg_e65 - kobiety		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	80,85	79,28	77,90	19,24	19,02	18,32	85,26	86,06	84,23	22,85	23,19	22,17
	prognoza	80,87	79,30	77,95	19,24	19,03	18,33	85,29	86,10	84,29	22,86	23,20	22,19
	max 0.8	80,90	79,31	77,99	18,58	18,56	17,53	85,32	86,14	84,38	22,86	23,21	22,20
	błąd prognozy	-1,17	-0,06	-0,64	-0,80	-0,55	-0,56	-0,74	-1,02	-0,60	-0,92	-0,72	-0,77
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	81,09	79,32	78,23	19,46	19,05	18,54	85,25	85,95	84,66	23,03	23,23	22,43
	prognoza	81,14	79,35	78,27	19,46	19,06	18,55	85,28	85,99	84,77	23,04	23,24	22,45
	max 0.8	81,23	79,37	78,33	18,80	18,73	17,68	85,31	86,04	84,86	23,04	23,26	22,46
	błąd prognozy	-1,34	-0,04	-0,89	-1,01	-0,62	-0,95	-0,77	-0,94	-1,20	-1,18	-0,87	-1,17
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	81,41	79,32	78,56	19,66	18,91	18,72	85,24	85,80	84,69	23,20	23,14	22,68
	prognoza	81,45	79,36	78,61	19,66	18,91	18,73	85,27	85,83	84,85	23,21	23,15	22,70
	max 0.8	81,57	79,38	78,68	19,02	18,91	17,82	85,30	85,87	84,96	23,21	23,16	22,72
	błąd prognozy	-1,25	0,51	-0,96	-0,89	-0,06	-0,89	-0,36	-0,35	-0,86	-1,02	-0,36	-1,14
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	81,78	79,28	78,88	19,86	18,77	19,00	85,23	85,58	85,10	23,35	23,05	22,97
	prognoza	81,82	79,31	78,94	19,87	18,78	19,02	85,27	85,62	85,28	23,36	23,06	23,00
	max 0.8	81,91	79,35	79,02	19,23	19,07	17,97	85,29	85,66	85,43	23,36	23,07	23,02
	błąd prognozy	-1,33	0,74	-0,87	-0,90	0,20	-0,88	-0,16	-0,03	-0,92	-1,01	-0,19	-1,14
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	82,18	79,20	79,19	20,06	18,65	19,19	85,23	85,32	85,25	23,52	22,96	23,21
	prognoza	82,22	79,23	79,27	20,07	18,66	19,21	85,27	85,38	85,45	23,52	22,97	23,24
	max 0.8	82,26	79,27	79,35	19,46	19,25	18,12	85,29	85,42	85,62	23,52	22,98	23,27
	błąd prognozy	-2,00	0,64	-1,10	-1,32	0,08	-1,10	-0,62	-0,02	-1,18	-1,59	-0,38	-1,53
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	82,57	79,07	79,50	20,25	18,54	19,42	85,23	84,93	85,57	23,67	22,88	23,49
	prognoza	82,60	79,11	79,58	20,27	18,56	19,44	85,27	85,12	85,77	23,68	22,89	23,52
	max 0.8	82,63	79,15	79,67	19,68	19,42	18,25	85,30	85,16	85,97	23,68	22,90	23,55
	błąd prognozy	-1,87	1,13	-1,40	-1,13	0,51	-1,36	-0,09	0,65	-1,45	-1,26	0,09	-1,70
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	82,91	78,92	79,81	20,45	18,44	19,66	85,24	84,56	85,80	23,83	22,80	23,75
	prognoza	82,96	78,96	79,90	20,46	18,46	19,68	85,28	84,85	86,02	23,84	22,81	23,79
	max 0.8	83,00	79,00	79,99	19,91	19,59	18,41	85,30	84,88	86,26	23,84	22,82	23,82
	błąd prognozy	-2,51	1,36	-1,40	-1,48	0,61	-1,32	-0,42	0,82	-1,48	-1,71	0,10	-1,73
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	83,24	78,74	80,11	20,64	18,35	19,86	85,25	84,12	86,02	23,99	22,73	24,00
	prognoza	83,30	78,78	80,21	20,66	18,37	19,89	85,29	84,58	86,27	24,00	22,74	24,04
	max 0.8	83,35	78,83	80,31	20,14	19,77	18,56	85,31	84,61	86,53	24,00	22,75	24,09
	błąd prognozy	-2,35	1,64	-1,83	-1,31	0,81	-1,65	-0,01	1,22	-1,79	-1,51	0,28	-2,01

Tabela Z.1.17 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 - mężczyźni			Li-Lee_e65 - mężczyźni			Li-Lee_e0 - kobiety			Li-Lee_e65 - kobiety		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	79,24	79,36	76,93	18,22	18,20	17,16	84,37	84,75	82,84	21,58	21,93	20,66
	prognoza	79,42	79,48	77,13	18,37	18,42	17,38	84,55	84,91	83,12	21,77	22,09	20,89
	max 0.8	79,58	79,60	77,35	18,52	18,63	17,62	84,75	85,06	83,34	21,96	22,26	21,11
	błąd prognozy	0,28	-0,24	0,18	0,07	0,06	0,39	0,00	0,17	0,57	0,17	0,39	0,53
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	79,32	79,46	77,01	18,21	18,24	17,20	84,44	84,85	82,96	21,61	21,98	20,70
	prognoza	79,55	79,64	77,31	18,44	18,53	17,48	84,70	85,07	83,31	21,88	22,19	20,99
	max 0.8	79,79	79,81	77,62	18,64	18,83	17,81	84,97	85,28	83,65	22,16	22,41	21,29
	błąd prognozy	0,25	-0,33	0,07	0,01	-0,09	0,12	-0,19	-0,02	0,26	-0,02	0,18	0,29
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	79,41	79,55	77,11	18,25	18,29	17,21	84,52	84,96	83,07	21,67	22,05	20,72
	prognoza	79,70	79,78	77,48	18,52	18,65	17,58	84,87	85,21	83,48	22,00	22,31	21,10
	max 0.8	80,01	79,97	77,83	18,77	19,01	17,95	85,21	85,45	83,89	22,30	22,57	21,41
	błąd prognozy	0,50	0,09	0,17	0,25	0,20	0,26	0,04	0,27	0,51	0,19	0,48	0,46
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	79,50	79,70	77,27	18,28	18,36	17,25	84,63	85,07	83,20	21,73	22,10	20,81
	prognoza	79,83	79,94	77,65	18,59	18,75	17,66	85,02	85,37	83,66	22,10	22,42	21,20
	max 0.8	80,15	80,17	78,05	18,85	19,15	18,08	85,39	85,66	84,13	22,47	22,70	21,61
	błąd prognozy	0,66	0,11	0,42	0,38	0,23	0,48	0,09	0,22	0,70	0,25	0,45	0,66
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	79,57	79,81	77,38	18,37	18,42	17,29	84,73	85,21	83,31	21,81	22,18	20,85
	prognoza	79,97	80,10	77,82	18,68	18,85	17,76	85,17	85,54	83,82	22,22	22,51	21,30
	max 0.8	80,30	80,35	78,26	19,00	19,30	18,16	85,56	85,87	84,29	22,61	22,86	21,70
	błąd prognozy	0,25	-0,23	0,35	0,07	-0,11	0,35	-0,52	-0,18	0,45	-0,29	0,08	0,41
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	79,69	79,96	77,52	18,43	18,48	17,38	84,87	85,34	83,48	21,89	22,27	20,95
	prognoza	80,09	80,26	78,00	18,75	18,97	17,86	85,31	85,70	84,01	22,32	22,63	21,42
	max 0.8	80,45	80,53	78,42	19,12	19,42	18,32	85,75	86,05	84,49	22,75	23,01	21,87
	błąd prognozy	0,64	-0,02	0,18	0,39	0,10	0,22	-0,13	0,07	0,31	0,10	0,35	0,40
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	79,83	80,09	77,65	18,44	18,58	17,47	85,00	85,45	83,61	21,94	22,31	21,10
	prognoza	80,24	80,40	78,15	18,83	19,07	17,96	85,48	85,84	84,16	22,42	22,73	21,54
	max 0.8	80,65	80,69	78,61	19,20	19,58	18,44	85,92	86,19	84,69	22,87	23,10	22,05
	błąd prognozy	0,21	-0,08	0,35	0,15	0,00	0,40	-0,62	-0,17	0,38	-0,29	0,18	0,52
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	79,92	80,23	77,76	18,48	18,65	17,54	85,10	85,58	83,70	22,03	22,40	21,17
	prognoza	80,37	80,56	78,30	18,92	19,15	18,08	85,63	85,99	84,31	22,54	22,82	21,68
	max 0.8	80,77	80,87	78,77	19,35	19,71	18,57	86,08	86,39	84,84	23,03	23,25	22,20
	błąd prognozy	0,58	-0,14	0,08	0,43	0,03	0,16	-0,35	-0,19	0,17	-0,05	0,20	0,35

Tabela Z.1.18 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee e0 mężczyźni DTW			Li-Lee e65 mężczyźni DTW			Li-Lee e0 kobiety DTW			Li-Lee e65 kobiety DTW		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	79,19	78,94	76,69	18,20	18,18	17,14	84,31	84,70	82,86	21,58	21,91	20,57
	prognoza	79,37	79,07	76,84	18,34	18,39	17,29	84,50	84,86	83,13	21,76	22,07	20,79
	max 0.8	79,55	79,19	76,99	18,49	18,58	17,46	84,50	84,86	83,13	21,98	22,23	21,00
	błąd prognozy	0,33	0,17	0,47	0,10	0,09	0,48	0,05	0,22	0,56	0,18	0,41	0,63
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	79,27	79,05	76,82	18,24	18,21	17,13	84,38	84,81	82,90	21,63	21,95	20,59
	prognoza	79,53	79,22	77,02	18,44	18,52	17,35	84,67	85,02	83,22	21,89	22,18	20,83
	max 0.8	79,77	79,40	77,24	18,63	18,77	17,55	84,67	85,02	83,22	22,17	22,40	21,08
	błąd prognozy	0,27	0,09	0,36	0,01	-0,08	0,25	-0,16	0,03	0,35	-0,03	0,19	0,45
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	79,40	79,14	76,96	18,27	18,28	17,17	84,51	84,89	82,95	21,68	22,03	20,66
	prognoza	79,67	79,35	77,21	18,52	18,63	17,42	84,84	85,16	83,35	21,98	22,29	20,92
	max 0.8	79,97	79,58	77,48	18,76	18,96	17,66	84,84	85,16	83,35	22,37	22,55	21,19
	błąd prognozy	0,53	0,52	0,44	0,25	0,22	0,42	0,07	0,32	0,64	0,21	0,50	0,64
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	79,50	79,26	77,12	18,31	18,37	17,22	84,62	85,00	83,04	21,72	22,07	20,71
	prognoza	79,83	79,52	77,41	18,59	18,74	17,50	85,00	85,30	83,45	22,09	22,39	21,01
	max 0.8	80,15	79,77	77,68	18,89	19,12	17,73	85,00	85,30	83,45	22,55	22,70	21,28
	błąd prognozy	0,66	0,53	0,66	0,38	0,24	0,64	0,11	0,29	0,91	0,26	0,48	0,85
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	79,59	79,38	77,27	18,35	18,44	17,31	84,73	85,13	83,19	21,81	22,15	20,84
	prognoza	79,94	79,68	77,60	18,69	18,85	17,55	85,12	85,47	83,62	22,23	22,51	21,11
	max 0.8	80,34	79,96	77,91	19,02	19,28	17,85	85,12	85,47	83,62	22,66	22,84	21,40
	błąd prognozy	0,28	0,19	0,57	0,06	-0,11	0,56	-0,47	-0,11	0,65	-0,30	0,08	0,60
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	79,69	79,53	77,43	18,40	18,54	17,37	84,85	85,28	83,33	21,86	22,24	20,95
	prognoza	80,10	79,83	77,78	18,77	18,98	17,66	85,28	85,64	83,75	22,32	22,63	21,23
	max 0.8	80,50	80,12	78,11	19,13	19,42	17,96	85,28	85,64	83,75	22,81	22,98	21,54
	błąd prognozy	0,63	0,41	0,40	0,37	0,09	0,42	-0,10	0,13	0,57	0,10	0,35	0,59
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	79,83	79,65	77,59	18,45	18,59	17,47	84,96	85,37	83,42	21,93	22,33	21,06
	prognoza	80,26	79,99	77,98	18,85	19,06	17,77	85,44	85,78	83,91	22,42	22,74	21,37
	max 0.8	80,68	80,29	78,32	19,26	19,56	18,05	85,44	85,78	83,91	22,95	23,09	21,65
	błąd prognozy	0,19	0,33	0,52	0,13	0,01	0,59	-0,58	-0,11	0,63	-0,29	0,17	0,69
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	79,92	79,77	77,75	18,53	18,70	17,54	85,06	85,48	83,57	22,05	22,42	21,16
	prognoza	80,40	80,13	78,12	18,97	19,19	17,87	85,61	85,93	84,00	22,54	22,84	21,47
	max 0.8	80,85	80,46	78,52	19,38	19,70	18,21	85,61	85,93	84,00	23,09	23,22	21,80
	błąd prognozy	0,55	0,29	0,26	0,38	-0,01	0,37	-0,33	-0,13	0,48	-0,05	0,18	0,56

Tabela Z.1.19 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 - mężczyźni			Boonen-Li_e65 - mężczyźni			Boonen-Li_e0 - kobiety			Boonen-Li_e65 - kobiety		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	84,55	85,08	83,69	21,94	22,48	21,42
	min 0.8	80,28	79,86	76,88	17,52	17,56	16,67	85,31	86,17	83,79	22,05	22,74	21,58
	prognoza	80,40	80,40	78,16	19,35	19,41	18,53	85,48	86,46	85,01	22,72	23,35	22,20
	max 0.8	80,89	81,36	78,97	20,12	20,12	19,30	85,75	86,52	85,38	24,05	24,69	23,57
	błąd prognozy	-0,70	-1,16	-0,85	-0,91	-0,93	-0,76	-0,93	-1,38	-1,32	-0,78	-0,87	-0,78
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	84,51	85,05	83,57	21,86	22,37	21,28
	min 0.8	80,55	80,18	77,36	17,51	17,60	16,71	85,54	86,49	84,16	22,18	22,87	21,64
	prognoza	80,68	80,79	78,48	19,57	19,65	18,78	85,71	86,77	85,34	22,91	23,55	22,34
	max 0.8	81,22	81,69	79,38	20,40	20,45	19,63	85,97	86,83	85,70	24,44	25,05	23,88
	błąd prognozy	-0,88	-1,48	-1,10	-1,12	-1,21	-1,18	-1,20	-1,72	-1,77	-1,05	-1,18	-1,06
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	84,91	85,48	83,99	22,19	22,79	21,56
	min 0.8	80,81	80,51	77,81	17,52	17,60	16,68	85,74	86,79	84,44	22,30	22,96	21,69
	prognoza	80,95	81,17	78,84	19,78	19,88	18,99	85,91	87,05	85,62	23,11	23,72	22,47
	max 0.8	81,55	82,00	79,85	20,71	20,76	19,92	86,16	87,11	85,97	24,79	25,39	24,18
	błąd prognozy	-0,75	-1,30	-1,19	-1,01	-1,03	-1,15	-1,00	-1,57	-1,63	-0,92	-0,93	-0,91
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	85,11	85,59	84,36	22,35	22,87	21,86
	min 0.8	81,06	80,82	78,23	17,51	17,62	16,76	85,88	87,08	84,80	22,40	23,04	21,75
	prognoza	81,22	81,55	79,17	20,00	20,11	19,26	86,06	87,34	85,95	23,30	23,87	22,60
	max 0.8	81,88	82,31	80,27	20,99	21,07	20,27	86,30	87,40	86,29	25,14	25,71	24,49
	błąd prognozy	-0,73	-1,50	-1,10	-1,03	-1,13	-1,12	-0,95	-1,75	-1,59	-0,95	-1,00	-0,74
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,65	85,36	84,27	21,93	22,59	21,71
	min 0.8	81,31	81,12	78,64	17,51	17,64	16,75	86,07	87,37	85,08	22,50	23,09	21,83
	prognoza	81,49	81,91	79,50	20,21	20,34	19,49	86,24	87,62	86,24	23,50	24,00	22,75
	max 0.8	82,20	82,62	80,69	21,29	21,37	20,58	86,48	87,67	86,56	25,49	26,00	24,81
	błąd prognozy	-1,27	-2,04	-1,33	-1,46	-1,60	-1,38	-1,59	-2,26	-1,97	-1,57	-1,41	-1,04
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	85,18	85,77	84,32	22,42	22,98	21,82
	min 0.8	81,56	81,41	79,01	17,51	17,65	16,78	86,25	87,65	85,37	22,61	23,14	21,91
	prognoza	81,75	82,27	79,82	20,42	20,57	19,73	86,41	87,89	86,53	23,69	24,13	22,91
	max 0.8	82,51	82,90	81,10	21,57	21,68	20,89	86,65	87,95	86,85	25,84	26,29	25,14
	błąd prognozy	-1,02	-2,03	-1,64	-1,28	-1,50	-1,65	-1,23	-2,12	-2,21	-1,27	-1,15	-1,09
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,86	85,67	84,54	22,13	22,91	22,06
	min 0.8	81,80	81,70	79,37	17,50	17,66	16,81	86,42	87,93	85,65	22,71	23,19	21,99
	prognoza	82,00	82,61	80,13	20,63	20,79	19,97	86,58	88,15	86,82	23,87	24,25	23,08
	max 0.8	82,82	83,19	81,50	21,85	21,97	21,22	86,81	88,21	87,12	26,19	26,58	25,47
	błąd prognozy	-1,55	-2,29	-1,63	-1,65	-1,72	-1,61	-1,72	-2,48	-2,28	-1,74	-1,34	-1,02
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	85,28	85,80	84,48	22,49	23,02	22,03
	min 0.8	82,03	81,98	79,72	17,49	17,67	16,81	86,59	88,20	85,91	22,82	23,25	22,09
	prognoza	82,25	82,95	80,44	20,84	21,02	20,20	86,74	88,42	87,09	24,06	24,38	23,24
	max 0.8	83,12	83,46	81,89	22,14	22,27	21,52	86,97	88,47	87,39	26,54	26,87	25,81
	błąd prognozy	-1,30	-2,53	-2,06	-1,49	-1,84	-1,96	-1,46	-2,62	-2,61	-1,57	-1,36	-1,21

Tabela Z.1.20 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni DTW			Boonen-Li e65 mężczyźni DTW			Boonen-Li e0 kobiety DTW			Boonen-Li e65 kobiety DTW		
		ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT	ITA	ESP	PRT
2011	rzeczywiste	79,70	79,24	77,31	18,44	18,48	17,77	83,67	83,44	83,54	21,17	21,20	21,38
	min 0.8	77,35	77,69	70,61	16,98	17,28	16,22	84,22	84,12	81,35	20,18	23,28	20,18
	prognoza	77,47	78,23	71,90	18,05	18,62	17,09	84,24	84,14	81,39	20,51	23,34	21,12
	max 0.8	77,96	79,19	72,71	19,03	19,30	17,59	84,25	84,15	81,42	20,98	23,56	21,57
	błąd prognozy	2,23	1,01	5,41	0,39	-0,14	0,68	-0,57	-0,70	2,15	0,66	-2,14	0,26
2012	rzeczywiste	79,80	79,31	77,38	18,45	18,44	17,60	83,53	83,42	83,41	21,01	20,97	21,29
	min 0.8	77,38	77,71	70,80	16,89	17,19	16,27	84,38	84,28	81,50	20,28	23,44	20,13
	prognoza	77,52	78,31	71,92	18,15	18,73	17,24	84,39	84,29	81,53	20,58	23,49	21,29
	max 0.8	78,06	79,21	72,83	19,22	19,51	17,76	84,40	84,30	81,55	21,08	23,67	21,83
	błąd prognozy	2,28	1,00	5,46	0,30	-0,29	0,36	-0,86	-0,87	1,88	0,43	-2,52	0,00
2013	rzeczywiste	80,20	79,87	77,65	18,77	18,85	17,84	83,72	83,61	83,82	21,20	21,24	21,49
	min 0.8	77,42	77,76	70,96	16,78	17,08	16,24	84,54	84,44	81,68	20,38	23,60	20,14
	prognoza	77,56	78,43	71,98	18,25	18,82	17,18	84,54	84,44	81,71	20,66	23,63	21,41
	max 0.8	78,16	79,26	72,99	19,41	19,69	17,69	84,55	84,45	81,74	21,18	23,78	22,00
	błąd prognozy	2,64	1,44	5,67	0,52	0,03	0,66	-0,82	-0,83	2,11	0,54	-2,39	0,08
2014	rzeczywiste	80,49	80,05	78,07	18,97	18,98	18,14	84,05	84,10	83,87	21,47	21,54	21,45
	min 0.8	77,45	77,80	71,09	16,70	16,99	16,38	84,69	84,59	81,84	20,48	23,74	20,18
	prognoza	77,61	78,53	72,03	18,36	18,92	17,31	84,69	84,60	81,87	20,73	23,78	21,54
	max 0.8	78,26	79,30	73,13	19,61	19,88	17,83	84,70	84,60	81,90	21,28	23,89	22,17
	błąd prognozy	2,88	1,52	6,04	0,61	0,06	0,83	-0,64	-0,50	2,00	0,74	-2,24	-0,09
2015	rzeczywiste	80,22	79,87	78,17	18,75	18,74	18,11	84,02	84,14	84,15	21,40	21,53	21,59
	min 0.8	77,48	77,84	71,21	16,59	16,89	16,34	84,84	84,74	82,01	20,58	23,88	20,17
	prognoza	77,66	78,63	72,07	18,46	19,02	17,27	84,84	84,75	82,04	20,79	23,92	21,68
	max 0.8	78,37	79,34	73,26	19,79	20,07	17,77	84,85	84,75	82,06	21,38	24,01	22,37
	błąd prognozy	2,56	1,24	6,10	0,29	-0,28	0,84	-0,82	-0,61	2,11	0,61	-2,39	-0,09
2016	rzeczywiste	80,73	80,24	78,18	19,14	19,07	18,08	84,08	84,17	84,12	21,47	21,58	21,60
	min 0.8	77,51	77,88	71,29	16,50	16,79	16,41	84,99	84,89	82,17	20,67	24,02	20,19
	prognoza	77,70	78,74	72,10	18,56	19,12	17,27	84,99	84,90	82,20	20,87	24,05	21,81
	max 0.8	78,47	79,37	73,38	19,98	20,26	17,77	85,00	84,90	82,23	21,47	24,13	22,55
	błąd prognozy	3,03	1,50	6,08	0,58	-0,05	0,81	-0,91	-0,73	1,92	0,60	-2,47	-0,21
2017	rzeczywiste	80,45	80,32	78,50	18,98	19,07	18,36	84,12	84,28	84,22	21,45	21,58	21,78
	min 0.8	77,55	77,92	71,37	16,40	16,69	16,46	85,14	85,05	82,34	20,76	24,16	20,21
	prognoza	77,75	78,84	72,13	18,67	19,22	17,33	85,14	85,05	82,37	20,94	24,19	21,94
	max 0.8	78,57	79,41	73,49	20,17	20,45	17,84	85,15	85,06	82,40	21,56	24,25	22,73
	błąd prognozy	2,70	1,48	6,37	0,31	-0,15	1,03	-1,02	-0,77	1,85	0,51	-2,61	-0,16
2018	rzeczywiste	80,95	80,42	78,38	19,35	19,18	18,24	84,26	84,50	84,31	21,56	21,76	21,85
	min 0.8	77,58	77,96	71,43	16,30	16,59	16,44	85,29	85,20	82,50	20,86	24,29	20,22
	prognoza	77,80	78,94	72,16	18,77	19,31	17,27	85,29	85,20	82,53	21,02	24,32	22,07
	max 0.8	78,67	79,45	73,61	20,36	20,63	17,76	85,30	85,20	82,56	21,65	24,37	22,91
	błąd prognozy	3,15	1,48	6,22	0,58	-0,13	0,97	-1,03	-0,70	1,78	0,54	-2,56	-0,22

Tabela Z.1.21 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu południowego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter e0 mężczyźni		Lee-Carter e65 mężczyźni		Lee-Carter e0 kobiety		Lee-Carter e65 kobiety		RH e0 mężczyźni		RH e65 mężczyźni		RH e0 kobiety		RH e65 kobiety	
		NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14
	min 0.8	77,36	76,71	17,29	17,15	82,70	82,64	20,73	20,74	78,92	77,61	17,79	17,60	82,88	83,05	20,96	21,23
	prognoza	77,94	77,20	17,49	17,44	83,22	83,15	20,92	21,00	78,96	77,66	17,82	17,64	82,91	83,09	20,99	21,30
	max 0.8	78,52	77,69	17,77	17,73	83,73	83,66	21,14	21,29	78,99	77,71	17,85	17,69	82,94	83,13	21,02	21,35
	błąd prognozy	1,26	0,56	0,42	0,26	-0,37	-0,29	-0,04	0,14	0,24	0,10	0,09	0,06	-0,06	-0,23	-0,11	-0,16
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96
	min 0.8	77,37	76,74	17,26	17,09	82,80	82,62	20,74	20,81	79,14	78,06	17,99	17,85	83,06	83,46	21,10	21,62
	prognoza	78,05	77,36	17,54	17,54	83,34	83,31	21,02	21,12	79,18	78,12	18,02	17,90	83,09	83,50	21,13	21,71
	max 0.8	78,73	77,97	17,84	17,86	83,88	84,00	21,32	21,49	79,21	78,17	18,05	17,95	83,12	83,55	21,16	21,77
	błąd prognozy	1,10	0,26	0,33	0,00	-0,52	-0,48	-0,19	-0,16	-0,03	-0,50	-0,15	-0,36	-0,27	-0,67	-0,30	-0,75
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08
	min 0.8	77,46	76,78	17,15	17,22	82,84	82,75	20,77	20,74	79,36	78,50	18,18	18,08	83,23	83,86	21,25	22,01
	prognoza	78,15	77,51	17,60	17,64	83,46	83,47	21,11	21,24	79,39	78,56	18,22	18,14	83,26	83,91	21,27	22,11
	max 0.8	78,85	78,25	18,00	18,05	84,07	84,19	21,48	21,73	79,43	78,62	18,26	18,19	83,29	83,96	21,31	22,19
	błąd prognozy	1,27	0,43	0,45	-0,02	-0,42	-0,55	-0,13	-0,16	0,03	-0,62	-0,17	-0,52	-0,22	-0,99	-0,29	-1,03
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50
	min 0.8	77,55	76,86	17,33	17,10	82,88	82,75	20,76	20,87	79,56	78,95	18,36	18,31	83,39	84,24	21,38	22,39
	prognoza	78,26	77,67	17,66	17,73	83,57	83,63	21,21	21,36	79,60	79,02	18,41	18,38	83,42	84,30	21,41	22,51
	max 0.8	78,98	78,47	18,11	18,23	84,26	84,50	21,60	21,92	79,65	79,09	18,45	18,44	83,46	84,35	21,46	22,61
	błąd prognozy	1,61	0,89	0,80	0,41	-0,28	-0,12	-0,03	0,14	0,27	-0,46	0,05	-0,24	-0,13	-0,79	-0,23	-1,01
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23
	min 0.8	77,48	76,94	17,40	17,16	82,98	83,04	20,89	20,87	79,79	79,43	18,56	18,56	83,56	84,65	21,51	22,80
	prognoza	78,37	77,82	17,71	17,83	83,69	83,78	21,31	21,47	79,83	79,52	18,61	18,63	83,60	84,72	21,55	22,94
	max 0.8	79,26	78,70	18,19	18,35	84,40	84,52	21,80	22,00	79,88	79,60	18,67	18,71	83,63	84,79	21,59	23,08
	błąd prognozy	1,37	0,74	0,53	0,21	-0,56	-0,63	-0,38	-0,24	-0,09	-0,96	-0,37	-0,59	-0,47	-1,57	-0,62	-1,71
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59
	min 0.8	77,82	77,07	17,38	17,20	82,99	82,96	20,86	20,89	80,01	79,90	18,76	18,79	83,73	85,07	21,65	23,23
	prognoza	78,47	77,98	17,77	17,92	83,81	83,94	21,40	21,59	80,06	80,00	18,82	18,87	83,77	85,15	21,69	23,41
	max 0.8	79,12	78,89	18,29	18,48	84,63	84,91	21,89	22,18	80,10	80,10	18,87	18,96	83,81	85,23	21,74	23,54
	błąd prognozy	1,41	0,80	0,60	0,30	-0,68	-0,26	-0,39	0,00	-0,18	-1,22	-0,45	-0,65	-0,64	-1,47	-0,68	-1,82
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55
	min 0.8	77,83	77,27	17,43	17,36	83,09	82,97	20,91	20,99	80,24	80,41	18,96	19,03	83,90	85,48	21,77	23,63
	prognoza	78,57	78,13	17,83	18,02	83,92	84,09	21,50	21,71	80,29	80,53	19,03	19,12	83,94	85,57	21,83	23,83
	max 0.8	79,32	78,99	18,38	18,64	84,76	85,21	22,00	22,45	80,34	80,64	19,08	19,22	83,98	85,66	21,88	24,01
	błąd prognozy	1,50	0,87	0,75	0,31	-0,60	-0,44	-0,44	-0,16	-0,22	-1,53	-0,45	-0,79	-0,62	-1,92	-0,77	-2,28
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61
	min 0.8	77,82	77,36	17,42	17,28	82,87	83,16	21,00	21,16	80,45	80,93	19,15	19,27	84,07	85,94	21,89	24,12
	prognoza	78,68	78,28	17,88	18,11	84,04	84,24	21,59	21,82	80,50	81,07	19,22	19,37	84,11	86,05	21,95	24,37
	max 0.8	79,53	79,21	18,58	18,68	85,20	85,32	22,25	22,47	80,56	81,20	19,29	19,47	84,15	86,16	22,00	24,54
	błąd prognozy	1,48	0,93	0,73	0,31	-0,71	-0,55	-0,55	-0,21	-0,34	-1,86	-0,61	-0,95	-0,78	-2,36	-0,91	-2,76

Tabela Z.1.22 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 oraz Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni		Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni		Niu-Melenberg_e0 - kobiety		Niu-Melenberg_e65 - kobiety	
		NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14
	min 0.8	78,78	78,16	18,23	18,15	83,81	83,53	21,50	21,69
	prognoza	78,81	78,21	18,24	18,16	83,86	83,57	21,50	21,73
	max 0.8	78,85	78,28	17,85	17,69	83,90	83,62	21,51	21,75
	błąd prognozy	0,39	-0,45	-0,33	-0,46	-1,01	-0,71	-0,62	-0,59
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96
	min 0.8	78,85	78,40	18,43	18,27	83,80	83,69	21,53	21,90
	prognoza	78,88	78,48	18,44	18,29	83,84	83,73	21,54	21,96
	max 0.8	78,92	78,54	18,05	17,95	83,89	83,78	21,55	21,98
	błąd prognozy	0,27	-0,86	-0,57	-0,75	-1,02	-0,90	-0,71	-1,00
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08
	min 0.8	78,85	78,66	18,61	18,38	83,80	83,84	21,58	22,01
	prognoza	78,89	78,74	18,62	18,43	83,84	83,90	21,59	22,06
	max 0.8	78,97	78,82	18,26	18,19	83,88	83,97	21,60	22,08
	błąd prognozy	0,53	-0,80	-0,57	-0,81	-0,80	-0,98	-0,61	-0,98
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50
	min 0.8	78,81	78,91	18,81	18,50	83,82	84,00	21,63	22,16
	prognoza	78,86	79,00	18,82	18,56	83,86	84,06	21,64	22,27
	max 0.8	79,01	79,09	18,45	18,44	83,90	84,14	21,65	22,29
	błąd prognozy	1,01	-0,44	-0,36	-0,42	-0,57	-0,55	-0,46	-0,77
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23
	min 0.8	78,73	79,16	19,00	18,60	83,85	84,15	21,69	22,32
	prognoza	78,79	79,26	19,01	18,70	83,88	84,23	21,69	22,44
	max 0.8	79,08	79,36	18,67	18,71	83,93	84,31	21,70	22,47
	błąd prognozy	0,95	-0,70	-0,77	-0,66	-0,75	-1,08	-0,76	-1,21
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59
	min 0.8	78,61	79,40	19,17	18,73	83,89	84,31	21,75	22,45
	prognoza	78,69	79,52	19,19	18,83	83,92	84,39	21,75	22,58
	max 0.8	79,10	79,63	18,87	18,96	83,96	84,47	21,76	22,61
	błąd prognozy	1,19	-0,74	-0,82	-0,61	-0,79	-0,71	-0,74	-0,99
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55
	min 0.8	78,49	79,64	19,36	18,83	83,94	84,46	21,81	22,60
	prognoza	78,57	79,77	19,38	18,96	83,97	84,55	21,82	22,78
	max 0.8	79,17	79,90	19,08	19,22	84,01	84,64	21,83	22,82
	błąd prognozy	1,50	-0,77	-0,80	-0,63	-0,65	-0,90	-0,76	-1,23
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61
	min 0.8	78,35	79,89	19,54	18,94	83,99	84,61	21,88	22,76
	prognoza	78,44	80,02	19,56	19,10	84,03	84,71	21,88	22,93
	max 0.8	79,24	80,16	19,29	19,47	84,06	84,80	21,89	22,97
	błąd prognozy	1,72	-0,81	-0,95	-0,68	-0,70	-1,02	-0,84	-1,32

Tabela Z.1.23 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

		Li-Lee_e0 - mężczyźni		Li-Lee_e65 - mężczyźni		Li-Lee_e0 - kobiety		Li-Lee_e65 - kobiety	
	Kraj	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14
	min 0.8	78,89	77,66	17,50	17,35	82,50	82,35	20,57	20,64
	prognoza	79,09	77,87	17,66	17,53	82,66	82,55	20,72	20,80
	max 0.8	79,28	78,06	17,83	17,70	82,83	82,76	20,87	20,97
	błąd prognozy	0,11	-0,11	0,25	0,17	0,19	0,31	0,16	0,34
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96
	min 0.8	78,92	77,74	17,52	17,37	82,56	82,39	20,64	20,66
	prognoza	79,20	77,99	17,74	17,60	82,79	82,66	20,84	20,88
	max 0.8	79,46	78,28	17,97	17,83	83,03	82,96	21,04	21,07
	błąd prognozy	-0,05	-0,37	0,13	-0,06	0,03	0,17	-0,01	0,08
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08
	min 0.8	78,96	77,81	17,55	17,37	82,63	82,42	20,72	20,72
	prognoza	79,29	78,13	17,81	17,66	82,92	82,77	20,96	20,95
	max 0.8	79,61	78,44	18,07	17,93	83,20	83,08	21,20	21,20
	błąd prognozy	0,13	-0,19	0,24	-0,04	0,12	0,15	0,02	0,13
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50
	min 0.8	79,01	77,90	17,57	17,37	82,73	82,51	20,79	20,73
	prognoza	79,39	78,26	17,87	17,71	83,05	82,89	21,08	21,02
	max 0.8	79,74	78,62	18,20	18,03	83,35	83,28	21,35	21,31
	błąd prognozy	0,48	0,30	0,59	0,43	0,24	0,62	0,10	0,48
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23
	min 0.8	79,10	78,00	17,60	17,44	82,82	82,60	20,89	20,78
	prognoza	79,50	78,40	17,94	17,79	83,18	83,01	21,18	21,11
	max 0.8	79,93	78,77	18,28	18,17	83,54	83,43	21,49	21,42
	błąd prognozy	0,24	0,16	0,30	0,25	-0,05	0,14	-0,25	0,12
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59
	min 0.8	79,13	78,10	17,66	17,48	82,93	82,71	20,94	20,83
	prognoza	79,61	78,53	18,01	17,86	83,32	83,13	21,29	21,19
	max 0.8	80,04	78,98	18,40	18,26	83,67	83,59	21,60	21,53
	błąd prognozy	0,27	0,25	0,36	0,36	-0,19	0,55	-0,28	0,40
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55
	min 0.8	79,29	78,20	17,64	17,53	83,06	82,74	21,03	20,89
	prognoza	79,74	78,66	18,07	17,93	83,46	83,25	21,40	21,28
	max 0.8	80,23	79,11	18,47	18,35	83,88	83,70	21,74	21,64
	błąd prognozy	0,33	0,34	0,51	0,40	-0,14	0,40	-0,34	0,27
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61
	min 0.8	79,34	78,32	17,71	17,53	83,18	82,87	21,13	20,91
	prognoza	79,85	78,79	18,13	17,99	83,59	83,37	21,50	21,35
	max 0.8	80,34	79,28	18,54	18,42	84,01	83,83	21,86	21,74
	błąd prognozy	0,31	0,42	0,48	0,43	-0,26	0,32	-0,46	0,26

Tabela Z.1.24 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

		Li-Lee e0 mężczyźni DTW		Li-Lee e65 mężczyźni DTW		Li-Lee e0 kobiety DTW		Li-Lee e65 kobiety DTW	
Kraj		NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14
	min 0.8	78,38	77,88	17,41	17,37	82,30	82,68	20,46	20,64
	prognoza	78,54	78,06	17,56	17,54	82,41	82,89	20,59	20,82
	max 0.8	78,71	78,22	17,72	17,72	82,41	82,89	20,73	21,00
	błąd prognozy	0,66	-0,30	0,35	0,16	0,44	-0,03	0,29	0,32
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96
	min 0.8	78,42	77,97	17,40	17,39	82,34	82,77	20,44	20,68
	prognoza	78,67	78,20	17,64	17,64	82,50	83,03	20,62	20,93
	max 0.8	78,88	78,44	17,86	17,91	82,50	83,03	20,80	21,19
	błąd prognozy	0,48	-0,58	0,23	-0,10	0,32	-0,20	0,21	0,03
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08
	min 0.8	78,50	78,06	17,42	17,44	82,41	82,83	20,46	20,74
	prognoza	78,76	78,37	17,71	17,76	82,59	83,17	20,66	21,05
	max 0.8	79,04	78,64	17,97	18,06	82,59	83,17	20,86	21,35
	błąd prognozy	0,66	-0,43	0,34	-0,14	0,45	-0,25	0,32	0,03
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50
	min 0.8	78,56	78,16	17,42	17,50	82,48	82,92	20,48	20,81
	prognoza	78,89	78,52	17,76	17,84	82,70	83,32	20,70	21,15
	max 0.8	79,19	78,83	18,07	18,18	82,70	83,32	20,92	21,47
	błąd prognozy	0,98	0,04	0,70	0,30	0,59	0,19	0,48	0,35
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23
	min 0.8	78,63	78,29	17,46	17,56	82,53	83,01	20,49	20,89
	prognoza	78,99	78,65	17,82	17,95	82,81	83,46	20,75	21,26
	max 0.8	79,36	79,03	18,17	18,32	82,81	83,46	21,00	21,61
	błąd prognozy	0,75	-0,09	0,42	0,09	0,32	-0,31	0,18	-0,03
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59
	min 0.8	78,69	78,44	17,48	17,60	82,63	83,16	20,51	20,94
	prognoza	79,09	78,82	17,88	18,04	82,89	83,63	20,80	21,36
	max 0.8	79,50	79,20	18,25	18,45	82,89	83,63	21,06	21,73
	błąd prognozy	0,79	-0,04	0,49	0,18	0,24	0,05	0,21	0,23
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55
	min 0.8	78,77	78,56	17,51	17,67	82,70	83,29	20,56	21,04
	prognoza	79,17	78,98	17,94	18,12	83,00	83,79	20,87	21,45
	max 0.8	79,65	79,40	18,33	18,55	83,00	83,79	21,16	21,86
	błąd prognozy	0,90	0,02	0,64	0,21	0,32	-0,14	0,19	0,10
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61
	min 0.8	78,84	78,70	17,55	17,74	82,78	83,41	20,63	21,09
	prognoza	79,25	79,14	17,98	18,22	83,09	83,93	20,93	21,57
	max 0.8	79,76	79,57	18,42	18,67	83,09	83,93	21,22	21,98
	błąd prognozy	0,91	0,07	0,63	0,20	0,24	-0,24	0,11	0,04

Tabela Z.1.25 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li_e0 - mężczyźni		Boonen-Li_e65 - mężczyźni		Boonen-Li_e0 - kobiety		Boonen-Li_e65 - kobiety	
		NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	82,85	82,86	20,88	21,14
	min 0.8	80,02	77,67	17,20	18,57	83,88	83,00	20,62	21,29
	prognoza	80,13	77,79	17,89	19,12	83,99	83,02	21,28	21,93
	max 0.8	80,39	77,98	19,25	20,62	84,07	83,16	21,50	22,15
	błąd prognozy	-0,93	-0,03	0,02	-1,42	-1,14	-0,16	-0,40	-0,79
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	82,82	82,83	20,83	20,96
	min 0.8	80,33	77,94	17,38	18,71	83,86	83,08	20,70	21,35
	prognoza	80,42	78,05	18,14	19,37	83,94	83,10	21,36	21,99
	max 0.8	80,69	78,28	19,61	21,02	84,02	83,22	21,58	22,22
	błąd prognozy	-1,27	-0,43	-0,27	-1,83	-1,12	-0,27	-0,53	-1,03
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,04	82,92	20,98	21,08
	min 0.8	80,59	78,16	17,47	18,89	83,81	83,12	20,75	21,40
	prognoza	80,70	78,30	18,23	19,58	83,91	83,13	21,39	22,03
	max 0.8	80,99	78,53	19,81	21,35	83,98	83,25	21,61	22,24
	błąd prognozy	-1,28	-0,36	-0,18	-1,96	-0,87	-0,21	-0,41	-0,95
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	83,29	83,51	21,18	21,50
	min 0.8	80,87	78,39	17,71	19,09	83,80	83,12	20,81	21,46
	prognoza	80,98	78,54	18,46	19,84	83,89	83,13	21,40	22,03
	max 0.8	81,29	78,78	20,14	21,75	83,96	83,24	21,60	22,23
	błąd prognozy	-1,11	0,02	0,00	-1,70	-0,60	0,38	-0,22	-0,53
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	83,13	83,15	20,93	21,23
	min 0.8	81,13	78,60	17,83	19,23	83,80	83,09	20,88	21,53
	prognoza	81,25	78,79	18,63	20,08	83,88	83,11	21,38	22,01
	max 0.8	81,59	79,02	20,42	22,12	83,94	83,21	21,56	22,19
	błąd prognozy	-1,51	-0,23	-0,39	-2,04	-0,75	0,04	-0,45	-0,78
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	83,13	83,68	21,01	21,59
	min 0.8	81,40	78,82	17,92	19,43	83,81	83,04	20,95	21,59
	prognoza	81,52	79,03	18,78	20,31	83,89	83,06	21,34	21,97
	max 0.8	81,87	79,26	20,67	22,48	83,94	83,15	21,49	22,11
	błąd prognozy	-1,64	-0,25	-0,41	-2,09	-0,76	0,62	-0,33	-0,38
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	83,32	83,65	21,06	21,55
	min 0.8	81,65	79,03	18,10	19,60	83,82	82,98	21,04	21,67
	prognoza	81,78	79,26	18,99	20,55	83,90	82,99	21,29	21,92
	max 0.8	82,16	79,50	20,99	22,84	83,96	83,08	21,39	22,01
	błąd prognozy	-1,71	-0,26	-0,41	-2,22	-0,58	0,66	-0,23	-0,37
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	83,33	83,69	21,04	21,61
	min 0.8	81,91	79,24	18,16	19,75	83,85	82,91	21,11	21,74
	prognoza	82,04	79,49	19,14	20,78	83,92	82,92	21,23	21,86
	max 0.8	82,44	79,73	21,17	23,20	83,98	83,01	21,28	21,90
	błąd prognozy	-1,88	-0,28	-0,53	-2,36	-0,59	0,77	-0,19	-0,25

Tabela Z.1.26 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne błędy

		Boonen-Li e0 mężczyźni DTW		Boonen-Li e65 mężczyźni DTW		Boonen-Li e0 kobiety DTW		Boonen-Li e65 kobiety DTW	
Kraj		NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL	NLD	BEL
2011	rzeczywiste	79,20	77,76	17,91	17,70	83,67	83,44	21,17	21,20
	min 0.8	77,59	75,88	14,88	16,56	84,22	84,12	20,18	23,28
	prognoza	77,70	76,01	15,26	17,20	84,24	84,14	20,51	23,34
	max 0.8	77,95	76,20	16,44	18,53	84,25	84,15	20,98	23,56
	błąd prognozy	1,50	1,75	2,65	0,50	-0,57	-0,70	0,66	-2,14
2012	rzeczywiste	79,15	77,62	17,87	17,54	83,53	83,42	21,01	20,97
	min 0.8	77,67	75,97	14,97	16,48	84,38	84,28	20,28	23,44
	prognoza	77,76	76,07	15,34	17,23	84,39	84,29	20,58	23,49
	max 0.8	78,02	76,30	16,49	18,76	84,40	84,30	21,08	23,67
	błąd prognozy	1,39	1,55	2,53	0,31	-0,86	-0,87	0,43	-2,52
2013	rzeczywiste	79,42	77,94	18,05	17,62	83,72	83,61	21,20	21,24
	min 0.8	77,70	76,00	15,09	16,47	84,54	84,44	20,38	23,60
	prognoza	77,81	76,14	15,45	17,28	84,54	84,44	20,66	23,63
	max 0.8	78,10	76,37	16,54	18,93	84,55	84,45	21,18	23,78
	błąd prognozy	1,61	1,80	2,60	0,34	-0,82	-0,83	0,54	-2,39
2014	rzeczywiste	79,87	78,56	18,46	18,14	84,05	84,10	21,47	21,54
	min 0.8	77,75	76,07	15,28	16,47	84,69	84,59	20,48	23,74
	prognoza	77,86	76,22	15,62	17,33	84,69	84,60	20,73	23,78
	max 0.8	78,17	76,46	16,62	19,10	84,70	84,60	21,28	23,89
	błąd prognozy	2,01	2,34	2,84	0,81	-0,64	-0,50	0,74	-2,24
2015	rzeczywiste	79,74	78,56	18,24	18,04	84,02	84,14	21,40	21,53
	min 0.8	77,79	76,12	15,46	16,42	84,84	84,74	20,58	23,88
	prognoza	77,91	76,30	15,77	17,37	84,84	84,75	20,79	23,92
	max 0.8	78,25	76,53	16,66	19,29	84,85	84,75	21,38	24,01
	błąd prognozy	1,83	2,26	2,47	0,67	-0,82	-0,61	0,61	-2,39
2016	rzeczywiste	79,88	78,78	18,37	18,22	84,08	84,17	21,47	21,58
	min 0.8	77,84	76,17	15,64	16,40	84,99	84,89	20,67	24,02
	prognoza	77,97	76,38	15,91	17,41	84,99	84,90	20,87	24,05
	max 0.8	78,32	76,62	16,66	19,47	85,00	84,90	21,47	24,13
	błąd prognozy	1,91	2,40	2,46	0,81	-0,91	-0,73	0,60	-2,47
2017	rzeczywiste	80,07	79,00	18,58	18,33	84,12	84,28	21,45	21,58
	min 0.8	77,89	76,22	15,85	16,39	85,14	85,05	20,76	24,16
	prognoza	78,02	76,46	16,08	17,46	85,14	85,05	20,94	24,19
	max 0.8	78,39	76,69	16,67	19,65	85,15	85,06	21,56	24,25
	błąd prognozy	2,05	2,54	2,50	0,87	-1,02	-0,77	0,51	-2,61
2018	rzeczywiste	80,16	79,21	18,61	18,42	84,26	84,50	21,56	21,76
	min 0.8	77,93	76,28	16,07	16,36	85,29	85,20	20,86	24,29
	prognoza	78,07	76,53	16,25	17,50	85,29	85,20	21,02	24,32
	max 0.8	78,46	76,77	16,68	19,83	85,30	85,20	21,65	24,37
	błąd prognozy	2,09	2,68	2,36	0,92	-1,03	-0,70	0,54	-2,56

Tabela Z.1.27 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z państw Beneluksu otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Lee-Carter e0 mężczyźni		Lee-Carter e65 mężczyźni		Lee-Carter e0 kobiety		Lee-Carter e65 kobiety		RH e0 mężczyźni		RH e65 mężczyźni		RH e0 kobiety		RH e65 kobiety	
		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	77,60	76,95	17,81	17,44	81,70	81,80	20,52	20,35	78,61	78,60	18,19	17,94	82,76	83,13	20,87	20,99
	prognoza	78,05	77,61	18,05	17,77	82,04	82,45	20,77	20,71	78,64	78,67	18,22	17,99	82,77	83,20	20,90	21,06
	max 0.8	78,51	78,27	18,33	18,13	82,39	83,10	21,08	21,02	78,66	78,75	18,24	18,06	82,79	83,27	20,92	21,15
	błąd prognozy	0,72	0,91	0,21	0,20	0,68	0,43	0,09	0,11	0,13	-0,15	0,04	-0,02	-0,05	-0,32	-0,04	-0,24
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	77,76	76,83	17,86	17,33	81,78	81,78	20,36	20,35	78,92	79,02	18,39	18,18	83,01	83,49	21,05	21,27
	prognoza	78,22	77,75	18,16	17,86	82,18	82,61	20,88	20,82	78,94	79,09	18,42	18,25	83,03	83,57	21,07	21,36
	max 0.8	78,68	78,67	18,56	18,31	82,57	83,44	21,21	21,19	78,97	79,17	18,44	18,31	83,04	83,64	21,10	21,44
	błąd prognozy	0,73	0,93	0,13	0,10	0,48	0,38	-0,15	0,07	0,01	-0,41	-0,13	-0,29	-0,37	-0,58	-0,34	-0,47
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	77,83	76,88	17,89	17,27	81,86	81,70	20,37	20,39	79,23	79,43	18,61	18,43	83,28	83,81	21,26	21,50
	prognoza	78,38	77,90	18,27	17,94	82,31	82,77	20,98	20,92	79,27	79,52	18,64	18,52	83,30	83,90	21,28	21,61
	max 0.8	78,93	78,91	18,79	18,43	82,77	83,84	21,33	21,42	79,30	79,61	18,67	18,58	83,33	83,98	21,32	21,69
	błąd prognozy	0,61	1,10	0,09	0,22	0,46	0,33	-0,18	-0,06	-0,28	-0,52	-0,28	-0,36	-0,53	-0,80	-0,48	-0,75
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	78,05	76,94	17,94	17,21	81,90	81,84	20,39	20,51	79,54	79,85	18,80	18,67	83,55	84,10	21,45	21,72
	prognoza	78,54	78,04	18,38	18,03	82,44	82,93	21,08	21,03	79,57	79,95	18,84	18,78	83,57	84,20	21,47	21,85
	max 0.8	79,03	79,14	19,02	18,71	82,99	84,02	21,63	21,51	79,61	80,05	18,87	18,85	83,59	84,30	21,51	21,94
	błąd prognozy	0,70	1,30	0,19	0,40	0,54	0,52	-0,03	0,05	-0,33	-0,61	-0,27	-0,35	-0,59	-0,75	-0,42	-0,77
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	78,08	77,20	17,98	17,29	81,87	81,79	20,43	20,51	79,86	80,31	19,02	18,96	83,83	84,46	21,65	21,99
	prognoza	78,70	78,18	18,49	18,12	82,58	83,09	21,19	21,14	79,90	80,41	19,06	19,06	83,85	84,57	21,67	22,11
	max 0.8	79,33	79,15	19,27	18,90	83,28	84,39	21,75	21,72	79,94	80,52	19,10	19,16	83,88	84,69	21,72	22,22
	błąd prognozy	0,35	1,44	-0,08	0,34	0,14	0,35	-0,43	-0,06	-0,85	-0,79	-0,65	-0,60	-1,13	-1,13	-0,91	-1,03
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	78,13	76,99	17,95	17,33	82,07	81,95	20,54	20,55	80,17	80,76	19,20	19,22	84,10	84,81	21,83	22,28
	prognoza	78,86	78,31	18,60	18,20	82,71	83,25	21,29	21,24	80,21	80,88	19,25	19,35	84,13	84,94	21,87	22,41
	max 0.8	79,60	79,63	19,41	19,16	83,35	84,54	21,93	22,01	80,26	81,01	19,30	19,43	84,15	85,07	21,91	22,52
	błąd prognozy	0,34	1,46	0,00	0,34	0,16	0,35	-0,31	-0,12	-1,01	-1,11	-0,65	-0,81	-1,26	-1,34	-0,89	-1,29
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	78,46	77,11	18,05	17,28	82,14	82,07	20,54	20,63	80,50	81,21	19,43	19,45	84,39	85,19	22,04	22,56
	prognoza	79,02	78,45	18,70	18,29	82,84	83,40	21,39	21,35	80,55	81,36	19,48	19,60	84,42	85,32	22,08	22,70
	max 0.8	79,59	79,80	19,42	19,17	83,54	84,73	22,03	22,12	80,60	81,50	19,54	19,68	84,46	85,46	22,14	22,82
	błąd prognozy	0,27	1,82	-0,07	0,57	0,14	0,52	-0,39	0,07	-1,26	-1,09	-0,85	-0,74	-1,44	-1,40	-1,08	-1,28
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	78,51	77,34	18,18	17,40	82,25	82,17	20,61	20,55	80,83	81,65	19,64	19,72	84,71	85,52	22,27	22,79
	prognoza	79,18	78,59	18,81	18,37	82,97	83,56	21,49	21,45	80,89	81,81	19,70	19,87	84,75	85,67	22,32	22,97
	max 0.8	79,85	79,83	19,53	19,35	83,69	84,94	22,15	22,22	80,95	81,96	19,76	19,98	84,79	85,83	22,37	23,10
	błąd prognozy	0,08	1,65	-0,12	0,50	-0,03	0,42	-0,47	0,06	-1,63	-1,57	-1,01	-1,00	-1,81	-1,69	-1,30	-1,46

Tabela Z.1.28 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 oraz Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni		Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni		Niu-Melenberg_e0 - kobiety		Niu-Melenberg_e65 - kobiety	
		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	79,29	78,33	18,89	18,61	82,83	82,51	21,21	21,25
	prognoza	79,31	78,46	18,91	18,62	82,91	82,54	21,22	21,29
	max 0.8	79,34	78,58	18,24	18,06	83,00	82,61	21,22	21,31
	błąd prognozy	-0,54	0,06	-0,65	-0,65	-0,19	0,34	-0,36	-0,47
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	79,65	78,55	19,23	18,97	82,72	82,54	21,19	21,00
	prognoza	79,67	78,66	19,24	18,99	82,75	82,57	21,19	21,20
	max 0.8	79,70	78,80	18,44	18,31	82,79	82,62	21,20	21,24
	błąd prognozy	-0,72	0,02	-0,95	-1,03	-0,09	0,42	-0,46	-0,31
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	80,00	78,48	19,56	19,33	82,60	82,60	21,17	20,89
	prognoza	80,03	78,62	19,56	19,35	82,69	82,62	21,18	21,14
	max 0.8	80,06	78,74	18,67	18,58	82,73	82,66	21,18	21,20
	błąd prognozy	-1,04	0,38	-1,20	-1,19	0,08	0,48	-0,38	-0,28
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	80,35	78,56	19,86	19,69	82,53	82,68	21,17	20,86
	prognoza	80,38	78,69	19,88	19,71	82,67	82,70	21,18	21,11
	max 0.8	80,41	78,79	18,87	18,85	82,73	82,73	21,19	21,16
	błąd prognozy	-1,14	0,65	-1,31	-1,28	0,31	0,75	-0,13	-0,03
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	80,69	78,62	20,17	20,04	82,53	82,77	21,19	20,93
	prognoza	80,73	78,72	20,19	20,07	82,70	82,80	21,19	21,10
	max 0.8	80,76	78,89	19,10	19,16	82,76	82,82	21,20	21,15
	błąd prognozy	-1,68	0,90	-1,78	-1,61	0,02	0,64	-0,43	-0,02
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	81,03	78,67	20,47	20,39	82,58	82,88	21,21	21,06
	prognoza	81,07	78,77	20,50	20,42	82,75	82,90	21,21	21,10
	max 0.8	81,11	78,91	19,30	19,43	82,82	82,92	21,22	21,15
	błąd prognozy	-1,87	1,00	-1,90	-1,88	0,12	0,70	-0,23	0,02
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	81,37	78,71	20,77	20,74	82,66	83,00	21,24	21,06
	prognoza	81,41	78,82	20,81	20,77	82,82	83,02	21,25	21,12
	max 0.8	81,45	79,00	19,54	19,68	82,90	83,04	21,25	21,26
	błąd prognozy	-2,12	1,45	-2,18	-1,91	0,16	0,90	-0,25	0,30
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	81,70	78,74	21,06	21,08	82,76	83,12	21,28	21,08
	prognoza	81,74	78,88	21,11	21,11	82,91	83,14	21,29	21,16
	max 0.8	81,79	79,04	19,76	19,98	82,98	83,16	21,29	21,51
	błąd prognozy	-2,48	1,36	-2,42	-2,24	0,03	0,84	-0,27	0,35

Tabela Z.1.29 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

		Li-Lee_e0 - mężczyźni		Li-Lee_e65 - mężczyźni		Li-Lee_e0 - kobiety		Li-Lee_e65 - kobiety	
Kraj		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	78,24	78,13	17,90	17,45	82,26	82,14	20,32	20,20
	prognoza	78,41	78,40	18,07	17,69	82,47	82,32	20,49	20,38
	max 0.8	78,57	78,68	18,24	17,94	82,66	82,51	20,67	20,57
	błąd prognozy	0,36	0,12	0,19	0,28	0,25	0,56	0,37	0,44
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	78,33	78,16	17,93	17,47	82,32	82,15	20,35	20,18
	prognoza	78,56	78,53	18,18	17,78	82,61	82,42	20,59	20,43
	max 0.8	78,79	78,92	18,41	18,09	82,87	82,67	20,84	20,69
	błąd prognozy	0,39	0,15	0,11	0,18	0,05	0,57	0,14	0,46
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	78,45	78,21	17,96	17,45	82,39	82,21	20,38	20,19
	prognoza	78,73	78,68	18,26	17,85	82,75	82,53	20,67	20,48
	max 0.8	79,01	79,13	18,57	18,25	83,06	82,84	20,96	20,79
	błąd prognozy	0,26	0,32	0,10	0,31	0,02	0,57	0,13	0,38
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	78,58	78,25	18,05	17,50	82,52	82,27	20,41	20,20
	prognoza	78,90	78,81	18,38	17,94	82,90	82,64	20,77	20,55
	max 0.8	79,21	79,30	18,77	18,40	83,29	82,98	21,13	20,90
	błąd prognozy	0,34	0,53	0,19	0,49	0,08	0,81	0,28	0,53
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	78,70	78,39	18,09	17,58	82,60	82,36	20,48	20,23
	prognoza	79,06	78,97	18,49	18,03	83,04	82,77	20,87	20,62
	max 0.8	79,40	79,58	18,88	18,53	83,44	83,14	21,27	21,02
	błąd prognozy	-0,01	0,65	-0,08	0,43	-0,32	0,67	-0,11	0,46
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	78,85	78,47	18,17	17,61	82,73	82,46	20,53	20,27
	prognoza	79,22	79,09	18,60	18,11	83,18	82,88	20,96	20,69
	max 0.8	79,62	79,80	19,03	18,68	83,62	83,27	21,39	21,09
	błąd prognozy	-0,02	0,68	0,00	0,43	-0,31	0,72	0,02	0,43
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	78,96	78,50	18,27	17,60	82,82	82,49	20,62	20,30
	prognoza	79,38	79,22	18,70	18,19	83,32	82,97	21,05	20,76
	max 0.8	79,79	79,91	19,16	18,76	83,79	83,38	21,50	21,19
	błąd prognozy	-0,09	1,05	-0,07	0,67	-0,34	0,95	-0,05	0,66
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	79,12	78,55	18,32	17,70	82,88	82,57	20,66	20,38
	prognoza	79,54	79,36	18,78	18,28	83,45	83,08	21,12	20,82
	max 0.8	79,97	80,14	19,29	18,90	83,95	83,55	21,63	21,32
	błąd prognozy	-0,28	0,88	-0,09	0,59	-0,51	0,90	-0,10	0,69

Tabela Z.1.30 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee e0 mężczyźni DTW		Li-Lee e65 mężczyźni DTW		Li-Lee e0 kobiety DTW		Li-Lee e65 kobiety DTW	
		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	78,13	77,72	17,77	17,34	82,27	82,47	20,30	20,29
	prognoza	78,26	77,95	17,95	17,56	82,44	82,69	20,46	20,49
	max 0.8	78,39	78,17	18,11	17,78	82,44	82,69	20,62	20,68
	błąd prognozy	0,51	0,57	0,31	0,41	0,28	0,19	0,40	0,33
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	78,25	77,81	17,81	17,29	82,34	82,52	20,33	20,24
	prognoza	78,44	78,09	18,04	17,56	82,59	82,79	20,55	20,49
	max 0.8	78,63	78,41	18,28	17,86	82,59	82,79	20,78	20,75
	błąd prognozy	0,51	0,59	0,25	0,40	0,07	0,20	0,18	0,40
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	78,37	77,86	17,83	17,23	82,43	82,54	20,35	20,20
	prognoza	78,61	78,26	18,12	17,58	82,75	82,90	20,64	20,51
	max 0.8	78,84	78,64	18,41	17,93	82,75	82,90	20,92	20,83
	błąd prognozy	0,38	0,74	0,24	0,58	0,02	0,20	0,16	0,35
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	78,51	77,98	17,90	17,22	82,54	82,58	20,41	20,18
	prognoza	78,79	78,38	18,21	17,61	82,89	82,97	20,72	20,52
	max 0.8	79,06	78,84	18,52	18,01	82,89	82,97	21,04	20,88
	błąd prognozy	0,45	0,96	0,36	0,82	0,09	0,48	0,33	0,56
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	78,68	78,06	17,95	17,20	82,67	82,65	20,47	20,17
	prognoza	78,96	78,56	18,31	17,65	83,05	83,09	20,82	20,55
	max 0.8	79,24	79,01	18,66	18,08	83,05	83,09	21,16	20,94
	błąd prognozy	0,09	1,06	0,10	0,81	-0,33	0,35	-0,06	0,53
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	78,83	78,19	18,01	17,20	82,79	82,71	20,51	20,15
	prognoza	79,13	78,72	18,41	17,68	83,19	83,20	20,90	20,60
	max 0.8	79,44	79,22	18,77	18,13	83,19	83,20	21,28	20,99
	błąd prognozy	0,07	1,05	0,19	0,86	-0,32	0,40	0,08	0,52
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	78,96	78,32	18,09	17,23	82,91	82,80	20,56	20,16
	prognoza	79,30	78,85	18,49	17,73	83,33	83,30	20,99	20,62
	max 0.8	79,60	79,42	18,89	18,20	83,33	83,30	21,37	21,04
	błąd prognozy	-0,01	1,42	0,14	1,13	-0,35	0,62	0,01	0,80
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	79,10	78,39	18,14	17,27	83,03	82,87	20,61	20,17
	prognoza	79,46	78,98	18,58	17,76	83,48	83,38	21,07	20,63
	max 0.8	79,81	79,61	19,00	18,27	83,48	83,38	21,50	21,12
	błąd prognozy	-0,20	1,26	0,11	1,11	-0,54	0,60	-0,05	0,88

Tabela Z.1.31 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni		Boonen-Li e65 mężczyźni		Boonen-Li e0 kobiety		Boonen-Li e65 kobiety	
		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	79,03	79,70	17,12	17,49	82,95	83,12	20,08	20,02
	prognoza	79,18	79,77	19,02	19,37	83,01	83,56	21,14	21,09
	max 0.8	79,54	80,16	19,76	20,11	83,06	84,10	21,39	21,33
	błąd prognozy	-0,41	-1,25	-0,76	-1,40	-0,29	-0,68	-0,28	-0,27
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	79,14	80,16	17,19	17,59	82,75	82,99	20,23	20,12
	prognoza	79,28	80,21	19,40	19,78	82,80	83,41	21,04	20,94
	max 0.8	79,63	80,59	20,26	20,63	82,86	83,94	21,23	21,12
	błąd prognozy	-0,33	-1,53	-1,11	-1,82	-0,14	-0,42	-0,31	-0,05
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	79,26	80,58	17,25	17,68	82,67	82,89	20,37	20,22
	prognoza	79,38	80,65	19,78	20,18	82,72	83,29	20,99	20,84
	max 0.8	79,72	81,01	20,75	21,14	82,77	83,82	21,13	20,98
	błąd prognozy	-0,39	-1,65	-1,42	-2,02	0,05	-0,19	-0,19	0,02
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	79,36	81,01	17,30	17,76	82,67	82,82	20,50	20,30
	prognoza	79,49	81,07	20,15	20,57	82,72	83,21	20,97	20,78
	max 0.8	79,80	81,41	21,23	21,65	82,76	83,74	21,09	20,89
	błąd prognozy	-0,25	-1,73	-1,58	-2,14	0,26	0,24	0,08	0,30
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	79,45	81,42	17,35	17,84	82,73	82,75	20,63	20,38
	prognoza	79,59	81,47	20,51	20,96	82,77	83,15	20,98	20,75
	max 0.8	79,88	81,81	21,71	22,15	82,81	83,68	21,08	20,83
	błąd prognozy	-0,54	-1,85	-2,10	-2,50	-0,05	0,29	-0,22	0,33
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	79,55	81,82	17,39	17,91	82,82	82,72	20,74	20,46
	prognoza	79,69	81,87	20,87	21,34	82,86	83,12	21,01	20,74
	max 0.8	79,97	82,19	22,17	22,63	82,89	83,64	21,09	20,81
	błąd prognozy	-0,49	-2,10	-2,27	-2,80	0,01	0,48	-0,03	0,38
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	79,65	82,21	17,44	17,97	82,92	82,71	20,85	20,54
	prognoza	79,80	82,26	21,23	21,71	82,96	83,10	21,06	20,75
	max 0.8	80,06	82,56	22,63	23,11	82,99	83,61	21,12	20,81
	błąd prognozy	-0,51	-1,99	-2,60	-2,85	0,02	0,82	-0,06	0,67
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	79,76	82,59	17,47	18,03	83,04	82,71	20,96	20,61
	prognoza	79,91	82,64	21,58	22,08	83,07	83,11	21,11	20,78
	max 0.8	80,15	82,93	23,08	23,58	83,11	83,61	21,16	20,82
	błąd prognozy	-0,65	-2,40	-2,89	-3,21	-0,13	0,87	-0,09	0,73

Tabela Z.1.32 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni DTW		Boonen-Li e65 mężczyźni DTW		Boonen-Li e0 kobiety DTW		Boonen-Li e65 kobiety DTW	
		GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL	GBR	IRL
2011	rzeczywiste	78,77	78,52	18,26	17,97	82,72	82,88	20,86	20,82
	min 0.8	77,28	76,91	16,61	18,63	83,10	82,53	21,06	21,27
	prognoza	77,44	76,98	17,21	18,64	83,16	82,56	22,02	21,31
	max 0.8	77,79	77,37	18,55	18,66	83,22	82,63	22,50	21,33
	błąd prognozy	1,33	1,54	1,05	-0,67	-0,44	0,32	-1,16	-0,49
2012	rzeczywiste	78,95	78,68	18,29	17,96	82,66	82,99	20,73	20,89
	min 0.8	77,48	77,15	16,56	18,99	83,24	82,56	21,01	21,02
	prognoza	77,62	77,20	17,28	19,01	83,29	82,59	22,19	21,22
	max 0.8	77,96	77,57	18,83	19,03	83,35	82,64	22,76	21,26
	błąd prognozy	1,33	1,48	1,01	-1,05	-0,63	0,40	-1,46	-0,33
2013	rzeczywiste	78,99	79,00	18,36	18,16	82,77	83,10	20,80	20,86
	min 0.8	77,67	77,30	16,55	19,35	83,38	82,62	21,04	20,91
	prognoza	77,80	77,36	17,32	19,37	83,43	82,64	22,32	21,16
	max 0.8	78,14	77,72	19,00	19,39	83,47	82,68	22,94	21,22
	błąd prognozy	1,19	1,64	1,04	-1,21	-0,66	0,46	-1,52	-0,30
2014	rzeczywiste	79,24	79,34	18,57	18,43	82,98	83,45	21,05	21,08
	min 0.8	77,85	77,49	16,54	19,71	83,52	82,70	21,08	20,88
	prognoza	77,98	77,54	17,37	19,73	83,57	82,72	22,44	21,13
	max 0.8	78,30	77,89	19,16	19,76	83,60	82,75	23,10	21,18
	błąd prognozy	1,26	1,80	1,20	-1,30	-0,59	0,73	-1,39	-0,05
2015	rzeczywiste	79,05	79,62	18,41	18,46	82,72	83,44	20,76	21,08
	min 0.8	78,03	77,66	16,50	20,06	83,66	82,79	21,07	20,95
	prognoza	78,16	77,72	17,40	20,09	83,70	82,82	22,58	21,12
	max 0.8	78,46	78,05	19,36	20,12	83,73	82,84	23,31	21,17
	błąd prognozy	0,89	1,90	1,01	-1,63	-0,98	0,62	-1,82	-0,04
2016	rzeczywiste	79,20	79,77	18,60	18,54	82,87	83,60	20,98	21,12
	min 0.8	78,20	77,84	16,48	20,41	83,80	82,90	21,09	21,08
	prognoza	78,34	77,89	17,45	20,44	83,83	82,92	22,72	21,12
	max 0.8	78,62	78,21	19,54	20,48	83,87	82,94	23,50	21,17
	błąd prognozy	0,86	1,88	1,15	-1,90	-0,96	0,68	-1,74	0,00
2017	rzeczywiste	79,29	80,27	18,63	18,86	82,98	83,92	21,00	21,42
	min 0.8	78,38	78,01	16,46	20,76	83,94	83,02	21,12	21,08
	prognoza	78,52	78,07	17,49	20,79	83,97	83,04	22,85	21,14
	max 0.8	78,79	78,37	19,71	20,83	84,01	83,06	23,67	21,28
	błąd prognozy	0,77	2,20	1,14	-1,93	-0,99	0,88	-1,85	0,28
2018	rzeczywiste	79,26	80,24	18,69	18,87	82,94	83,98	21,02	21,51
	min 0.8	78,55	78,19	16,44	21,10	84,08	83,14	21,13	21,10
	prognoza	78,70	78,24	17,53	21,13	84,11	83,16	22,98	21,18
	max 0.8	78,95	78,53	19,90	21,17	84,15	83,18	23,86	21,53
	błąd prognozy	0,56	2,00	1,16	-2,26	-1,17	0,82	-1,96	0,33

Tabela Z.1.33 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu liberalnego (Europa) otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

		Lee-Carter_e0 - mężczyźni			Lee-Carter_e65 - mężczyźni			Lee-Carter_e0 - kobiety			Lee-Carter_e65 - kobiety		
	Kraj	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	66,50	61,86	63,18	14,18	13,84	13,10	79,36	76,98	75,83	19,33	18,64	17,94
	prognoza	68,47	64,39	64,83	14,18	13,84	13,11	80,44	77,99	76,92	19,32	18,62	17,95
	max 0.8	69,63	65,67	66,17	14,20	13,87	13,13	81,31	78,63	77,55	19,34	18,65	17,94
	błąd prognozy	2,83	3,64	3,72	0,52	0,08	0,25	0,56	1,07	1,58	0,37	0,26	0,41
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	66,51	62,92	62,85	14,28	13,86	13,15	78,97	77,00	76,17	19,48	18,69	18,07
	prognoza	68,53	64,29	64,80	14,28	13,87	13,16	80,55	78,05	76,97	19,45	18,69	18,04
	max 0.8	70,15	65,58	66,20	14,30	13,83	13,16	81,88	78,85	77,81	19,48	18,69	18,07
	błąd prognozy	2,80	4,10	4,06	0,42	0,16	0,43	0,60	1,36	1,71	0,38	0,26	0,21
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	66,11	62,44	62,80	14,37	13,90	13,21	79,41	77,03	75,93	19,62	18,83	18,15
	prognoza	68,58	64,19	64,78	14,37	13,90	13,21	80,67	78,10	77,02	19,59	18,76	18,14
	max 0.8	70,30	66,07	66,14	14,43	13,84	13,20	81,96	78,83	77,90	19,64	18,83	18,15
	błąd prognozy	4,13	4,34	4,48	0,63	0,18	0,64	0,65	1,27	1,71	0,31	0,22	0,25
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	66,14	62,35	62,87	14,46	13,92	13,26	78,93	77,05	75,79	19,75	18,87	18,34
	prognoza	68,64	64,09	64,75	14,47	13,93	13,26	80,79	78,15	77,07	19,72	18,83	18,23
	max 0.8	70,39	65,37	66,41	14,49	13,83	13,20	82,03	79,04	77,98	19,75	18,87	18,34
	błąd prognozy	3,66	5,04	4,32	0,60	0,34	0,48	0,70	1,71	2,16	0,27	0,42	0,53
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	66,27	61,47	62,31	14,56	13,96	13,30	78,93	76,90	75,54	19,79	18,96	18,38
	prognoza	68,70	64,00	64,72	14,57	13,97	13,31	80,90	78,20	77,12	19,85	18,90	18,32
	max 0.8	70,67	65,35	66,68	14,59	13,98	13,30	82,46	79,17	78,40	19,81	18,97	18,39
	błąd prognozy	4,39	5,15	4,96	0,73	0,03	0,76	0,90	1,41	2,21	0,40	0,13	0,36
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	65,94	61,99	62,62	14,65	13,98	13,35	78,45	76,91	75,63	19,92	18,98	18,47
	prognoza	68,76	63,89	64,69	14,67	14,00	13,36	81,02	78,25	77,17	19,98	18,97	18,42
	max 0.8	70,88	65,76	66,43	14,74	13,95	13,37	82,72	79,26	78,59	19,93	18,99	18,51
	błąd prognozy	4,44	5,58	5,09	0,73	0,17	0,57	0,86	1,72	2,22	0,47	0,24	0,38
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	66,20	61,24	62,73	14,75	14,02	13,40	78,71	76,86	75,60	20,04	19,07	18,59
	prognoza	68,81	63,79	64,67	14,76	14,03	13,40	81,13	78,30	77,21	20,11	19,04	18,51
	max 0.8	70,80	65,68	66,56	14,86	14,09	13,33	83,03	79,46	78,85	20,04	19,08	18,59
	błąd prognozy	4,86	6,92	5,13	0,66	0,35	0,59	1,16	2,07	2,32	0,31	0,27	0,30
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	65,90	62,26	62,56	14,85	14,05	13,44	78,49	77,03	75,54	20,17	19,12	18,65
	prognoza	68,87	63,69	64,64	14,86	14,07	13,45	81,24	78,35	77,26	20,24	19,11	18,60
	max 0.8	70,72	65,81	66,73	14,95	14,03	13,28	83,41	79,84	78,56	20,18	19,13	18,66
	błąd prognozy	5,01	7,22	5,41	0,68	0,36	0,60	1,17	2,24	2,36	0,10	0,43	0,29

Tabela Z.1.35 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Lee-Carter_e0 i Lee-Carter_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Renshaw-Haberman_e0 - mężczyźni			Renshaw-Haberman_e65 - mężczyźni			Renshaw-Haberman_e0 - kobiety			Renshaw-Haberman_e65 - kobiety		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	70,48	66,53	65,45	14,18	13,60	13,09	79,98	78,28	77,51	19,35	18,53	17,93
	prognoza	70,62	66,64	65,52	14,28	13,68	13,19	80,15	78,33	77,63	19,43	18,59	18,00
	max 0.8	70,79	66,77	65,66	14,37	13,75	13,28	80,23	78,46	77,73	19,50	18,63	18,06
	błąd prognozy	0,68	1,39	3,03	0,42	0,24	0,17	0,85	0,73	0,87	0,26	0,29	0,36
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	70,53	66,50	65,45	14,22	13,56	13,11	80,07	78,36	77,54	19,56	18,64	18,02
	prognoza	70,68	66,61	65,52	14,32	13,65	13,21	80,25	78,41	77,67	19,65	18,70	18,09
	max 0.8	70,83	66,74	65,68	14,41	13,73	13,30	80,34	78,53	77,76	19,73	18,75	18,16
	błąd prognozy	0,65	1,78	3,34	0,38	0,38	0,38	0,90	1,00	1,01	0,18	0,25	0,16
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	70,62	66,48	65,46	14,24	13,52	13,12	80,16	78,46	77,59	19,79	18,75	18,12
	prognoza	70,76	66,59	65,53	14,36	13,61	13,23	80,34	78,50	77,72	19,86	18,82	18,20
	max 0.8	70,94	66,72	65,69	14,43	13,70	13,32	80,43	78,64	77,82	19,97	18,87	18,27
	błąd prognozy	1,95	1,94	3,73	0,64	0,47	0,62	0,98	0,87	1,01	0,04	0,16	0,19
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	70,68	66,46	65,48	14,26	13,49	13,14	80,24	78,55	77,65	19,96	18,87	18,24
	prognoza	70,82	66,57	65,55	14,38	13,58	13,26	80,43	78,61	77,77	20,06	18,95	18,31
	max 0.8	71,01	66,71	65,72	14,47	13,67	13,36	80,51	78,74	77,88	20,18	19,00	18,40
	błąd prognozy	1,48	2,56	3,52	0,69	0,69	0,48	1,06	1,25	1,46	-0,07	0,30	0,45
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	70,76	66,44	65,50	14,29	13,46	13,16	80,34	78,64	77,70	20,14	18,98	18,35
	prognoza	70,91	66,56	65,57	14,41	13,55	13,28	80,51	78,70	77,83	20,25	19,06	18,43
	max 0.8	71,10	66,70	65,74	14,52	13,65	13,38	80,61	78,84	77,95	20,39	19,12	18,51
	błąd prognozy	2,18	2,59	4,11	0,89	0,45	0,79	1,29	0,91	1,50	0,00	-0,03	0,25
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	70,85	66,43	65,53	14,31	13,42	13,19	80,43	78,72	77,76	20,38	19,08	18,43
	prognoza	71,00	66,55	65,60	14,44	13,52	13,31	80,62	78,78	77,87	20,50	19,17	18,52
	max 0.8	71,19	66,69	65,77	14,57	13,63	13,42	80,71	78,93	77,99	20,66	19,23	18,60
	błąd prognozy	2,20	2,92	4,18	0,96	0,65	0,62	1,26	1,19	1,52	-0,05	0,04	0,28
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	70,93	66,43	65,58	14,33	13,38	13,21	80,51	78,82	77,80	20,53	19,20	18,53
	prognoza	71,09	66,55	65,64	14,48	13,48	13,34	80,68	78,88	77,92	20,67	19,30	18,62
	max 0.8	71,26	66,69	65,82	14,63	13,59	13,45	80,78	79,03	78,04	20,84	19,36	18,71
	błąd prognozy	2,58	4,16	4,16	0,94	0,90	0,65	1,61	1,49	1,61	-0,25	0,01	0,19
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	71,03	66,46	65,61	14,34	13,35	13,22	80,60	78,92	77,87	20,72	19,31	18,63
	prognoza	71,18	66,57	65,68	14,51	13,46	13,37	80,78	78,98	77,99	20,90	19,42	18,73
	max 0.8	71,36	66,72	65,87	14,68	13,58	13,49	80,89	79,13	78,11	21,08	19,50	18,84
	błąd prognozy	2,70	4,34	4,37	1,03	0,97	0,68	1,63	1,61	1,63	-0,56	0,12	0,16

Tabela Z.1.36 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Renshaw-Haberman_e0 i Renshaw-Haberman_e65 i ich bezwzględne błędy

	Kraj	Niu-Melenberg_e0 - mężczyźni			Niu-Melenberg_e65 - mężczyźni			Niu-Melenberg_e0 - kobiety			Niu-Melenberg_e65 - kobiety		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	69,39	66,57	66,87	14,74	14,32	13,68	80,24	78,81	77,62	20,01	19,23	18,50
	prognoza	69,44	66,63	66,93	14,78	14,34	13,70	80,24	78,88	77,69	20,04	19,25	18,51
	max 0.8	69,49	66,68	66,98	14,37	13,75	13,28	80,24	78,97	77,78	20,06	19,26	18,52
	błąd prognozy	1,86	1,40	1,62	-0,08	-0,42	-0,34	0,76	0,18	0,81	-0,35	-0,37	-0,15
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	69,39	66,60	66,87	14,73	14,33	13,68	78,85	78,84	77,68	20,01	19,30	18,50
	prognoza	69,44	66,66	66,93	14,78	14,34	13,70	78,85	78,91	77,75	20,04	19,31	18,51
	max 0.8	69,49	66,71	66,98	14,41	13,73	13,30	78,85	79,00	77,84	20,06	19,33	18,52
	błąd prognozy	1,89	1,73	1,93	-0,08	-0,31	-0,11	2,30	0,50	0,93	-0,21	-0,36	-0,26
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	69,39	66,62	66,87	14,73	14,33	13,68	78,07	78,86	77,74	20,01	19,36	18,50
	prognoza	69,44	66,68	66,93	14,78	14,33	13,70	78,07	78,92	77,81	20,04	19,37	18,51
	max 0.8	69,49	66,73	66,98	14,43	13,70	13,32	78,07	79,01	77,90	20,06	19,39	18,52
	błąd prognozy	3,27	1,85	2,33	0,22	-0,25	0,15	3,25	0,45	0,92	-0,14	-0,39	-0,12
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	69,39	66,63	66,87	14,73	14,33	13,68	78,09	78,87	77,79	20,01	19,41	18,50
	prognoza	69,44	66,69	66,93	14,78	14,33	13,70	78,09	78,93	77,87	20,04	19,42	18,51
	max 0.8	69,49	66,74	66,98	14,47	13,67	13,36	78,09	79,02	77,97	20,06	19,44	18,52
	błąd prognozy	2,86	2,44	2,14	0,29	-0,06	0,04	3,40	0,93	1,36	-0,05	-0,17	0,25
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	69,39	66,63	66,87	14,73	14,33	13,68	78,50	78,87	77,84	20,01	19,47	18,50
	prognoza	69,44	66,70	66,93	14,78	14,34	13,70	78,50	78,94	77,93	20,04	19,48	18,51
	max 0.8	69,49	66,75	66,98	14,52	13,65	13,38	78,50	79,03	78,03	20,06	19,49	18,52
	błąd prognozy	3,65	2,45	2,75	0,52	-0,34	0,37	3,30	0,67	1,40	0,21	-0,45	0,17
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	69,39	66,64	66,87	14,73	14,33	13,68	78,88	78,88	77,90	20,01	19,51	18,50
	prognoza	69,44	66,70	66,93	14,78	14,34	13,70	78,88	78,94	77,98	20,04	19,53	18,51
	max 0.8	69,49	66,75	66,98	14,57	13,63	13,42	78,88	79,03	78,09	20,06	19,54	18,52
	błąd prognozy	3,76	2,77	2,85	0,62	-0,17	0,23	3,00	1,03	1,41	0,41	-0,32	0,29
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	69,39	66,64	66,87	14,73	14,33	13,68	79,04	78,88	77,96	20,01	19,56	18,50
	prognoza	69,44	66,70	66,93	14,78	14,34	13,70	79,04	78,94	78,04	20,04	19,57	18,51
	max 0.8	69,49	66,75	66,98	14,63	13,59	13,45	79,04	79,03	78,15	20,06	19,59	18,52
	błąd prognozy	4,23	4,01	2,87	0,64	0,04	0,29	3,25	1,43	1,49	0,38	-0,26	0,30
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	69,39	66,64	66,87	14,73	14,33	13,68	79,00	78,88	78,00	20,01	19,61	18,50
	prognoza	69,44	66,70	66,93	14,78	14,34	13,70	79,00	78,95	78,10	20,04	19,62	18,51
	max 0.8	69,49	66,75	66,98	14,68	13,58	13,49	79,00	79,04	78,20	20,06	19,64	18,52
	błąd prognozy	4,44	4,21	3,12	0,76	0,09	0,35	3,41	1,64	1,52	0,30	-0,08	0,38

Tabela Z.1.37 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Niu-Melenberg_e0 i Niu-Melenberg_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee_e0 - mężczyźni			Li-Lee_e65 - mężczyźni			Li-Lee_e0 - kobiety			Li-Lee_e65 - kobiety		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	70,09	67,00	67,08	13,87	13,57	12,86	80,07	78,59	77,64	19,01	18,52	17,77
	prognoza	70,64	67,70	67,74	14,04	13,82	13,07	80,34	78,96	78,05	19,20	18,73	17,95
	max 0.8	71,22	68,30	68,33	14,24	14,05	13,27	80,59	79,32	78,42	19,37	18,93	18,14
	błąd prognozy	0,66	0,33	0,81	0,66	0,10	0,29	0,66	0,10	0,45	0,49	0,15	0,41
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	69,99	66,70	66,98	13,82	13,53	12,83	80,19	78,52	77,67	19,05	18,54	17,77
	prognoza	70,89	67,69	67,85	14,08	13,85	13,11	80,58	79,06	78,17	19,30	18,81	18,05
	max 0.8	71,64	68,62	68,70	14,35	14,21	13,42	80,94	79,57	78,71	19,56	19,11	18,31
	błąd prognozy	0,44	0,70	1,01	0,62	0,18	0,48	0,57	0,35	0,51	0,53	0,14	0,20
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	70,02	66,41	66,74	13,82	13,48	12,78	80,36	78,43	77,54	19,09	18,54	17,82
	prognoza	71,09	67,69	67,94	14,12	13,92	13,16	80,80	79,16	78,25	19,40	18,92	18,14
	max 0.8	72,04	68,78	68,98	14,45	14,32	13,50	81,21	79,83	78,83	19,74	19,26	18,44
	błąd prognozy	1,62	0,84	1,32	0,88	0,16	0,69	0,52	0,21	0,48	0,50	0,06	0,25
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	70,17	66,24	66,70	13,81	13,53	12,79	80,50	78,37	77,58	19,11	18,61	17,90
	prognoza	71,35	67,64	68,01	14,17	13,96	13,20	81,05	79,23	78,34	19,50	18,99	18,23
	max 0.8	72,42	69,09	69,22	14,55	14,44	13,59	81,52	80,01	79,02	19,88	19,39	18,57
	błąd prognozy	0,95	1,49	1,06	0,90	0,31	0,54	0,44	0,63	0,89	0,49	0,26	0,53
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	70,35	65,98	66,57	13,78	13,48	12,78	80,75	78,41	77,60	19,19	18,70	17,91
	prognoza	71,68	67,61	68,09	14,21	14,00	13,24	81,32	79,31	78,45	19,59	19,09	18,33
	max 0.8	72,80	69,19	69,39	14,62	14,50	13,65	81,85	80,16	79,25	20,02	19,56	18,68
	błąd prognozy	1,41	1,54	1,59	1,09	0,00	0,83	0,48	0,30	0,88	0,66	-0,06	0,35
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	70,51	65,83	66,55	13,78	13,50	12,78	80,95	78,48	77,62	19,26	18,76	17,99
	prognoza	71,96	67,62	68,16	14,25	14,09	13,29	81,57	79,42	78,54	19,69	19,18	18,42
	max 0.8	73,15	69,22	69,68	14,74	14,64	13,77	82,13	80,32	79,39	20,12	19,64	18,84
	błąd prognozy	1,24	1,85	1,62	1,15	0,08	0,64	0,31	0,55	0,85	0,76	0,03	0,38
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	70,61	65,61	66,57	13,78	13,55	12,82	81,15	78,43	77,80	19,33	18,77	18,03
	prognoza	72,22	67,62	68,27	14,30	14,17	13,34	81,83	79,50	78,66	19,77	19,28	18,51
	max 0.8	73,57	69,39	69,80	14,78	14,73	13,86	82,40	80,49	79,62	20,27	19,71	18,91
	błąd prognozy	1,45	3,09	1,53	1,12	0,21	0,65	0,46	0,87	0,87	0,65	0,03	0,30
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	70,85	65,44	66,57	13,80	13,57	12,84	81,41	78,44	77,84	19,38	18,86	18,13
	prognoza	72,50	67,56	68,37	14,35	14,20	13,40	82,08	79,55	78,79	19,87	19,36	18,61
	max 0.8	73,84	69,33	70,01	14,87	14,80	13,95	82,73	80,53	79,69	20,40	19,85	19,06
	błąd prognozy	1,38	3,35	1,68	1,19	0,23	0,65	0,33	1,04	0,83	0,47	0,18	0,28

Tabela Z.1.38 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_e0 i Li-Lee_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Li-Lee e0 mężczyźni DTW			Li-Lee e65 mężczyźni DTW			Li-Lee e0 kobiety DTW			Li-Lee e65 kobiety DTW		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	70,53	66,88	67,22	14,13	13,59	13,00	80,16	78,37	77,43	18,94	18,51	17,81
	prognoza	71,14	67,54	68,04	14,31	13,83	13,24	80,46	78,68	77,93	19,09	18,67	18,03
	max 0.8	71,76	68,25	68,77	14,51	14,05	13,46	80,46	78,68	77,93	19,24	18,84	18,24
	błąd prognozy	0,16	0,49	0,51	0,39	0,09	0,12	0,54	0,38	0,57	0,60	0,21	0,33
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	70,41	66,82	67,24	14,17	13,58	13,13	80,08	78,50	77,52	18,96	18,60	17,92
	prognoza	71,25	67,80	68,25	14,43	13,93	13,42	80,48	78,89	78,12	19,12	18,83	18,21
	max 0.8	72,02	68,60	69,20	14,67	14,25	13,71	80,48	78,89	78,12	19,32	19,06	18,49
	błąd prognozy	0,08	0,59	0,61	0,27	0,10	0,17	0,67	0,52	0,56	0,71	0,12	0,04
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	70,37	66,89	67,25	14,24	13,59	13,28	80,13	78,60	77,64	19,00	18,71	18,07
	prognoza	71,37	67,95	68,45	14,55	14,02	13,60	80,53	79,09	78,36	19,22	18,99	18,37
	max 0.8	72,25	69,04	69,66	14,82	14,43	13,94	80,53	79,09	78,36	19,44	19,24	18,69
	błąd prognozy	1,34	0,58	0,81	0,45	0,06	0,25	0,79	0,28	0,37	0,68	-0,01	0,02
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	70,38	67,00	67,40	14,34	13,65	13,44	80,20	78,76	77,84	19,12	18,83	18,23
	prognoza	71,51	68,29	68,73	14,66	14,10	13,78	80,61	79,32	78,62	19,34	19,13	18,56
	max 0.8	72,52	69,45	69,90	14,97	14,53	14,14	80,61	79,32	78,62	19,55	19,40	18,90
	błąd prognozy	0,79	0,84	0,34	0,41	0,17	-0,04	0,88	0,54	0,61	0,65	0,12	0,20
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	70,39	67,11	67,67	14,41	13,71	13,56	80,26	78,92	78,01	19,22	18,94	18,36
	prognoza	71,55	68,48	68,90	14,76	14,18	13,97	80,69	79,53	78,79	19,45	19,27	18,73
	max 0.8	72,67	69,83	70,14	15,12	14,64	14,36	80,69	79,53	78,79	19,66	19,57	19,12
	błąd prognozy	1,54	0,67	0,78	0,54	-0,18	0,10	1,11	0,08	0,54	0,80	-0,24	-0,05
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	70,59	67,17	67,78	14,51	13,77	13,73	80,35	79,07	78,15	19,34	19,07	18,54
	prognoza	71,73	68,67	69,07	14,88	14,24	14,13	80,85	79,73	78,96	19,57	19,41	18,91
	max 0.8	72,90	70,16	70,44	15,24	14,74	14,52	80,85	79,73	78,96	19,80	19,74	19,26
	błąd prognozy	1,47	0,80	0,71	0,52	-0,07	-0,20	1,03	0,24	0,43	0,88	-0,20	-0,11
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	70,57	67,41	67,89	14,62	13,83	13,83	80,48	79,26	78,30	19,43	19,21	18,67
	prognoza	71,91	68,85	69,28	14,99	14,32	14,25	80,98	79,89	79,12	19,70	19,55	19,02
	max 0.8	73,03	70,39	70,71	15,36	14,85	14,66	80,98	79,89	79,12	19,95	19,91	19,40
	błąd prognozy	1,76	1,86	0,52	0,43	0,06	-0,26	1,31	0,48	0,41	0,72	-0,24	-0,21
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	70,60	67,62	68,10	14,69	13,86	13,99	80,60	79,45	78,51	19,56	19,31	18,80
	prognoza	72,06	69,08	69,57	15,12	14,39	14,40	81,13	80,09	79,38	19,84	19,69	19,15
	max 0.8	73,29	70,60	70,94	15,49	14,95	14,81	81,13	80,09	79,38	20,09	20,04	19,54
	błąd prognozy	1,82	1,83	0,48	0,42	0,04	-0,35	1,28	0,50	0,24	0,50	-0,15	-0,26

Tabela Z.1.39 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Li-Lee_DTW_e0 i Li-Lee_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni			Boonen-Li e65 mężczyźni			Boonen-Li e0 kobiety			Boonen-Li e65 kobiety		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	68,80	68,46	66,58	14,49	13,97	12,86	79,10	78,43	77,76	19,47	14,41	17,91
	prognoza	68,95	68,61	66,72	14,71	14,56	13,49	80,06	78,81	77,78	19,79	19,15	18,61
	max 0.8	68,99	68,64	66,76	14,88	20,90	14,31	81,00	79,03	77,92	20,07	19,58	19,11
	błąd prognozy	2,35	-0,58	1,83	-0,01	-0,64	-0,13	0,94	0,25	0,72	-0,10	-0,27	-0,25
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	66,39	68,04	65,57	14,50	13,98	12,76	78,54	78,22	77,12	19,58	14,45	18,00
	prognoza	66,54	68,19	65,72	14,71	14,56	13,38	79,51	78,59	77,14	19,92	19,20	18,69
	max 0.8	66,57	68,22	65,76	14,88	20,97	14,17	80,45	78,82	77,28	20,20	19,66	19,24
	błąd prognozy	4,79	0,20	3,14	-0,01	-0,53	0,21	1,64	0,82	1,54	-0,09	-0,25	-0,44
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	65,62	67,47	65,53	14,50	13,96	12,76	78,19	78,22	77,12	19,67	14,51	18,07
	prognoza	65,78	67,62	65,68	14,71	14,55	13,39	79,16	78,60	77,15	20,05	19,24	18,77
	max 0.8	65,81	67,66	65,72	14,88	20,95	14,19	80,10	78,83	77,28	20,33	19,73	19,38
	błąd prognozy	6,93	0,91	3,58	0,29	-0,47	0,46	2,16	0,77	1,58	-0,15	-0,26	-0,38
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	66,75	66,96	65,96	14,50	13,96	12,81	77,97	78,22	77,13	19,78	14,58	18,16
	prognoza	66,91	67,11	66,10	14,71	14,55	13,44	78,94	78,60	77,15	20,17	19,28	18,85
	max 0.8	66,95	67,15	66,15	14,88	20,96	14,25	79,88	78,83	77,29	20,46	19,81	19,50
	błąd prognozy	5,39	2,02	2,97	0,36	-0,28	0,30	2,55	1,26	2,08	-0,18	-0,03	-0,09
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	68,20	66,66	66,22	14,50	13,96	12,84	77,83	78,22	77,13	19,89	14,66	18,25
	prognoza	68,36	66,82	66,37	14,71	14,55	13,47	78,80	78,60	77,15	20,29	19,32	18,92
	max 0.8	68,40	66,86	66,42	14,88	20,93	14,28	79,74	78,83	77,29	20,59	19,88	19,63
	błąd prognozy	4,73	2,33	3,31	0,59	-0,55	0,60	3,00	1,01	2,18	-0,04	-0,29	-0,24
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	68,67	66,64	66,19	14,50	13,95	12,84	77,75	78,23	77,13	19,98	14,75	18,32
	prognoza	68,83	66,79	66,34	14,71	14,54	13,48	78,72	78,61	77,15	20,41	19,36	19,00
	max 0.8	68,87	66,84	66,39	14,88	20,92	14,28	79,66	78,83	77,29	20,71	19,95	19,75
	błąd prognozy	4,37	2,68	3,44	0,69	-0,37	0,45	3,16	1,36	2,24	0,04	-0,15	-0,20
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	68,09	66,84	66,05	14,50	13,95	12,83	77,70	78,23	77,13	20,08	14,83	18,38
	prognoza	68,25	67,00	66,20	14,71	14,54	13,46	78,66	78,61	77,15	20,53	19,40	19,07
	max 0.8	68,29	67,04	66,25	14,88	20,90	14,27	79,61	78,83	77,29	20,85	20,02	19,87
	błąd prognozy	5,42	3,71	3,60	0,71	-0,16	0,53	3,63	1,76	2,38	-0,11	-0,09	-0,26
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	67,22	67,17	65,98	14,50	13,95	12,82	77,67	78,23	77,13	20,17	14,92	18,47
	prognoza	67,38	67,33	66,13	14,71	14,54	13,46	78,63	78,61	77,15	20,65	19,44	19,15
	max 0.8	67,43	67,38	66,18	14,89	20,87	14,27	79,57	78,83	77,29	20,97	20,09	19,99
	błąd prognozy	6,50	3,58	3,92	0,83	-0,11	0,59	3,78	1,98	2,47	-0,31	0,10	-0,26

Tabela Z.1.40 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_e0 i Boonen-Li_e65 ich bezwzględne błędy

	Kraj	Boonen-Li e0 mężczyźni DTW			Boonen-Li e65 mężczyźni DTW			Boonen-Li e0 kobiety DTW			Boonen-Li e65 kobiety DTW		
		EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA	EST	LTU	LVA
2011	rzeczywiste	71,30	68,03	68,55	14,70	13,92	13,36	81,00	79,06	78,50	19,69	18,88	18,36
	min 0.8	68,39	68,51	67,14	14,76	14,34	13,70	80,26	78,83	77,64	20,77	19,92	18,93
	prognoza	68,54	68,66	67,29	14,76	14,34	13,70	80,26	78,90	77,71	20,98	20,03	19,05
	max 0.8	68,58	68,69	67,33	14,84	14,38	13,74	80,26	78,99	77,80	21,21	20,30	19,31
	błąd prognozy	2,76	-0,63	1,26	-0,06	-0,42	-0,34	0,74	0,16	0,79	-1,29	-1,15	-0,69
2012	rzeczywiste	71,33	68,39	68,86	14,70	14,03	13,59	81,15	79,41	78,68	19,83	18,95	18,25
	min 0.8	68,41	68,53	67,16	14,75	14,35	13,70	78,87	78,86	77,70	20,91	20,07	19,08
	prognoza	68,56	68,68	67,31	14,75	14,35	13,70	78,87	78,93	77,77	21,12	20,18	19,20
	max 0.8	68,60	68,72	67,35	14,86	14,37	13,74	78,87	79,02	77,86	21,35	20,44	19,46
	błąd prognozy	2,77	-0,29	1,55	-0,05	-0,32	-0,11	2,28	0,48	0,91	-1,29	-1,23	-0,95
2013	rzeczywiste	72,71	68,53	69,26	15,00	14,08	13,85	81,32	79,37	78,73	19,90	18,98	18,39
	min 0.8	68,42	68,54	67,17	14,75	14,35	13,70	78,09	78,88	77,76	20,96	20,12	19,14
	prognoza	68,57	68,69	67,32	14,75	14,35	13,70	78,09	78,94	77,83	21,17	20,23	19,25
	max 0.8	68,61	68,73	67,36	14,92	14,36	13,74	78,09	79,03	77,92	21,40	20,50	19,51
	błąd prognozy	4,14	-0,16	1,94	0,25	-0,27	0,15	3,23	0,43	0,90	-1,27	-1,25	-0,86
2014	rzeczywiste	72,30	69,13	69,07	15,07	14,27	13,74	81,49	79,86	79,23	19,99	19,25	18,76
	min 0.8	68,42	68,55	67,18	14,75	14,35	13,70	78,11	78,89	77,81	20,98	20,14	19,16
	prognoza	68,58	68,70	67,32	14,75	14,35	13,70	78,11	78,95	77,89	21,19	20,25	19,27
	max 0.8	68,62	68,74	67,37	14,99	14,36	13,74	78,11	79,04	77,99	21,42	20,52	19,53
	błąd prognozy	3,72	0,43	1,75	0,32	-0,08	0,04	3,38	0,91	1,34	-1,20	-1,00	-0,51
2015	rzeczywiste	73,09	69,15	69,68	15,30	14,00	14,07	81,80	79,61	79,33	20,25	19,03	18,68
	min 0.8	68,43	68,55	67,18	14,75	14,35	13,70	78,52	78,89	77,86	20,99	20,15	19,17
	prognoza	68,58	68,71	67,33	14,75	14,35	13,70	78,52	78,96	77,95	21,20	20,26	19,28
	max 0.8	68,62	68,75	67,38	15,06	14,36	13,74	78,52	79,05	78,05	21,42	20,53	19,54
	błąd prognozy	4,51	0,44	2,35	0,55	-0,35	0,37	3,28	0,65	1,38	-0,95	-1,23	-0,60
2016	rzeczywiste	73,20	69,47	69,78	15,40	14,17	13,93	81,88	79,97	79,39	20,45	19,21	18,80
	min 0.8	68,43	68,55	67,19	14,75	14,35	13,70	78,90	78,90	77,92	20,99	20,15	19,17
	prognoza	68,59	68,71	67,33	14,75	14,35	13,70	78,90	78,96	78,00	21,20	20,26	19,28
	max 0.8	68,63	68,76	67,38	15,13	14,36	13,74	78,90	79,05	78,11	21,43	20,53	19,55
	błąd prognozy	4,61	0,76	2,45	0,65	-0,18	0,23	2,98	1,01	1,39	-0,75	-1,05	-0,48
2017	rzeczywiste	73,67	70,71	69,80	15,42	14,38	13,99	82,29	80,37	79,53	20,42	19,31	18,81
	min 0.8	68,43	68,55	67,19	14,75	14,35	13,70	79,06	78,90	77,98	20,99	20,15	19,17
	prognoza	68,59	68,71	67,33	14,75	14,35	13,70	79,06	78,96	78,06	21,20	20,26	19,28
	max 0.8	68,63	68,76	67,39	15,20	14,36	13,74	79,06	79,05	78,17	21,43	20,53	19,55
	błąd prognozy	5,08	2,00	2,47	0,67	0,03	0,29	3,23	1,41	1,47	-0,78	-0,95	-0,47
2018	rzeczywiste	73,88	70,91	70,05	15,54	14,43	14,05	82,41	80,59	79,62	20,34	19,54	18,89
	min 0.8	68,43	68,55	67,19	14,75	14,35	13,70	79,02	78,90	78,02	20,99	20,15	19,17
	prognoza	68,59	68,71	67,33	14,75	14,35	13,70	79,02	78,97	78,12	21,20	20,27	19,28
	max 0.8	68,63	68,76	67,39	15,27	14,37	13,74	79,02	79,06	78,22	21,43	20,53	19,55
	błąd prognozy	5,29	2,20	2,72	0,79	0,08	0,35	3,39	1,62	1,50	-0,86	-0,73	-0,39

Tabela Z.1.41 Prognozy oczekiwanej długości dalszego trwania życia dla mężczyzn i kobiet z krajów modelu bałtyckiego otrzymane z wykorzystaniem modeli Boonen-Li_DTW_e0 i Boonen-Li_DTW_e65 ich bezwzględne błędy

ZAŁĄCZNIK NR 2 – Szacunki kosztów ryzyka długowieczności

2011	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0067	0,0149	0,0006	0,0006	-	-	0,0016	0,0036	-	-	0,0050	0,0088	0,0112	0,0149
NOR	0,0095	0,0183	-	-	0,0051	0,0081	0,0011	0,0011	-	-	0,0007	0,0007	0,0065	0,0101
FIN	0,0051	0,0188	0,0037	0,0059	-	-	0,0041	0,0080	0,0136	0,0194	0,0025	0,0085	0,0543	0,0597
DNK	0,0127	0,0260	0,0065	0,0079	-	-	0,0018	0,0075	-	-	0,0082	0,0137	0,0040	0,0083
Model Liberalny														
AUS	0,0016	0,0030	-	-	-	-	0,0012	0,0030	0,0060	0,0072	0,0009	0,0027	0,0247	0,0273
NZL	0,0017	0,0071	-	-	-	-	0,0016	0,0016	-	-	0,0008	0,0008	0,0365	0,0384
USA	0,0017	0,0017	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
CAN	0,0006	0,0065	-	-	-	-	0,0072	0,0081	-	-	0,0001	0,0001	0,0073	0,0086
Model Konserwatywny														
AUT	0,0062	0,0170	0,0008	0,0008	-	-	0,0022	0,0061	0,0013	0,0013	0,0033	0,0033	0,0176	0,0228
FRA	0,0041	0,0098	-	-	-	-	0,0029	0,0089	-	-	0,0023	0,0075	0,0120	0,0181
CHE	0,0001	0,0001	0,0016	0,0029	-	-	0,0063	0,0076	0,0021	0,0021	0,0045	0,0083	0,0096	0,0122
DEU	0,0023	0,0179	0,0005	0,0010	-	-	0,0017	0,0051	0,0014	0,0068	0,0009	0,0037	0,0076	0,0131
Model Południowy														
ITA	0,0063	0,0211	-	-	-	-	0,0031	0,0115	-	-	0,0037	0,0130	0,0422	0,0539
ESP	0,0052	0,0052	0,0028	0,0046	-	-	-	-	-	-	0,0008	0,0051	0,0009	0,0259
PRT	0,0087	0,0211	0,0073	0,0095	-	-	0,0037	0,0080	0,0090	0,0090	0,0067	0,0129	0,0950	0,1298
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0081	0,0212	0,0025	0,0033	0,0042	0,0050	0,0014	0,0037	-	-	0,0059	0,0098	0,0142	0,0185
BEL	0,0012	0,0167	0,0008	0,0025	-	-	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	-	-	0,0252	0,0304
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0030	0,0131	0,0013	0,0018	-	-	0,0024	0,0062	-	-	0,0044	0,0075	0,0115	0,0168
IRL	0,0026	0,0151	-	-	0,0006	0,0020	0,0013	0,0041	-	-	0,0037	0,0085	0,0116	0,0160
Model Wyszehradzki														
POL	0,0303	0,0430	0,0014	0,0029	-	-	0,0018	0,0066	-	-	0,0017	0,0056	-	-
CZE	0,0055	0,0245	0,0015	0,0031	-	-	0,0023	0,0061	0,0069	0,0080	0,0015	0,0048	-	-
HUN	0,0642	0,0823	0,0126	0,0149	0,0111	0,0121	0,0066	0,0159	-	-	0,0012	0,0082	-	-
SVK	0,0348	0,0450	0,0042	0,0066	-	-	0,0059	0,0101	-	-	0,0057	0,0095	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0287	0,0714	0,0091	0,0146	0,0311	0,0330	0,0014	0,0209	0,0386	0,0415	0,0028	0,0138	0,0463	0,0497
LTU	0,0357	0,0605	0,0198	0,0238	0,0213	0,0232	0,0055	0,0160	-	-	0,0082	0,0180	-	-
LVA	0,0399	0,0617	0,0489	0,0502	0,0273	0,0293	0,0040	0,0255	0,0313	0,0346	0,0093	0,0230	0,0210	0,0243

Tabela Z 2.1 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2011 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2012	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0060	0,0168	-	-	-	-	0,0011	0,0042	-	-	0,0039	0,0094	0,0103	0,0146
NOR	0,0010	0,0255	0,0009	0,0018	0,0051	0,0081	0,0006	0,0066	-	-	0,0021	0,0055	0,0105	0,0126
FIN	0,0082	0,0279	0,0043	0,0070	-	-	0,0029	0,0158	0,0185	0,0243	0,0046	0,0135	0,0578	0,0658
DNK	0,0059	0,0296	0,0088	0,0108	-	-	0,0043	0,0128	-	-	0,0122	0,0179	0,0082	0,0134
Model Liberalny														
AUS	0,0030	0,0063	-	-	-	-	0,0012	0,0056	0,0079	0,0099	0,0007	0,0051	0,0277	0,0292
NZL	0,0021	0,0089	-	-	-	-	0,0008	0,0033	-	-	0,0015	0,0015	0,0366	0,0384
USA	0,0017	0,0017	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0003	0,0003	-	-
CAN	0,0012	0,0070	-	-	-	-	0,0075	0,0091	0,0005	0,0008	0,0011	0,0011	0,0074	0,0091
Model Konserwatywny														
AUT	0,0065	0,0195	0,0003	0,0003	-	-	0,0033	0,0086	0,0012	0,0012	0,0007	0,0057	0,0181	0,0239
FRA	0,0020	0,0095	-	-	-	-	0,0037	0,0073	-	-	0,0030	0,0065	0,0093	0,0153
CHE	0,0014	0,0014	0,0020	0,0033	-	-	0,0068	0,0088	0,0000	0,0029	0,0043	0,0093	0,0098	0,0125
DEU	0,0016	0,0192	0,0000	0,0006	-	-	0,0019	0,0068	0,0003	0,0060	0,0014	0,0054	0,0076	0,0133
Model Południowy														
ITA	0,0044	0,0207	-	-	-	-	0,0003	0,0123	-	-	0,0007	0,0136	0,0426	0,0568
ESP	0,0059	0,0059	0,0007	0,0017	-	-	-	-	-	-	0,0016	0,0047	0,0018	0,0281
PRT	0,0071	0,0197	0,0007	0,0007	-	-	0,0015	0,0082	0,0005	0,0005	0,0030	0,0124	0,0990	0,1309
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0051	0,0210	0,0001	0,0001	0,0042	0,0050	0,0028	0,0028	-	-	0,0032	0,0088	0,0131	0,0174
BEL	0,0045	0,0152	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0216	0,0274
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0032	0,0139	0,0001	0,0004	-	-	0,0019	0,0075	-	-	0,0038	0,0084	0,0118	0,0172
IRL	0,0001	0,0182	-	-	0,0006	0,0020	0,0015	0,0053	-	-	0,0028	0,0089	0,0114	0,0162
Model Wyszehradzki														
POL	0,0274	0,0461	0,0004	0,0020	-	-	0,0060	0,0060	-	-	0,0046	0,0046	-	-
CZE	0,0062	0,0275	0,0020	0,0038	-	-	0,0032	0,0081	0,0078	0,0088	0,0025	0,0075	0,0006	0,0016
HUN	0,0720	0,0962	0,0209	0,0232	0,0111	0,0121	0,0098	0,0240	0,0023	0,0027	0,0047	0,0145	-	-
SVK	0,0359	0,0517	0,0054	0,0079	-	-	0,0048	0,0104	-	-	0,0049	0,0103	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0197	0,0663	0,0085	0,0137	0,0311	0,0330	0,0075	0,0221	0,0658	0,0683	0,0014	0,0158	0,0423	0,0455
LTU	0,0409	0,0536	0,0252	0,0290	0,0213	0,0232	0,0110	0,0259	0,0026	0,0056	0,0093	0,0239	-	-
LVA	0,0417	0,0622	0,0487	0,0525	0,0273	0,0293	0,0026	0,0303	0,0474	0,0505	0,0101	0,0260	0,0242	0,0272

Tabela Z 2.2 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2012 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2013	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0079	0,0196	-	-	-	-	0,0033	0,0070	-	-	0,0055	0,0122	0,0119	0,0167
NOR	0,0022	0,0245	0,0005	0,0013	0,0104	0,0129	0,0021	0,0083	-	-	0,0029	0,0065	0,0099	0,0137
FIN	0,0113	0,0376	0,0047	0,0076	0,0051	0,0088	0,0064	0,0195	0,0206	0,0285	0,0068	0,0174	0,0633	0,0721
DNK	0,0040	0,0316	0,0070	0,0091	-	-	0,0036	0,0130	-	-	0,0115	0,0195	0,0080	0,0134
Model Liberalny														
AUS	0,0032	0,0072	-	-	-	-	0,0015	0,0066	0,0085	0,0102	0,0008	0,0062	0,0269	0,0284
NZL	0,0047	0,0112	-	-	0,0003	0,0010	0,0011	0,0071	0,0001	0,0001	0,0002	0,0043	0,0368	0,0383
USA	0,0012	0,0012	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0002	0,0072	-	-	-	-	0,0069	0,0091	0,0009	0,0012	0,0011	0,0011	0,0072	0,0086
Model Konserwatywny														
AUT	0,0068	0,0219	-	-	-	-	0,0043	0,0109	0,0020	0,0020	0,0019	0,0079	0,0181	0,0244
FRA	0,0042	0,0127	-	-	-	-	0,0010	0,0104	-	-	0,0012	0,0101	0,0115	0,0180
CHE	0,0013	0,0013	0,0009	0,0025	-	-	0,0058	0,0081	0,0019	0,0019	0,0029	0,0090	0,0087	0,0108
DEU	0,0083	0,0178	-	-	-	-	0,0057	0,0057	0,0027	0,0027	0,0041	0,0041	0,0051	0,0114
Model Południowy														
ITA	0,0098	0,0269	-	-	-	-	0,0049	0,0198	-	-	0,0058	0,0200	0,0472	0,0659
ESP	0,0049	0,0149	0,0054	0,0075	0,0088	0,0098	0,0016	0,0058	-	-	0,0052	0,0130	0,0110	0,0343
PRT	0,0092	0,0236	-	-	-	-	0,0037	0,0117	-	-	0,0037	0,0150	0,1026	0,1354
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0069	0,0230	0,0003	0,0008	0,0055	0,0069	0,0016	0,0055	-	-	0,0046	0,0112	0,0152	0,0200
BEL	0,0074	0,0190	-	-	-	-	0,0022	0,0022	-	-	-	-	0,0261	0,0326
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0007	0,0127	-	-	-	-	0,0030	0,0064	-	-	0,0018	0,0073	0,0101	0,0146
IRL	0,0009	0,0193	-	-	0,0026	0,0051	0,0031	0,0076	-	-	0,0035	0,0109	0,0130	0,0174
Model Wyszehradzki														
POL	0,031	0,054	0,0046	0,0062	-	-	0,0027	0,0088	-	-	0,0020	0,0088	-	-
CZE	0,003	0,034	0,0012	0,0032	-	-	0,0032	0,0091	0,0074	0,0085	0,0018	0,0081	0,0022	0,0033
HUN	0,079	0,102	0,0319	0,0343	0,0319	0,0328	0,0172	0,0354	0,0103	0,0107	0,0121	0,0237	0,0053	0,0057
SVK	0,041	0,055	0,0096	0,0122	0,0001	0,0016	0,0074	0,0145	-	-	0,0076	0,0142	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0358	0,0817	0,0292	0,0322	0,0417	0,0434	0,0115	0,0406	0,0841	0,0880	0,0080	0,0346	0,0513	0,0544
LTU	0,0346	0,0536	0,0262	0,0286	0,0261	0,0278	0,0124	0,0296	0,0129	0,0151	0,0086	0,0237	-	-
LVA	0,0470	0,0656	0,0545	0,0583	0,0351	0,0369	0,0046	0,0391	0,0540	0,0571	0,0135	0,0306	0,0304	0,0319

Tabela Z 2.3 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2014	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0098	0,0260	-	-	-	-	0,0014	0,0104	-	-	0,0074	0,0154	0,0134	0,0169
NOR	0,0033	0,0324	0,0010	0,0031	0,0153	0,0180	0,0063	0,0142	-	-	0,0019	0,0113	0,0138	0,0186
FIN	0,0143	0,0394	0,0050	0,0082	0,0106	0,0154	0,0106	0,0268	0,0253	0,0341	0,0093	0,0198	0,0687	0,0787
DNK	0,0055	0,0346	0,0068	0,0089	-	-	0,0051	0,0147	-	-	0,0131	0,0214	0,0097	0,0151
Model Liberalny														
AUS	0,0023	0,0071	-	-	-	-	0,0008	0,0070	0,0089	0,0104	0,0001	0,0064	0,0282	0,0297
NZL	0,0021	0,0086	-	-	-	-	0,0023	0,0059	-	-	0,0018	0,0018	0,0356	0,0380
USA	0,0011	0,0011	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0030	0,0067	-	-	-	-	0,0058	0,0081	0,0007	0,0010	0,0004	0,0004	0,0067	0,0072
Model Konserwatywny														
AUT	0,0119	0,0264	0,0016	0,0044	-	-	0,0035	0,0174	0,0009	0,0054	0,0016	0,0145	0,0210	0,0287
FRA	0,0000	0,0193	-	-	0,0002	0,0017	0,0064	0,0168	0,0026	0,0026	0,0069	0,0163	0,0170	0,0224
CHE	0,0046	0,0046	0,0040	0,0056	-	-	0,0089	0,0108	0,0009	0,0046	0,0053	0,0114	0,0107	0,0144
DEU	0,0025	0,0222	0,0001	0,0012	-	-	0,0049	0,0116	0,0004	0,0068	0,0041	0,0099	0,0097	0,0160
Model Południowy														
ITA	0,0126	0,0315	-	-	-	-	0,0087	0,0246	-	-	0,0086	0,0246	0,0516	0,0679
ESP	0,0053	0,0164	0,0044	0,0068	0,0132	0,0144	0,0021	0,0065	-	-	0,0053	0,0148	0,0142	0,0390
PRT	0,0150	0,0300	-	-	-	-	0,0004	0,0178	-	-	0,0086	0,0212	0,1127	0,1461
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0108	0,0249	0,0027	0,0037	0,0103	0,0117	0,0015	0,0104	-	-	0,0082	0,0147	0,0194	0,0224
BEL	0,0015	0,0278	-	-	-	-	0,0051	0,0114	0,0003	0,0030	0,0007	0,0068	0,0326	0,0393
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0023	0,0127	-	-	-	-	0,0003	0,0075	-	-	0,0021	0,0082	0,0106	0,0150
IRL	0,0017	0,0197	-	-	0,0047	0,0066	0,0003	0,0091	-	-	0,0043	0,0114	0,0128	0,0165
Model Wyszehradzki														
POL	0,0418	0,0645	0,0157	0,0172	0,0000	0,0000	0,0055	0,0218	-	-	0,0048	0,0204	0,0001	0,0003
CZE	0,0098	0,0363	0,0068	0,0086	-	-	0,0039	0,0148	0,0124	0,0133	0,0024	0,0138	0,0103	0,0112
HUN	0,0780	0,0989	0,0302	0,0325	0,0318	0,0325	0,0123	0,0306	0,0072	0,0075	0,0090	0,0222	0,0062	0,0065
SVK	0,0476	0,0619	0,0124	0,0150	0,0038	0,0055	0,0093	0,0175	-	-	0,0094	0,0167	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0294	0,0709	0,0187	0,0244	0,0355	0,0371	0,0166	0,0290	0,0629	0,0659	0,0138	0,0296	0,0450	0,0480
LTU	0,0453	0,0605	0,0340	0,0376	0,0335	0,0352	0,0006	0,0408	0,0281	0,0303	0,0122	0,0297	0,0057	0,0085
LVA	0,0398	0,0612	0,0494	0,0530	0,0311	0,0327	0,0157	0,0354	0,0439	0,0457	0,0052	0,0251	0,0255	0,0285

Tabela Z 2.4 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2014 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2015	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0069	0,0241	-	-	-	-	0,0034	0,0080	-	-	0,0050	0,0127	0,0099	0,0153
NOR	0,0061	0,0374	0,0016	0,0043	0,0194	0,0211	0,0090	0,0171	-	-	0,0042	0,0141	0,0163	0,0215
FIN	0,0186	0,0521	0,0055	0,0096	0,0173	0,0204	0,0159	0,0335	0,0316	0,0387	0,0131	0,0257	0,0736	0,0789
DNK	0,0040	0,0399	0,0055	0,0078	-	-	0,0056	0,0155	-	-	0,0133	0,0225	0,0102	0,0155
Model Liberalny														
AUS	0,0011	0,0062	-	-	-	-	0,0034	0,0066	0,0085	0,0098	0,0027	0,0060	0,0275	0,0288
NZL	0,0035	0,0107	-	-	0,0003	0,0003	0,0005	0,0080	-	-	0,0007	0,0033	0,0343	0,0380
USA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0028	0,0070	-	-	-	-	0,0055	0,0082	0,0004	0,0015	0,0004	0,0004	0,0065	0,0073
Model Konserwatywny														
AUT	0,0026	0,0184	-	-	-	-	0,0013	0,0093	-	-	0,0067	0,0067	0,0132	0,0196
FRA	0,0025	0,0125	-	-	-	-	0,0039	0,0103	-	-	0,0040	0,0097	0,0092	0,0165
CHE	0,0011	0,0011	0,0006	0,0014	-	-	0,0046	0,0077	0,0002	0,0002	0,0008	0,0085	0,0070	0,0106
DEU	0,0048	0,0154	-	-	-	-	0,0038	0,0038	-	-	0,0021	0,0021	0,0012	0,0075
Model Południowy														
ITA	0,0016	0,0207	-	-	-	-	0,0065	0,0168	-	-	0,0072	0,0162	0,0452	0,0636
ESP	0,0105	0,0105	-	-	0,0116	0,0130	0,0011	0,0011	-	-	0,0036	0,0094	0,0103	0,0340
PRT	0,0128	0,0313	-	-	-	-	0,0073	0,0166	-	-	0,0055	0,0190	0,1072	0,1406
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0056	0,0243	-	-	0,0077	0,0111	0,0028	0,0074	-	-	0,0044	0,0122	0,0166	0,0218
BEL	0,0142	0,0293	-	-	-	-	0,0031	0,0107	-	-	0,0052	0,0052	0,0341	0,0421
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0040	0,0111	-	-	-	-	0,0040	0,0040	-	-	0,0010	0,0043	0,0068	0,0110
IRL	0,0031	0,0156	-	-	0,0049	0,0065	0,0003	0,0079	-	-	0,0040	0,0102	0,0106	0,0132
Model Wyszehradzki														
POL	0,0301	0,0592	0,0073	0,0089	-	-	0,0043	0,0138	-	-	0,0043	0,0122	-	-
CZE	0,0041	0,0399	0,0016	0,0037	-	-	0,0053	0,0112	0,0080	0,0089	0,0033	0,0101	0,0085	0,0094
HUN	0,0710	0,0961	0,0259	0,0280	0,0293	0,0298	0,0053	0,0238	0,0013	0,0016	0,0030	0,0161	0,0041	0,0044
SVK	0,0427	0,0571	0,0060	0,0087	0,0002	0,0006	0,0019	0,0109	-	-	0,0019	0,0105	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0368	0,0817	0,0325	0,0351	0,0445	0,0460	0,0050	0,0424	0,0576	0,0604	0,0075	0,0417	0,0541	0,0570
LTU	0,0478	0,0682	0,0348	0,0387	0,0340	0,0358	0,0227	0,0435	0,0324	0,0353	0,0102	0,0285	0,0060	0,0090
LVA	0,0445	0,0689	0,0578	0,0596	0,0401	0,0417	0,0044	0,0454	0,0477	0,0505	0,0116	0,0297	0,0341	0,0370

Tabela Z 2.5 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2015 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2016	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0091	0,0279	-	-	-	-	0,0009	0,0103	-	-	0,0068	0,0151	0,0114	0,0159
NOR	0,0090	0,0396	0,0014	0,0044	0,0225	0,0242	0,0116	0,0208	-	-	0,0056	0,0166	0,0185	0,0243
FIN	0,0125	0,0436	0,0012	0,0012	0,0126	0,0176	0,0107	0,0296	0,0256	0,0361	0,0071	0,0195	0,0583	0,0756
DNK	0,0073	0,0362	0,0035	0,0060	-	-	0,0059	0,0155	-	-	0,0133	0,0221	0,0101	0,0150
Model Liberalny														
AUS	0,0011	0,0069	-	-	-	-	0,0000	0,0068	0,0085	0,0097	0,0029	0,0065	0,0264	0,0275
NZL	0,0047	0,0123	-	-	0,0008	0,0018	0,0022	0,0096	-	-	0,0018	0,0045	0,0348	0,0372
USA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0025	0,0070	-	-	-	-	0,0049	0,0080	0,0007	0,0017	0,0003	0,0003	0,0062	0,0072
Model Konserwatywny														
AUT	0,0083	0,0223	-	-	-	-	0,0008	0,0160	0,0021	0,0021	0,0063	0,0131	0,0166	0,0241
FRA	0,0051	0,0158	-	-	-	-	0,0002	0,0136	-	-	0,0013	0,0126	0,0115	0,0192
CHE	0,0098	0,0098	0,0077	0,0095	-	-	0,0117	0,0151	0,0033	0,0076	0,0083	0,0162	0,0140	0,0179
DEU	0,0065	0,0163	-	-	-	-	0,0061	0,0061	-	-	0,0044	0,0044	0,0026	0,0092
Model Południowy														
ITA	0,0097	0,0269	-	-	-	-	0,0068	0,0229	-	-	0,0056	0,0228	0,0490	0,0672
ESP	0,0025	0,0147	0,0013	0,0013	0,0185	0,0200	0,0051	0,0051	-	-	0,0022	0,0129	0,0158	0,0386
PRT	0,0093	0,0274	-	-	-	-	0,0037	0,0136	-	-	0,0015	0,0153	0,0995	0,1333
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0086	0,0210	-	-	0,0088	0,0135	0,0031	0,0085	-	-	0,0043	0,0126	0,0168	0,0208
BEL	0,0145	0,0295	-	-	-	-	0,0045	0,0123	-	-	0,0061	0,0061	0,0347	0,0427
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0036	0,0108	-	-	-	-	0,0038	0,0038	-	-	0,0007	0,0039	0,0061	0,0106
IRL	0,0009	0,0183	-	-	0,0059	0,0072	0,0047	0,0086	-	-	0,0038	0,0105	0,0104	0,0130
Model Wyszehradzki														
POL	0,0354	0,0654	0,0104	0,0119	-	-	0,0075	0,0166	-	-	0,0073	0,0150	0,0015	0,0017
CZE	0,0092	0,0366	0,0045	0,0064	-	-	0,0018	0,0147	0,0105	0,0113	0,0003	0,0132	0,0136	0,0144
HUN	0,0752	0,1004	0,0304	0,0329	0,0364	0,0369	0,0057	0,0265	0,0035	0,0038	0,0052	0,0201	0,0106	0,0109
SVK	0,0463	0,0623	0,0128	0,0153	0,0086	0,0093	0,0084	0,0172	-	-	0,0084	0,0162	0,0029	0,0032
Model Bałtycki														
EST	0,0345	0,0824	0,0297	0,0349	0,0444	0,0457	0,0007	0,0403	0,0515	0,0540	0,0047	0,0391	0,0541	0,0565
LTU	0,0489	0,0618	0,0374	0,0394	0,0366	0,0382	0,0035	0,0480	0,0354	0,0382	0,0113	0,0306	0,0099	0,0127
LVA	0,0487	0,0648	0,0562	0,0599	0,0422	0,0438	0,0016	0,0469	0,0494	0,0525	0,0110	0,0305	0,0358	0,0389

Tabela Z 2.6 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2016 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2017	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0093	0,0258	-	-	-	-	0,0011	0,0112	-	-	0,0073	0,0147	0,0111	0,0159
NOR	0,0101	0,0409	0,0020	0,0053	0,0242	0,0257	0,0141	0,0223	-	-	0,0076	0,0176	0,0193	0,0255
FIN	0,0135	0,0438	0,0004	0,0004	0,0158	0,0190	0,0133	0,0326	0,0263	0,0367	0,0078	0,0208	0,0592	0,0742
DNK	0,0067	0,0403	0,0014	0,0040	-	-	0,0059	0,0166	-	-	0,0134	0,0236	0,0099	0,0162
Model Liberalny														
AUS	0,0053	0,0053	-	-	-	-	0,0022	0,0054	0,0076	0,0080	0,0013	0,0055	0,0239	0,0248
NZL	0,0008	0,0087	-	-	-	-	0,0025	0,0062	-	-	0,0008	0,0008	0,0290	0,0313
USA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0042	0,0042	-	-	-	-	0,0023	0,0059	-	-	-	-	0,0035	0,0043
Model Konserwatywny														
AUT	0,0073	0,0261	-	-	-	-	0,0002	0,0154	0,0008	0,0008	0,0058	0,0129	0,0165	0,0248
FRA	0,0042	0,0156	-	-	-	-	0,0057	0,0131	-	-	0,0006	0,0122	0,0101	0,0178
CHE	0,0065	0,0065	0,0043	0,0062	-	-	0,0091	0,0115	0,0036	0,0036	0,0043	0,0129	0,0106	0,0145
DEU	0,0071	0,0193	-	-	-	-	0,0067	0,0067	-	-	0,0058	0,0058	0,0026	0,0099
Model Południowy														
ITA	0,0217	0,0217	-	-	-	-	0,0048	0,0142	-	-	0,0044	0,0143	0,0419	0,0631
ESP	0,0010	0,0140	-	-	0,0220	0,0235	0,0041	0,0041	-	-	0,0005	0,0121	0,0164	0,0373
PRT	0,0119	0,0283	-	-	-	-	0,0068	0,0165	-	-	0,0035	0,0177	0,0888	0,1183
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0083	0,0229	-	-	0,0099	0,0170	0,0036	0,0087	-	-	0,0046	0,0139	0,0180	0,0223
BEL	0,0001	0,0304	-	-	-	-	0,0062	0,0149	-	-	0,0004	0,0081	0,0379	0,0466
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0028	0,0088	-	-	-	-	0,0035	0,0035	-	-	0,0035	0,0035	0,0053	0,0096
IRL	0,0031	0,0194	-	-	0,0085	0,0104	0,0024	0,0118	-	-	0,0057	0,0130	0,0124	0,0143
Model Wyszehradzki														
POL	0,0319	0,0660	0,0067	0,0083	-	-	0,0039	0,0126	-	-	0,0035	0,0118	0,0013	0,0015
CZE	0,0061	0,0364	0,0013	0,0020	-	-	0,0045	0,0123	0,0064	0,0072	0,0027	0,0090	0,0121	0,0129
HUN	0,0745	0,0989	0,0252	0,0276	0,0335	0,0339	0,0024	0,0219	-	-	0,0004	0,0152	0,0093	0,0096
SVK	0,0505	0,0640	0,0094	0,0123	0,0069	0,0074	0,0038	0,0143	-	-	0,0050	0,0142	0,0026	0,0029
Model Bałtycki														
EST	0,0428	0,0860	0,0360	0,0408	0,0506	0,0518	0,0014	0,0467	0,0644	0,0667	0,0096	0,0473	0,0592	0,0616
LTU	0,0613	0,0740	0,0505	0,0542	0,0504	0,0522	0,0178	0,0631	0,0480	0,0509	0,0052	0,0428	0,0254	0,0276
LVA	0,0463	0,0615	0,0574	0,0583	0,0422	0,0439	0,0234	0,0462	0,0511	0,0542	0,0082	0,0294	0,0358	0,0389

Tabela Z 2.7 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2017 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2018	Lee-Carter_e0		Renshaw-Haberman_e0		Niu-Melenberg_e0		Li-Lee_e0		Boonen-LI_e0		Li-Lee_e0 DTW		Boonen-Li_e0 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0081	0,0287	-	-	-	-	0,0006	0,0113	-	-	0,0060	0,0148	0,0101	0,0147
NOR	0,0099	0,0403	0,0007	0,0024	0,0238	0,0255	0,0135	0,0228	-	-	0,0065	0,0179	0,0189	0,0251
FIN	0,0133	0,0487	-	-	0,0153	0,0182	0,0126	0,0335	0,0277	0,0360	0,0080	0,0222	0,0577	0,0701
DNK	0,0041	0,0380	-	-	-	-	0,0023	0,0143	-	-	0,0105	0,0208	0,0065	0,0137
Model Liberalny														
AUS	0,0020	0,0080	-	-	-	-	0,0019	0,0090	0,0105	0,0113	0,0007	0,0085	0,0267	0,0275
NZL	0,0015	0,0104	-	-	-	-	0,0035	0,0074	-	-	0,0016	0,0016	0,0298	0,0321
USA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CAN	0,0037	0,0037	-	-	-	-	0,0015	0,0054	-	-	-	-	0,0027	0,0035
Model Konserwatywny														
AUT	0,0053	0,0267	-	-	-	-	0,0058	0,0155	-	-	0,0041	0,0130	0,0156	0,0254
FRA	0,0033	0,0150	-	-	-	-	0,0046	0,0120	-	-	0,0055	0,0121	0,0087	0,0166
CHE	0,0086	0,0086	0,0057	0,0076	-	-	0,0097	0,0129	0,0001	0,0044	0,0057	0,0141	0,0111	0,0155
DEU	0,0043	0,0163	-	-	-	-	0,0040	0,0040	-	-	0,0032	0,0032	0,0005	0,0072
Model Południowy														
ITA	0,0064	0,0278	-	-	-	-	0,0043	0,0228	-	-	0,0022	0,0228	0,0494	0,0702
ESP	0,0130	0,0130	-	-	0,0253	0,0269	0,0033	0,0033	-	-	0,0050	0,0111	0,0167	0,0374
PRT	0,0064	0,0239	-	-	-	-	0,0015	0,0119	-	-	0,0049	0,0122	0,0895	0,1224
Państwa Beneluksu														
NLD	0,0067	0,0233	-	-	0,0099	0,0189	0,0034	0,0088	-	-	0,0043	0,0138	0,0178	0,0221
BEL	0,0001	0,0315	-	-	-	-	0,0078	0,0164	-	-	0,0014	0,0095	0,0385	0,0476
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0008	0,0076	-	-	-	-	0,0014	0,0014	-	-	0,0016	0,0016	0,0032	0,0072
IRL	0,0026	0,0176	-	-	0,0076	0,0094	0,0006	0,0107	-	-	0,0039	0,0117	0,0104	0,0119
Model Wyszehradzki														
POL	0,0281	0,0656	0,0010	0,0027	-	-	0,0079	0,0079	-	-	0,0060	0,0060	-	-
CZE	0,0033	0,0320	-	-	-	-	0,0025	0,0093	0,0040	0,0048	0,0006	0,0069	0,0122	0,0130
HUN	0,0744	0,0998	0,0248	0,0271	0,0348	0,0351	0,0115	0,0197	-	-	0,0062	0,0136	0,0111	0,0113
SVK	0,0443	0,0640	0,0066	0,0095	0,0057	0,0062	0,0021	0,0126	-	-	0,0024	0,0115	0,0033	0,0035
Model Bałtycki														
EST	0,0496	0,0945	0,0396	0,0446	0,0559	0,0572	0,0006	0,0477	0,0789	0,0815	0,0089	0,0514	0,0634	0,0659
LTU	0,0599	0,0707	0,0544	0,0581	0,0539	0,0555	0,0219	0,0696	0,0472	0,0502	0,0050	0,0437	0,0281	0,0310
LVA	0,0486	0,0667	0,0587	0,0627	0,0446	0,0464	0,0008	0,0512	0,0568	0,0584	0,0078	0,0310	0,0407	0,0440

Tabela Z 2.8 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekunczego w 2018 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e0

2011	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0012	0,0050	-	-	-	-	0,0007	0,0068	0,0096	0,0096	0,0020	0,0064	0,0114	0,0183
NOR	0,0028	0,0073	-	-	-	-	0,0000	0,0047	-	-	0,0015	0,0041	-	-
FIN	0,0031	0,0108	0,0007	0,0018	-	-	0,0026	0,0121	0,0019	0,0316	0,0048	0,0102	0,0200	0,0336
DNK	0,0009	0,0097	0,0030	0,0048	-	-	0,0026	0,0077	-	-	0,0026	0,0075	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0012	0,0012	-	-	-	-	0,0018	0,0042	0,0089	0,0089	0,0015	0,0038	0,0171	0,0279
NZL	0,0013	0,0013	-	-	-	-	0,0014	0,0035	-	-	0,0015	0,0015	0,0073	0,0195
USA	0,0002	0,0023	-	-	-	-	0,0003	0,0003	0,0043	0,0043	0,0011	0,0011	0,0050	0,0100
CAN	0,0008	0,0021	-	-	-	-	0,0013	0,0027	0,0060	0,0060	0,0008	0,0016	0,0052	0,0106
Model Konserwatywny														
AUT	0,0024	0,0115	0,0019	0,0044	-	-	0,0015	0,0110	0,0033	0,0033	0,0028	0,0074	0,0287	0,0464
FRA	0,0039	0,0102	0,0011	0,0023	-	-	0,0024	0,0116	-	-	0,0001	0,0090	0,0244	0,0392
CHE	0,0011	0,0035	0,0002	0,0016	-	-	0,0176	0,0221	0,0007	0,0007	0,0010	0,0053	0,0021	0,0133
DEU	0,0036	0,0086	0,0006	0,0019	-	-	-	-	0,0052	0,0052	0,0025	0,0058	0,0184	0,0316
Model Południowy														
ITA	0,0081	0,0081	-	-	-	-	0,0020	0,0064	0,0269	0,0269	0,0028	0,0070	0,0114	0,0413
ESP	0,0065	0,0065	-	-	-	-	0,0012	0,0053	0,0174	0,0174	0,0017	0,0057	0,0225	0,0225
PRT	0,0076	0,0174	0,0059	0,0078	-	-	0,0037	0,0148	0,0264	0,0264	0,0075	0,0153	0,0043	0,0373
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0019	0,0083	0,0008	0,0016	-	-	0,0011	0,0055	0,0003	0,0096	0,0026	0,0068	0,0198	0,0380
BEL	0,0057	0,0122	0,0003	0,0023	-	-	0,0039	0,0079	-	-	0,0035	0,0074	0,0111	0,0244
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0030	0,0064	0,0002	0,0010	-	-	0,0003	0,0051	0,0159	0,0159	0,0022	0,0070	0,0147	0,0233
IRL	0,0024	0,0063	0,0003	0,0003	-	-	0,0004	0,0061	0,0057	0,0057	0,0023	0,0075	0,0511	0,0645
Model Wyszehradzki														
POL	0,0035	0,0039	0,0016	0,0028	-	-	0,0033	0,0073	-	-	0,0039	0,0079	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0013	0,0044	-	-	0,0012	0,0039	0,0037	0,0037
HUN	0,0048	0,0056	0,0020	0,0040	-	-	0,0029	0,0064	-	-	0,0020	0,0054	-	-
SVK	0,0086	0,0086	0,0046	0,0065	-	-	0,0033	0,0079	-	-	0,0036	0,0083	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0093	0,0096	0,0061	0,0096	-	-	0,0086	0,0154	0,0038	0,0038	0,0036	0,0105	-	-
LTU	0,0009	0,0017	0,0034	0,0064	-	-	0,0020	0,0069	-	-	0,0017	0,0065	-	-
LVA	0,0052	0,0059	0,0018	0,0062	-	-	0,0021	0,0114	0,0116	0,0116	0,0028	0,0082	-	-

Tabela Z 2.9 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2011 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2012	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0007	0,0055	-	-	-	-	0,0037	0,0077	0,0094	0,0094	0,0010	0,0069	0,0105	0,0174
NOR	0,0049	0,0111	0,0002	0,0011	-	-	0,0016	0,0076	0,0011	0,0011	0,0032	0,0064	-	-
FIN	0,0020	0,0133	-	-	-	-	0,0007	0,0161	0,0337	0,0337	0,0040	0,0106	0,0238	0,0398
DNK	0,0003	0,0128	0,0031	0,0050	-	-	0,0027	0,0092	-	-	0,0030	0,0088	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0000	0,0037	-	-	-	-	0,0013	0,0064	0,0092	0,0092	0,0009	0,0056	0,0175	0,0299
NZL	0,0028	0,0028	-	-	-	-	0,0001	0,0060	-	-	0,0020	0,0020	0,0062	0,0222
USA	0,0007	0,0036	-	-	-	-	0,0011	0,0011	0,0040	0,0040	0,0020	0,0020	0,0052	0,0101
CAN	0,0016	0,0029	-	-	-	-	0,0020	0,0041	0,0043	0,0043	0,0011	0,0022	0,0066	0,0129
Model Konserwatywny														
AUT	0,0103	0,0103	0,0009	0,0040	-	-	0,0039	0,0107	0,0020	0,0020	0,0001	0,0066	0,0271	0,0473
FRA	0,0108	0,0108	-	-	-	-	0,0035	0,0102	-	-	0,0008	0,0077	0,0232	0,0405
CHE	0,0012	0,0049	0,0007	0,0007	-	-	0,0175	0,0232	0,0017	0,0017	0,0003	0,0072	0,0026	0,0149
DEU	0,0026	0,0107	0,0005	0,0005	-	-	-	-	0,0045	0,0045	0,0015	0,0057	0,0186	0,0340
Model Południowy														
ITA	0,0077	0,0077	-	-	-	-	0,0004	0,0072	0,0278	0,0278	0,0004	0,0062	0,0090	0,0457
ESP	0,0058	0,0058	-	-	-	-	0,0040	0,0040	0,0173	0,0173	0,0047	0,0047	0,0253	0,0253
PRT	0,0011	0,0168	0,0002	0,0002	-	-	0,0030	0,0104	0,0230	0,0230	0,0013	0,0120	0,0092	0,0333
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0004	0,0087	-	-	-	-	0,0019	0,0050	0,0070	0,0070	0,0002	0,0067	0,0193	0,0387
BEL	0,0000	0,0100	-	-	-	-	0,0038	0,0038	-	-	0,0033	0,0033	0,0070	0,0223
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0019	0,0063	-	-	-	-	0,0017	0,0053	0,0159	0,0159	0,0002	0,0071	0,0146	0,0251
IRL	0,0013	0,0078	-	-	-	-	0,0023	0,0062	0,0046	0,0046	0,0012	0,0084	0,0502	0,0636
Model Wyszehradzki														
POL	0,0008	0,0009	0,0001	0,0001	-	-	0,0001	0,0058	-	-	0,0003	0,0062	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0036	0,0036	-	-	0,0033	0,0033	0,0023	0,0023
HUN	0,0052	0,0070	0,0028	0,0050	-	-	0,0018	0,0065	-	-	0,0006	0,0051	-	-
SVK	0,0077	0,0088	0,0042	0,0062	-	-	0,0012	0,0070	-	-	0,0009	0,0071	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0071	0,0075	0,0050	0,0084	-	-	0,0062	0,0156	0,0036	0,0036	0,0006	0,0094	-	-
LTU	0,0031	0,0038	0,0057	0,0089	-	-	0,0034	0,0096	0,0010	0,0010	0,0020	0,0086	-	-
LVA	0,0089	0,0091	0,0060	0,0100	-	-	0,0035	0,0157	0,0043	0,0172	0,0035	0,0096	-	-

Tabela Z 2.10 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2012 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2013	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0041	0,0105	-	-	-	-	0,0034	0,0129	0,0143	0,0143	0,0041	0,0109	0,0131	0,0194
NOR	0,0069	0,0140	0,0003	0,0013	-	-	0,0027	0,0100	0,0023	0,0023	0,0044	0,0084	-	-
FIN	0,0043	0,0163	-	-	-	-	0,0049	0,0215	0,0008	0,0392	0,0059	0,0137	0,0262	0,0454
DNK	0,0013	0,0172	0,0031	0,0051	-	-	0,0034	0,0111	-	-	0,0033	0,0101	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0009	0,0055	-	-	-	-	0,0025	0,0086	0,0077	0,0077	0,0020	0,0077	0,0188	0,0305
NZL	0,0002	0,0064	-	-	-	-	0,0036	0,0100	-	-	0,0001	0,0052	0,0088	0,0255
USA	0,0029	0,0029	-	-	-	-	0,0005	0,0005	0,0019	0,0019	0,0013	0,0013	0,0035	0,0081
CAN	0,0019	0,0036	-	-	-	-	0,0022	0,0046	0,0021	0,0021	0,0011	0,0025	0,0072	0,0138
Model Konserwatywny														
AUT	0,0135	0,0135	0,0025	0,0060	-	-	0,0044	0,0128	0,0003	0,0003	0,0009	0,0084	0,0275	0,0486
FRA	0,0010	0,0121	-	-	-	-	0,0057	0,0136	-	-	0,0028	0,0105	0,0259	0,0451
CHE	0,0007	0,0060	-	-	-	-	0,0175	0,0245	0,0015	0,0015	0,0037	0,0079	0,0008	0,0146
DEU	0,0098	0,0098	-	-	-	-	-	-	0,0008	0,0008	0,0041	0,0041	0,0166	0,0325
Model Południowy														
ITA	0,0016	0,0142	-	-	-	-	0,0075	0,0152	0,0363	0,0363	0,0003	0,0149	0,0155	0,0581
ESP	0,0029	0,0157	-	-	-	-	0,0041	0,0114	0,0247	0,0247	0,0045	0,0115	0,0005	0,0352
PRT	0,0047	0,0242	0,0005	0,0032	-	-	0,0069	0,0164	0,0298	0,0298	0,0046	0,0173	0,0040	0,0413
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0008	0,0125	-	-	-	-	0,0034	0,0070	0,0081	0,0081	0,0011	0,0088	0,0206	0,0402
BEL	0,0091	0,0091	-	-	-	-	0,0056	0,0056	-	-	0,0041	0,0041	0,0078	0,0248
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0013	0,0067	-	-	-	-	0,0014	0,0057	0,0158	0,0158	0,0034	0,0077	0,0147	0,0259
IRL	0,0024	0,0100	-	-	-	-	0,0035	0,0080	0,0054	0,0054	0,0026	0,0105	0,0486	0,0602
Model Wyszehradzki														
POL	0,0006	0,0011	-	-	-	-	0,0027	0,0059	-	-	0,0029	0,0065	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0020	0,0020	-	-	0,0021	0,0021	0,0019	0,0019
HUN	0,0091	0,0125	0,0067	0,0092	-	-	0,0039	0,0090	-	-	0,0028	0,0079	-	-
SVK	0,0084	0,0095	0,0036	0,0059	-	-	0,0031	0,0062	-	-	0,0031	0,0065	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0097	0,0107	0,0097	0,0129	0,0017	0,0045	0,0093	0,0193	0,0020	0,0085	0,0030	0,0129	0,0005	0,0005
LTU	0,0031	0,0042	0,0067	0,0099	-	-	0,0029	0,0105	0,0021	0,0021	0,0011	0,0086	-	-
LVA	0,0126	0,0129	0,0104	0,0144	0,0026	0,0033	0,0070	0,0211	0,0091	0,0214	0,0049	0,0113	-	-

Tabela Z 2.11 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2013 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2014	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0059	0,0128	-	-	-	-	0,0056	0,0153	0,0145	0,0145	0,0058	0,0131	0,0139	0,0196
NOR	0,0021	0,0168	0,0013	0,0033	-	-	0,0055	0,0131	0,0050	0,0050	0,0026	0,0116	-	-
FIN	0,0051	0,0192	-	-	-	-	0,0054	0,0230	0,0391	0,0391	0,0075	0,0150	0,0282	0,0470
DNK	0,0050	0,0210	0,0054	0,0075	-	-	0,0061	0,0143	0,0035	0,0035	0,0065	0,0133	0,0018	0,0018
Model Liberalny														
AUS	0,0008	0,0058	-	-	-	-	0,0034	0,0106	0,0058	0,0058	0,0025	0,0094	0,0209	0,0318
NZL	0,0039	0,0039	-	-	-	-	0,0030	0,0102	-	-	0,0013	0,0044	0,0069	0,0258
USA	0,0042	0,0042	-	-	-	-	0,0017	0,0017	0,0017	0,0017	0,0025	0,0025	0,0037	0,0086
CAN	0,0015	0,0038	-	-	-	-	0,0018	0,0047	-	-	0,0004	0,0020	0,0071	0,0144
Model Konserwatywny														
AUT	0,0032	0,0180	0,0094	0,0131	-	-	0,0011	0,0182	0,0052	0,0052	0,0062	0,0137	0,0329	0,0509
FRA	0,0070	0,0172	0,0019	0,0040	-	-	0,0031	0,0204	0,0046	0,0046	0,0014	0,0173	0,0331	0,0507
CHE	0,0024	0,0080	0,0001	0,0001	-	-	0,0173	0,0240	0,0034	0,0034	0,0018	0,0097	0,0022	0,0158
DEU	0,0058	0,0151	0,0014	0,0031	-	-	-	-	0,0061	0,0061	0,0046	0,0104	0,0213	0,0388
Model Południowy														
ITA	0,0044	0,0196	-	-	-	-	0,0033	0,0197	0,0402	0,0402	0,0022	0,0188	0,0175	0,0603
ESP	0,0035	0,0151	-	-	0,0038	0,0043	0,0047	0,0128	0,0273	0,0273	0,0049	0,0125	0,0012	0,0404
PRT	0,0093	0,0281	0,0041	0,0068	-	-	0,0014	0,0216	0,0341	0,0341	0,0099	0,0224	0,0075	0,0431
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0049	0,0150	0,0002	0,0014	-	-	0,0036	0,0122	0,0103	0,0103	0,0054	0,0138	0,0248	0,0412
BEL	0,0087	0,0213	-	-	-	-	0,0023	0,0164	-	-	0,0064	0,0137	0,0173	0,0350
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0027	0,0089	-	-	-	-	0,0027	0,0073	0,0173	0,0173	0,0006	0,0093	0,0163	0,0270
IRL	0,0042	0,0119	-	-	-	-	0,0003	0,0098	0,0071	0,0071	0,0045	0,0118	0,0451	0,0572
Model Wyszehradzki														
POL	0,0065	0,0068	0,0033	0,0049	-	-	0,0049	0,0126	-	-	0,0047	0,0130	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0027	0,0073	0,0000	0,0017	0,0026	0,0074	0,0009	0,0091
HUN	0,0077	0,0099	0,0054	0,0078	0,0008	0,0014	0,0019	0,0073	-	-	0,0008	0,0057	-	-
SVK	0,0145	0,0150	0,0080	0,0106	0,0014	0,0023	0,0029	0,0107	-	-	0,0031	0,0106	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0094	0,0099	0,0094	0,0132	0,0016	0,0053	0,0084	0,0202	0,0030	0,0093	0,0017	0,0119	0,0013	0,0013
LTU	0,0059	0,0079	0,0106	0,0138	-	-	0,0055	0,0131	0,0055	0,0055	0,0031	0,0109	-	-
LVA	0,0090	0,0101	0,0072	0,0111	0,0004	0,0011	0,0027	0,0178	0,0056	0,0173	0,0056	0,0056	-	-

Tabela Z 2.12 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2014 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2015	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0038	0,0122	-	-	-	-	0,0032	0,0135	0,0136	0,0136	0,0035	0,0110	0,0104	0,0151
NOR	0,0027	0,0218	0,0010	0,0035	-	-	0,0068	0,0166	0,0066	0,0066	0,0032	0,0143	-	-
FIN	0,0057	0,0251	-	-	-	-	0,0070	0,0266	0,0456	0,0456	0,0079	0,0167	0,0312	0,0500
DNK	0,0041	0,0198	0,0022	0,0045	-	-	0,0038	0,0127	0,0011	0,0011	0,0044	0,0114	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0008	0,0068	-	-	-	-	0,0045	0,0111	0,0035	0,0035	0,0031	0,0107	0,0207	0,0315
NZL	0,0056	0,0056	-	-	-	-	0,0044	0,0114	-	-	0,0021	0,0057	0,0075	0,0286
USA	0,0028	0,0028	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0009	0,0009	0,0010	0,0054
CAN	0,0019	0,0050	-	-	-	-	0,0022	0,0057	-	-	0,0006	0,0026	0,0083	0,0166
Model Konserwatywny														
AUT	0,0091	0,0091	0,0019	0,0042	-	-	0,0078	0,0078	-	-	0,0040	0,0040	0,0246	0,0464
FRA	0,0127	0,0127	-	-	-	-	0,0053	0,0147	-	-	0,0022	0,0112	0,0279	0,0483
CHE	0,0057	0,0057	-	-	-	-	0,0134	0,0231	0,0000	0,0000	0,0030	0,0076	0,0079	0,0136
DEU	0,0083	0,0083	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0033	0,0033	0,0152	0,0331
Model Południowy														
ITA	0,0141	0,0141	-	-	-	-	0,0020	0,0106	0,0347	0,0347	0,0018	0,0112	0,0082	0,0587
ESP	0,0116	0,0116	-	-	0,0014	0,0020	0,0069	0,0069	0,0236	0,0236	0,0065	0,0065	0,0399	0,0399
PRT	0,0063	0,0262	0,0014	0,0029	-	-	0,0089	0,0206	0,0332	0,0332	0,0066	0,0203	0,0085	0,0436
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0006	0,0115	-	-	-	-	0,0042	0,0088	0,0056	0,0056	0,0009	0,0107	0,0209	0,0360
BEL	0,0050	0,0208	-	-	-	-	0,0059	0,0141	-	-	0,0022	0,0114	0,0159	0,0371
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0061	0,0061	-	-	-	-	0,0045	0,0045	0,0145	0,0145	0,0014	0,0065	0,0137	0,0266
IRL	0,0027	0,0089	-	-	-	-	0,0034	0,0070	0,0049	0,0049	0,0030	0,0096	0,0347	0,0428
Model Wyszehradzki														
POL	0,0004	0,0004	-	-	-	-	0,0018	0,0063	-	-	0,0021	0,0065	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0020	0,0020	-	-	0,0015	0,0015	0,0054	0,0054
HUN	0,0020	0,0039	0,0005	0,0021	-	-	0,0016	0,0016	-	-	-	-	-	-
SVK	0,0118	0,0124	0,0040	0,0067	0,0000	0,0000	0,0027	0,0071	-	-	0,0028	0,0065	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0120	0,0126	0,0127	0,0167	0,0044	0,0092	0,0110	0,0260	0,0068	0,0136	0,0031	0,0151	0,0050	0,0050
LTU	0,0004	0,0008	0,0065	0,0100	-	-	0,0097	0,0097	0,0008	0,0008	0,0055	0,0055	-	-
LVA	0,0136	0,0137	0,0122	0,0161	0,0062	0,0069	0,0074	0,0229	0,0106	0,0218	0,0018	0,0090	-	-

Tabela Z 2.13 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2015 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2016	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0054	0,0149	-	-	-	-	0,0043	0,0158	0,0148	0,0148	0,0051	0,0134	0,0112	0,0153
NOR	0,0064	0,0250	0,0031	0,0059	-	-	0,0104	0,0194	0,0096	0,0096	0,0060	0,0177	-	-
FIN	0,0014	0,0219	-	-	-	-	0,0031	0,0244	0,0402	0,0402	0,0034	0,0130	0,0278	0,0485
DNK	0,0042	0,0227	0,0019	0,0045	-	-	0,0048	0,0139	0,0017	0,0017	0,0049	0,0125	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0005	0,0071	-	-	-	-	0,0049	0,0117	0,0009	0,0009	0,0032	0,0099	0,0199	0,0285
NZL	0,0013	0,0098	-	-	-	-	0,0071	0,0145	-	-	0,0015	0,0087	0,0098	0,0303
USA	0,0037	0,0037	-	-	-	-	0,0007	0,0007	-	-	0,0019	0,0019	0,0006	0,0043
CAN	0,0028	0,0052	-	-	-	-	0,0032	0,0068	-	-	0,0012	0,0034	0,0090	0,0172
Model Konserwatywny														
AUT	0,0162	0,0162	0,0067	0,0114	-	-	0,0048	0,0139	0,0004	0,0004	0,0027	0,0103	0,0280	0,0465
FRA	0,0010	0,0179	-	-	-	-	0,0075	0,0186	0,0005	0,0005	0,0039	0,0140	0,0309	0,0523
CHE	0,0040	0,0115	-	-	-	-	0,0181	0,0262	0,0054	0,0054	0,0036	0,0131	0,0028	0,0180
DEU	0,0005	0,0130	-	-	-	-	-	-	0,0002	0,0002	0,0062	0,0062	0,0189	0,0389
Model Południowy														
ITA	0,0032	0,0248	-	-	-	-	0,0006	0,0188	0,0430	0,0430	0,0002	0,0197	0,0153	0,0688
ESP	0,0010	0,0170	-	-	0,0103	0,0110	0,0021	0,0121	0,0289	0,0289	0,0018	0,0111	0,0453	0,0453
PRT	0,0030	0,0247	-	-	-	-	0,0055	0,0172	0,0308	0,0308	0,0029	0,0175	0,0077	0,0400
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0012	0,0136	-	-	-	-	0,0049	0,0099	0,0062	0,0062	0,0017	0,0123	0,0230	0,0359
BEL	0,0067	0,0226	-	-	-	-	0,0080	0,0165	-	-	0,0040	0,0138	0,0181	0,0405
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0001	0,0085	-	-	-	-	0,0000	0,0056	0,0150	0,0150	0,0025	0,0077	0,0143	0,0257
IRL	0,0026	0,0092	-	-	-	-	0,0032	0,0070	0,0048	0,0048	0,0031	0,0102	0,0364	0,0431
Model Wyszehradzki														
POL	0,0034	0,0049	0,0001	0,0011	-	-	0,0013	0,0111	-	-	0,0010	0,0112	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0007	0,0059	-	-	0,0001	0,0050	0,0033	0,0105
HUN	0,0029	0,0050	0,0008	0,0033	0,0009	0,0015	0,0016	0,0016	-	-	0,0005	0,0005	-	-
SVK	0,0142	0,0156	0,0058	0,0085	0,0026	0,0035	0,0001	0,0081	-	-	0,0012	0,0085	0,0009	0,0009
Model Bałtycki														
EST	0,0110	0,0125	0,0132	0,0175	0,0048	0,0106	0,0105	0,0271	0,0082	0,0149	0,0028	0,0148	0,0015	0,0064
LTU	0,0029	0,0038	0,0094	0,0129	-	-	0,0013	0,0115	0,0037	0,0037	0,0069	0,0069	-	-
LVA	0,0101	0,0105	0,0092	0,0134	0,0038	0,0045	0,0029	0,0202	0,0082	0,0190	0,0035	0,0035	-	-

Tabela Z 2.14 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2016 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2017	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0061	0,0152	-	-	-	-	0,0050	0,0165	0,0161	0,0161	0,0057	0,0142	0,0005	0,0139
NOR	0,0070	0,0267	0,0028	0,0058	-	-	0,0102	0,0197	0,0099	0,0099	0,0063	0,0169	-	-
FIN	0,0033	0,0209	-	-	-	-	0,0061	0,0263	0,0405	0,0405	0,0057	0,0145	0,0288	0,0502
DNK	0,0033	0,0233	0,0010	0,0022	-	-	0,0033	0,0140	0,0002	0,0002	0,0035	0,0122	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0066	0,0066	-	-	-	-	0,0043	0,0112	-	-	0,0025	0,0095	0,0187	0,0264
NZL	0,0062	0,0062	-	-	-	-	0,0046	0,0115	-	-	0,0020	0,0059	0,0065	0,0278
USA	0,0023	0,0023	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010
CAN	0,0016	0,0039	-	-	-	-	0,0020	0,0059	-	-	0,0022	0,0022	0,0084	0,0174
Model Konserwatywny														
AUT	0,0170	0,0170	0,0069	0,0123	-	-	0,0038	0,0141	-	-	0,0011	0,0093	0,0268	0,0471
FRA	0,0153	0,0153	-	-	-	-	0,0063	0,0176	-	-	0,0032	0,0129	0,0308	0,0540
CHE	0,0024	0,0110	-	-	-	-	0,0165	0,0257	0,0039	0,0039	0,0021	0,0122	0,0009	0,0172
DEU	0,0118	0,0118	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0055	0,0055	0,0186	0,0392
Model Południowy														
ITA	0,0199	0,0199	-	-	-	-	0,0042	0,0152	0,0408	0,0408	0,0036	0,0149	0,0088	0,0685
ESP	0,0168	0,0168	-	-	0,0128	0,0135	0,0106	0,0106	0,0288	0,0288	0,0001	0,0103	0,0472	0,0472
PRT	0,0070	0,0293	0,0006	0,0023	-	-	0,0093	0,0208	0,0359	0,0359	0,0071	0,0207	0,0122	0,0441
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0026	0,0146	-	-	-	-	0,0015	0,0122	0,0062	0,0062	0,0033	0,0136	0,0244	0,0343
BEL	0,0073	0,0226	-	-	-	-	0,0094	0,0185	-	-	0,0049	0,0154	0,0202	0,0439
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0075	0,0075	-	-	-	-	0,0047	0,0047	0,0150	0,0150	0,0019	0,0070	0,0143	0,0267
IRL	0,0039	0,0108	-	-	-	-	0,0007	0,0086	0,0061	0,0061	0,0045	0,0112	0,0357	0,0406
Model Wyszehradzki														
POL	-	-	-	-	-	-	0,0011	0,0064	-	-	0,0014	0,0065	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0042	0,0042	-	-	0,0029	0,0029	0,0032	0,0101
HUN	0,0006	0,0006	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
SVK	0,0125	0,0130	0,0034	0,0062	0,0014	0,0023	0,0021	0,0060	-	-	0,0021	0,0061	0,0009	0,0009
Model Bałtycki														
EST	0,0086	0,0103	0,0121	0,0164	0,0038	0,0105	0,0098	0,0260	0,0082	0,0141	0,0011	0,0129	0,0002	0,0065
LTU	0,0048	0,0058	0,0128	0,0158	0,0006	0,0009	0,0034	0,0136	0,0070	0,0070	0,0009	0,0090	-	-
LVA	0,0103	0,0117	0,0094	0,0137	0,0047	0,0054	0,0023	0,0206	0,0092	0,0203	0,0028	0,0028	-	-

Tabela Z 2.15 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2017 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65

2018	Lee-Carter_e65		Renshaw-Haberman_e65		Niu-Melenberg_e65		Li-Lee_e65		Boonen-LI_e65		Li-Lee_e65 DTW		Boonen-Li_e65 DTW	
kraj	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
Model Skandynawski														
SWE	0,0043	0,0126	-	-	-	-	0,0035	0,0153	0,0137	0,0137	0,0036	0,0121	0,0131	0,0194
NOR	0,0091	0,0246	0,0022	0,0053	-	-	0,0102	0,0187	0,0099	0,0099	0,0062	0,0159	-	-
FIN	0,0036	0,0233	-	-	-	-	0,0068	0,0292	0,0448	0,0448	0,0067	0,0161	0,0262	0,0454
DNK	0,0100	0,0194	-	-	-	-	0,0050	0,0103	-	-	0,0042	0,0087	-	-
Model Liberalny														
AUS	0,0024	0,0091	-	-	-	-	0,0075	0,0141	-	-	0,0060	0,0123	0,0188	0,0305
NZL	0,0061	0,0061	-	-	-	-	0,0052	0,0119	-	-	0,0028	0,0064	0,0088	0,0255
USA	0,0037	0,0037	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0009	0,0009	0,0035	0,0081
CAN	0,0016	0,0045	-	-	-	-	0,0021	0,0061	-	-	0,0022	0,0022	0,0072	0,0138
Model Konserwatywny														
AUT	0,0125	0,0125	0,0063	0,0120	-	-	0,0020	0,0116	-	-	0,0080	0,0080	0,0275	0,0486
FRA	0,0165	0,0165	-	-	-	-	0,0061	0,0178	-	-	0,0029	0,0134	0,0259	0,0451
CHE	0,0031	0,0119	-	-	-	-	0,0157	0,0250	0,0046	0,0046	0,0031	0,0120	0,0008	0,0146
DEU	0,0083	0,0083	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0039	0,0039	0,0166	0,0325
Model Południowy														
ITA	0,0034	0,0253	-	-	-	-	0,0001	0,0235	0,0486	0,0486	0,0103	0,0221	0,0155	0,0581
ESP	0,0177	0,0177	-	-	0,0173	0,0180	0,0007	0,0115	0,0317	0,0317	0,0105	0,0105	0,0005	0,0352
PRT	0,0018	0,0276	-	-	-	-	0,0037	0,0161	0,0329	0,0329	0,0008	0,0162	0,0040	0,0413
Kraje Beneluksu														
NLD	0,0004	0,0150	-	-	-	-	0,0009	0,0117	0,0058	0,0058	0,0025	0,0133	0,0206	0,0402
BEL	0,0071	0,0241	-	-	-	-	0,0099	0,0203	-	-	0,0045	0,0155	0,0078	0,0248
Model Liberalny (Europa)														
GBR	0,0065	0,0065	-	-	-	-	0,0047	0,0047	0,0148	0,0148	0,0014	0,0069	0,0147	0,0259
IRL	0,0032	0,0096	-	-	-	-	0,0038	0,0077	0,0054	0,0054	0,0039	0,0105	0,0486	0,0602
Model Wyszehradzki														
POL	-	-	-	-	-	-	0,0020	0,0020	-	-	0,0023	0,0023	-	-
CZE	-	-	-	-	-	-	0,0027	0,0027	-	-	0,0016	0,0016	0,0019	0,0019
HUN	-	-	-	-	0,0005	0,0006	-	-	-	-	-	-	-	-
SVK	0,0137	0,0141	0,0038	0,0067	0,0028	0,0037	0,0024	0,0064	-	-	0,0026	0,0064	-	-
Model Bałtycki														
EST	0,0089	0,0105	0,0131	0,0174	0,0045	0,0122	0,0102	0,0267	0,0099	0,0149	0,0009	0,0135	0,0005	0,0005
LTU	0,0059	0,0066	0,0138	0,0173	0,0014	0,0017	0,0037	0,0140	0,0078	0,0078	0,0007	0,0092	-	-
LVA	0,0109	0,0142	0,0103	0,0152	0,0061	0,0068	0,0019	0,0222	0,0109	0,0224	0,0012	0,0012	-	-

Tabela Z 2.16 Finansowe skutki ryzyka długowieczności (jako procent PKB) wybranych krajów OECD wg modelu państwa opiekuńczego w 2018 r., oszacowane z wykorzystaniem modeli e65